

2011

IntRoLab

Arnaud Aumont

# **[DOCUMENTATION POUR LA MODELISATION ET LE CONTROLE DES BRAS ADE]**

Dernière mise à jour : 22/01/2012

## SOMMAIRE

---

Placement des repères.....	4
Vue de biais bras gauche .....	4
Vue de biais bras droit .....	4
Placement du repère Outil.....	5
Cinématique des bras ADE .....	5
Paramètres de Denavit-Hartenberg .....	5
Limitations des axes.....	5
Espace de travail.....	6
Calcul approximatif de l'espace de travail .....	6
Illustration de l'espace de travail.....	8
Cinématique Directe .....	9
Fonction WHERE.....	9
Cinématique inverse .....	10
Fonction SOLVE.....	10
Matrice Jacobienne .....	10
Calcul pour pointer un point dans l'espace .....	12
Compensation de gravité .....	17
Calcul .....	17
Valeurs calculées vs valeurs mesurées.....	21
Propriétés de masse.....	21
Partie fixe de l'épaule .....	22
Premier élément mobile de l'épaule (pan).....	23
Deuxième élément mobile de l'épaule (tilt) .....	24
Haut du bras (roll).....	25
Avant bras .....	26
Avant bras (Avec la pince).....	27
Pince Bas.....	28
Pince Haut .....	29
Pince Haut .....	31
Distance entre les différents repères.....	32
Distance entre le repère 1 et le repère 2 .....	32
Distance entre le repère 2 et le repère 3 .....	32
Distance entre le repère 3 et le repère 4 .....	33
Distance entre le repère 4 et le repère de la pince du haut.....	33
Distance entre le repère 4 et le repère de la pince du bas .....	34
Distance entre le repère 4 et le repère Outil.....	34

Eléments simplifiés .....	35
Partie fixe de l'épaule .....	35
Premier élément mobile de l'épaule (pan) .....	35
Deuxième élément mobile de l'épaule (tilt) .....	36
Haut du bras (roll) .....	36
Avant bras .....	37
Pince des grippers.....	37
Rendu sous Gazebo.....	38
Problèmes connus de la modélisation.....	39

## PLACEMENT DES REPERES

### VUE DE BIAIS BRAS GAUCHE

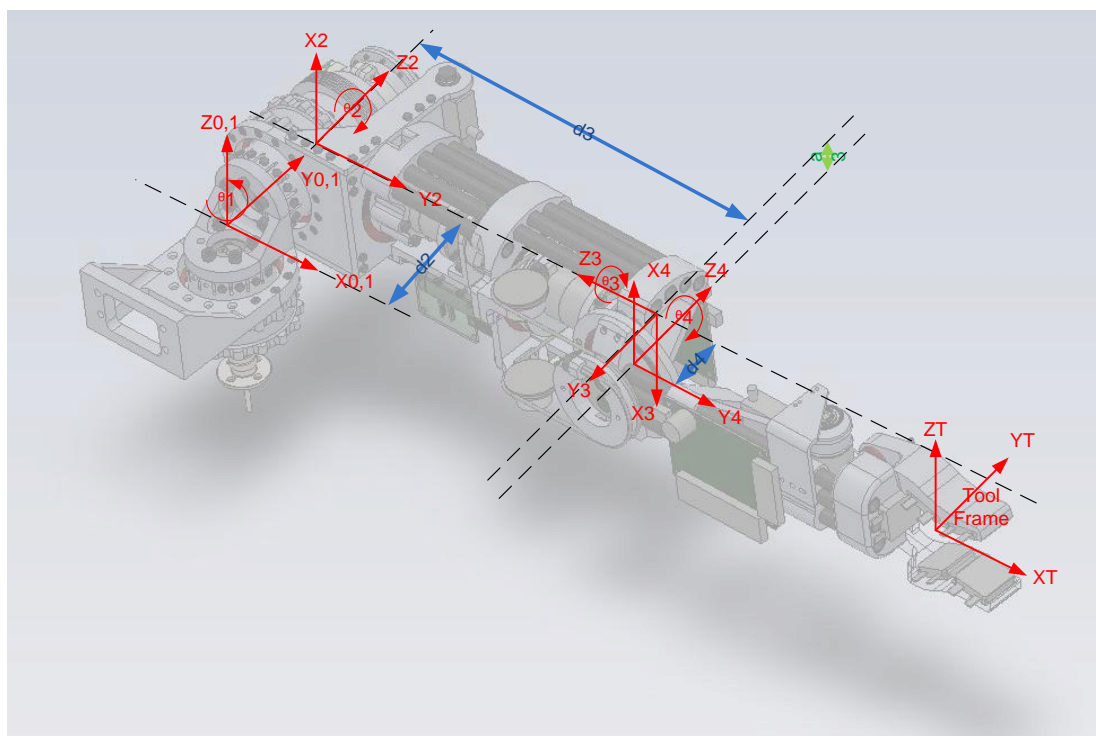


FIGURE 1: PLACEMENT DES REPERES DU BRAS GAUCHE

### VUE DE BIAIS BRAS DROIT

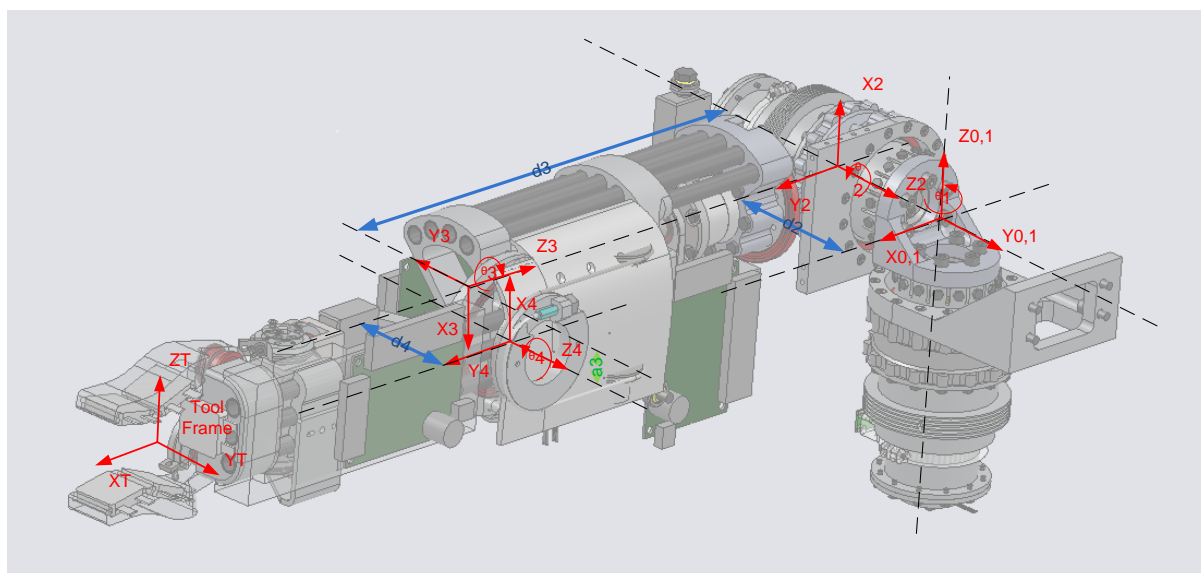


FIGURE 2 : PLACEMENT DES REPERES DU BRAS DROIT



Dans les deux placements de repère ci-dessus l'axe 2 (tilt) est tourné de  $-90^\circ$

## PLACEMENT DU REPERE OUTIL

Le repère 'outil' a été placé à l'intersection des deux axes perpendiculaires passant par le milieu des faces des deux capteurs 'internes' du gripper (voir Figure 3).

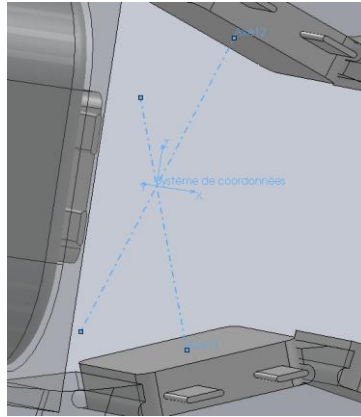


FIGURE 3 : PLACEMENT DU REPERE OUTIL

## CINEMATIQUE DES BRAS ADE

### PARAMETRES DE DENAVIT-HARTENBERG

$i$	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	0	$\theta_1$
2	$-90^\circ$	0	$d_2$	$\theta_2$
3	$90^\circ$	0	$-d_3$	$180^\circ + \theta_3$
4	$90^\circ$	$a_3$	$-d_4$	$180 + \theta_4$

TABEAU 1: PARAMETRES DE DENAVIT-HARTENBERG (BRAS GAUCHE)

$i$	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	0	$\theta_1$
2	$-90^\circ$	0	$-d_2$	$\theta_2$
3	$90^\circ$	0	$-d_3$	$180^\circ + \theta_3$
4	$90^\circ$	$a_3$	$d_4$	$180 + \theta_4$

TABEAU 2 : PARAMETRES DE DENAVIT-HARTENBERG (BRAS DROIT)

### LIMITATIONS DES AXES

Limitations :

- Premier axe de l'épaule (pan) :

$$-90^\circ \leq \theta_1 \leq 90^\circ$$

- Deuxième axe de l'épaule (tilt) :



Le sens est inversé par rapport au capteur de position

$$-90^\circ \leq \theta_2 \leq 180^\circ$$

- Troisième axe de l'épaule (roll):



Le sens inversé par rapport au capteur de position pour le bras droit

$$-90^\circ \leq \theta_3 \leq 90^\circ$$

- Coude :

$$-43^\circ \leq \theta_4 \leq 80^\circ$$

- Gripper du haut :

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta_{GU} \leq \frac{\pi}{10}$$

- Gripper du bas :

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta_{GD} \leq \frac{\pi}{10}$$

---

## ESPACE DE TRAVAIL

---

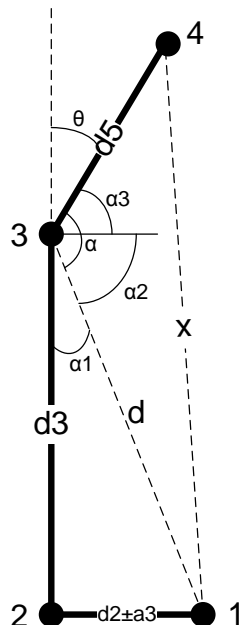


---

### CALCUL APPROXIMATIF DE L'ESPACE DE TRAVAIL

---

Le calcul ci-dessous sert à déterminer approximativement la plus grande et la plus petite position (par rapport au repère 0) que le repère outil peut atteindre avec les limitations imposées. Cette valeur sera noté 'x' dans la suite.



Le schéma ci-dessus exige quelques explications. Cette illustration représente le bras lorsque l'angle du troisième axe de l'épaule (roll) est à  $90^\circ$  (ou  $-90^\circ$ ). Dans cette configuration, l'écart entre le point 1 (origine du repère 1) et le point 2 (origine du repère 2) équivaut à la distance  $d_2 \pm a_3$ , par soucis de simplicité seulement  $d_2$  sera noté dans les calculs littéraux.

L'angle  $\theta$  est l'angle  $\theta_4$ . La distance  $d_5$  correspond à la longueur de l'avant bras (distance entre l'origine du repère 4 (point 3 ici) et l'origine du repère outil (point 4)). La distance  $d$  représente l'écartement entre le point 1 et le point 3. Enfin,  $x$  est la distance que l'on souhaite maximiser et minimiser pour déterminer 'l'épaisseur maximale' de l'espace de travail.

En regardant ce schéma, on peut intuitivement voir que pour maximiser  $x$ , il faut que  $\theta$  soit à  $-\alpha_1$  et pour minimiser,  $\theta$  doit valoir  $90^\circ + \alpha_2$ . Dans ces configurations, la valeur maximum vaut  $d + d_5$  et la minimum  $d - d_5$ . Déterminons les différentes valeurs mis en jeu :

Avec le théorème de Pythagore, on obtient aisément  $d$  :

$$d^2 = d_2^2 + d_3^2$$

$$d = \sqrt{d_2^2 + d_3^2}$$

L'angle  $\alpha_1$  peut s'obtenir à l'aide d'un arc tangente :

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \left( \frac{d_2}{d_3} \right)$$

D'où :

$$\alpha_2 = 90^\circ - \alpha_1$$

On a donc :

$$x_{min} = d - d_5 \quad (\theta_{min} = 90^\circ + \alpha_2)$$

$$x_{max} = d + d_5 \quad (\theta_{max} = -\alpha_1)$$

Nous avons donc là les expressions des angles qui permettent de minimiser et maximiser  $x$  ainsi que l'expression des distances. Mais ceci ne tient pas compte des limitations de l'angle  $\theta$  (pour rappel  $-43^\circ \leq \theta_4 \leq 80^\circ$ ). L'angle pour avoir la valeur maximum peut être atteint mais pas pour avoir le minimum. Il est donc nécessaire d'avoir une version analytique de la valeur de  $x$  pour connaître le vrai maximum en fonction de la valeur maximum que peut prendre l'angle  $\theta_4$ .

En utilisant le théorème d'Al-Kashi dans le triangle formé par les points 1, 3 et 4, on obtient :

$$x^2 = d^2 + d_5^2 - 2 \times d \times d_5 \times \cos \alpha$$

Or :

$$\alpha = \alpha_2 + \alpha_3$$

$$\alpha = (90^\circ - \alpha_1) + (90^\circ - \theta)$$

$$\alpha = 180^\circ - \alpha_1 - \theta$$

D'où :

$$x^2 = d_2^2 + d_3^2 + d_5^2 - 2 \times \sqrt{d_2^2 + d_3^2} \times d_5 \times \cos(180^\circ - \alpha_1 - \theta)$$

$$x = \sqrt{d_2^2 + d_3^2 + d_5^2 + 2 \times \sqrt{d_2^2 + d_3^2} \times d_5 \times \cos(\alpha_1 + \theta)}$$

(Obtenue à l'aide de la relation :  $\cos(\pi - \varphi) = -\cos(\varphi)$ )

La valeur minimal de  $x$  est obtenue lorsque  $\theta$  atteint sa limite maximum c'est-à-dire  $80^\circ$ .  
On obtient la valeur :

$$x_{min} \cong 0,406 \text{ m} \quad (\theta_{min} = 80^\circ)$$

$$x_{max} \cong 0,603 \text{ m} \quad (\theta_{max} = -\alpha_1 \cong 18.8^\circ)$$

(La valeur numérique pris pour  $d_2$  vaut  $d_2 - a_3$  pour le minimum et  $d_2 + a_3$  pour le maximum)

L'espace de travail, qui est à peu près sphérique, a donc au mieux une épaisseur d'une vingtaine de centimètres ceci à 40 centimètres de l'origine de l'épaule. L'espace de travail n'est donc pas très étendu et est assez long du robot.



Les angles sont dans le sens horaire dans ce calcul

---

#### ILLUSTRATION DE L'ESPACE DE TRAVAIL

---

A l'aide du nœud ROS de cinématique directe ainsi que de l'affichage de nuages de points dans Rviz, le nœud `ws_arm_fk` permet d'afficher l'espace de travail que peut atteindre le bras. On ne prend pas ici en compte les collisions avec le corps du robot. Voici le résultat :

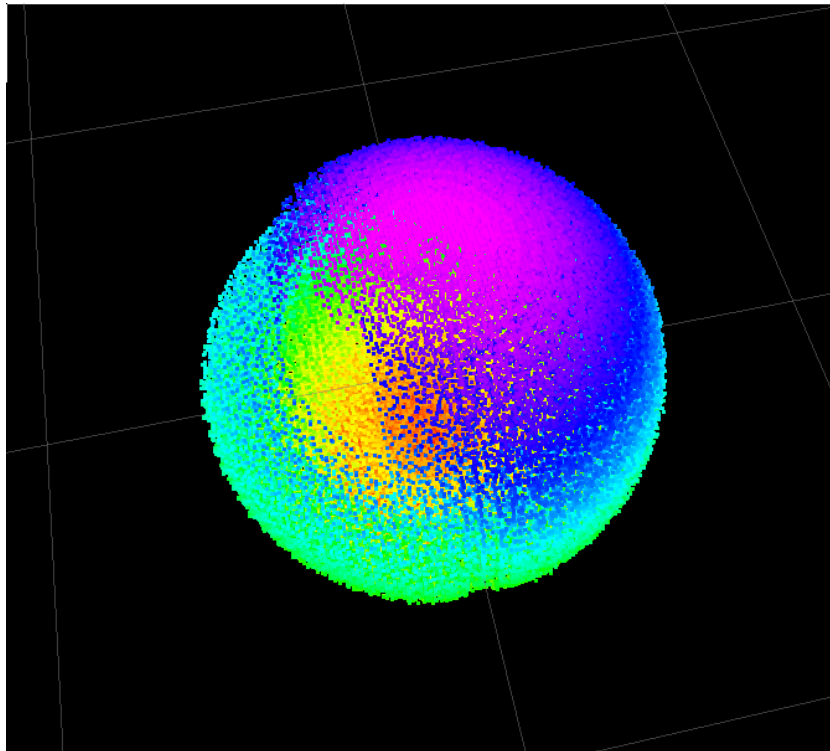


FIGURE 4 - ESPACE DE TRAVAIL DU BRAS GAUCHE

Pour plus de détail, voir le code de `ws_arm_fk.cpp` dans le dossier `johnny_0_controllers/arm_ws/src`.



## CINEMATIQUE DIRECTE

A Modifier et vérifier !

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -\sin \theta_2 & -\cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos(180^\circ + \theta_3) & -\sin(180^\circ + \theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_3 \\ \sin(180^\circ + \theta_3) & \cos(180^\circ + \theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_3 \\ -\sin \theta_3 & -\cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3_4T = {}^3_NT = \begin{bmatrix} \cos(180^\circ + \theta_4) & -\sin(180^\circ + \theta_4) & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & -1 & d_4 \\ \sin(180^\circ + \theta_4) & \cos(180^\circ + \theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta_4 & \sin \theta_4 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & -1 & d_4 \\ -\sin \theta_4 & -\cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_4T = {}^0_NT = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -\sin \theta_2 & -\cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_3 \\ -\sin \theta_3 & -\cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos \theta_4 & \sin \theta_4 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & -1 & d_4 \\ -\sin \theta_4 & -\cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_4T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -\sin \theta_2 & -\cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_3 \cos \theta_4 & -\cos \theta_3 \sin \theta_4 & -\sin \theta_3 & -\cos \theta_3 a_3 + \sin \theta_3 d_4 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & d_3 \\ \sin \theta_3 \cos \theta_4 & -\sin \theta_3 \sin \theta_4 & \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 a_3 + \cos \theta_3 d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_4T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \cos \theta_3 \cos \theta_4 - \sin \theta_2 \sin \theta_4 & -\cos \theta_2 \cos \theta_3 \sin \theta_4 - \sin \theta_2 \cos \theta_4 & -\cos \theta_2 \sin \theta_3 & -\cos \theta_2 (\cos \theta_3 a_3 - \sin \theta_3 d_4) - \sin \theta_2 d_3 \\ \sin \theta_3 \cos \theta_4 & -\sin \theta_3 \sin \theta_4 & \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 a_3 - \cos \theta_3 d_4 + d_2 \\ -\sin \theta_2 \cos \theta_3 \cos \theta_4 - \cos \theta_2 \sin \theta_4 & \sin \theta_2 \cos \theta_3 \sin \theta_4 - \cos \theta_2 \cos \theta_4 & \sin \theta_2 \sin \theta_3 & \sin \theta_2 (\cos \theta_3 a_3 - \sin \theta_3 d_4) - \cos \theta_2 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_4T = {}^0_NT = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 \cos \theta_4 - \sin \theta_2 \sin \theta_4) - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_4 & -\cos \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 \sin \theta_4 + \sin \theta_2 \cos \theta_4) + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_4 & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 & \cos \theta_1 (-\cos \theta_2 (\cos \theta_3 a_3 - \sin \theta_3 d_4) - \sin \theta_2 d_3) - \sin \theta_1 (-\sin \theta_2 a_3 - \cos \theta_2 d_4 + d_2) \\ \sin \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 \cos \theta_4 - \sin \theta_2 \sin \theta_4) + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_4 & -\sin \theta_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 \sin \theta_4 + \sin \theta_2 \cos \theta_4) - \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_4 & -\sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 & \sin \theta_1 (-\cos \theta_2 (\cos \theta_3 a_3 - \sin \theta_3 d_4) - \sin \theta_2 d_3) + \cos \theta_1 (-\sin \theta_2 a_3 - \cos \theta_2 d_4 + d_2) \\ -\sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \cos \theta_4 - \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_4 & \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \sin \theta_4 - \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_4 & \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 & \sin \theta_1 \sin \theta_2 (\cos \theta_3 a_3 - \sin \theta_3 d_4) - \cos \theta_1 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_4T = {}^0_NT = \begin{bmatrix} C_1(C_2C_3C_4 - S_2S_4) - S_1S_3C_4 & -C_1(C_2C_3S_4 + S_2C_4) + S_1S_3S_4 & -C_1C_2S_3 - S_1C_3 & C_1(-C_2(C_3a_3 - S_3d_4) - S_2d_3) - S_1(-S_3a_3 - C_3d_4 + d_2) \\ S_1(C_2C_3C_4 - S_2S_4) + C_1S_3C_4 & -S_1(C_2C_3S_4 + S_2C_4) - C_1S_3S_4 & -S_1C_2S_3 + C_1C_3 & S_1(-C_2(C_3a_3 - S_3d_4) - S_2d_3) + C_1(-S_3a_3 - C_3d_4 + d_2) \\ -S_2C_3C_4 - C_2S_4 & S_2C_3S_4 - C_2C_4 & S_2S_3 & S_2(C_3a_3 - S_3d_4) - C_2d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Testons avec un cas particulier :

$${}^0_4T(0,0,0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 - d_4 \\ 0 & -1 & 0 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ce résultat semble correct d'après le schéma.

## FONCTION WHERE

$${}_ST = {}_ST^{-1} {}_WT {}_WT$$

Le repère 'Station' sera mis au même endroit que le repère 'Base', ce qui nous donne :

$${}_ST^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De plus,

$${}_WT = {}_T^WT = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & d_y \\ 0 & 1 & 0 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(Pour ce bras  $d_x$  vaut 0)

D'où,

$${}^S_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1(c_2c_3c_4 - s_2s_4) - s_1s_3c_4 & -c_1(c_2c_3s_4 + s_2c_4) + s_1s_3s_4 & -c_1c_2s_3 - s_1c_3 & c_1(-c_2(c_3a_3 - s_3d_4) - s_2d_3) - s_1(-s_3a_3 - c_3d_4 + d_2) \\ s_1(c_2c_3c_4 - s_2s_4) + c_1s_3c_4 & -s_1(c_2c_3s_4 + s_2c_4) - c_1s_3s_4 & -s_1c_2s_3 + c_1c_3 & s_1(-c_2(c_3a_3 - s_3d_4) - s_2d_3) + c_1(-s_3a_3 - c_3d_4 + d_2) \\ -s_2c_3c_4 - c_2c_4 & s_2c_3s_4 - c_2c_4 & s_2s_3 & s_2(c_3a_3 - s_3d_4) - c_2d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & d_y \\ 0 & 1 & 0 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ce qui donne :

$${}^S_T = \begin{bmatrix} -c_1(c_2c_3s_4 + s_2c_4) + s_1s_3s_4 & -c_1c_2s_3 - s_1c_3 & c_1(c_2c_3c_4 - s_2s_4) - s_1s_3c_4 & p_x \\ -s_1(c_2c_3s_4 + s_2c_4) - c_1s_3s_4 & -s_1c_2s_3 + c_1c_3 & s_1(c_2c_3c_4 - s_2s_4) + c_1s_3c_4 & p_y \\ s_2c_3s_4 - c_2c_4 & s_2s_3 & -s_2c_3c_4 - c_2s_4 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Avec,

$$p_x = d_y(-c_1(c_2c_3s_4 + s_2c_4) + s_1s_3s_4) + d_z(-c_1c_2s_3 - s_1c_3) + c_1(-c_2(c_3a_3 - s_3d_4) - s_2d_3) - s_1(-s_3a_3 - c_3d_4 + d_2)$$

$$p_y = d_y(-s_1(c_2c_3s_4 + s_2c_4) - c_1s_3s_4) + d_z(-s_1c_2s_3 + c_1c_3) + s_1(c_2c_3c_4 - s_2s_4) + c_1s_3c_4$$

$$p_z = d_y(s_2c_3s_4 - c_2c_4) + d_z(s_2s_3) - s_2c_3c_4 - c_2s_4$$

## CINEMATIQUE INVERSE

A Faire s'il y en a besoin !

## FONCTION SOLVE

A Faire s'il y en a besoin !

$${}^B_W T = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

## MATRICE JACOBIENNE

Explication de l'utilité de la Jacobienne

Pour calculer la Jacobienne des bras, la formule présentée dans le livre *Springer Handbook of Robotics*. Dans ce livre on peut voir la formule, dans la table 1.11, qui nous donne la valeur pour une colonne (équivalent à la contribution d'un axe). Cette formule est :

$$J_{n_i} = {}^kX_i \Phi_i,$$

où  $i$  est le joint considéré,  $k$  est le repère dans lequel on veut exprimer la vitesse spatiale (spacial velocity),  $J_{n_i}$  est la colonne (ou les colonnes) de la matrice Jacobienne correspondant au(x) 'joint rate(s)'  $\dot{q}_i$ ,  $\Phi_i$  est le mode libre du joint  $i$  et  ${}^kX_i$  est la transformée spatiale de  $i$  dans  $k$ , définie par la formule :

$${}^kX_i = \begin{bmatrix} {}^kR_i & 0_{3 \times 3} \\ S({}^kp_i) {}^kR_i & {}^kR_i \end{bmatrix}$$

Où  ${}^kR_i$  est la matrice de rotation de  $i$  dans  $k$ ,  ${}^kp_i$  est le vecteur permettant de passer du repère  $i$  au repère  $k$ , et  $S(p)$  qui est la matrice antisymétrique permettant de réaliser une opération de produit vectoriel. Si on considère  $p = (p_x \ p_y \ p_z)^\top$ , alors on a :

$$S(p) = \begin{bmatrix} 0 & -p_z & p_y \\ p_z & 0 & -p_x \\ -p_y & p_x & 0 \end{bmatrix}$$

Dans le modèle des bras du robot Johnny 0, il y a uniquement des articulations rotoïdes dont l'axe de rotation est selon l'axe  $Z_i$  donc d'après le tableau 1.5, les modes libres de toutes les articulations valent :

$$\phi_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En reprenant l'équation permettant de déterminer chaque colonne de la matrice Jacobienne et en remplaçant par les nouvelles informations, on obtient :

$$J_{n_i} = \begin{bmatrix} {}^kR_i & 0_{3 \times 3} \\ S({}^kp_i){}^kR_i & {}^kR_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ou :

$$J_{n_i} = \begin{bmatrix} {}^kR_i & 0_{3 \times 3} \\ S({}^kp_i){}^kR_i & {}^kR_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_i \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix}$$

On peut voir que de nombreux éléments sont égaux à zéro ce qui nous permet de faire quelques simplifications (notamment la suppression des éléments de droite de la matrice  ${}^kX_i$ ), d'où :

$$J_{n_i} = \begin{bmatrix} {}^kR_i Z_i \\ S({}^kp_i){}^kR_i Z_i \end{bmatrix}$$

C'est la formule qui sera implémentée. On peut néanmoins obtenir une expression un peu plus condensée en remarquant que par définition, on a :

$${}^kR_i Z_i = {}^kZ_i$$

d'où :

$$J_{n_i} = \begin{bmatrix} {}^kZ_i \\ S({}^kp_i){}^kZ_i \end{bmatrix}$$

Les bras possèdent 4 articulations, la matrice Jacobienne aura donc une taille de  $6 \times 4$ , pouvant être écrite :

$$J = \begin{bmatrix} {}^T Z_1 & {}^T Z_2 & {}^T Z_3 & {}^T Z_4 \\ S({}^T p_1)^T Z_1 & S({}^T p_2)^T Z_2 & S({}^T p_3)^T Z_3 & S({}^T p_4)^T Z_4 \end{bmatrix}$$

où :

$$\begin{bmatrix} {}^T p_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^T T \begin{bmatrix} {}^i p_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

or on a plus simplement  ${}^i T$ , d'où :

$$\begin{bmatrix} {}^T p_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^i T^{-1} \begin{bmatrix} {}^i p_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

De plus puisque :

$${}^i p_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

On obtient :

$$\begin{bmatrix} {}^T p_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^i T^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Pour  ${}^T Z_i$ , on a :

$${}^T Z_i = {}^T_i R Z_i$$

ou

$${}^T Z_i = {}^i T R^{-1} Z_i$$

or

$$Z_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

d'où :

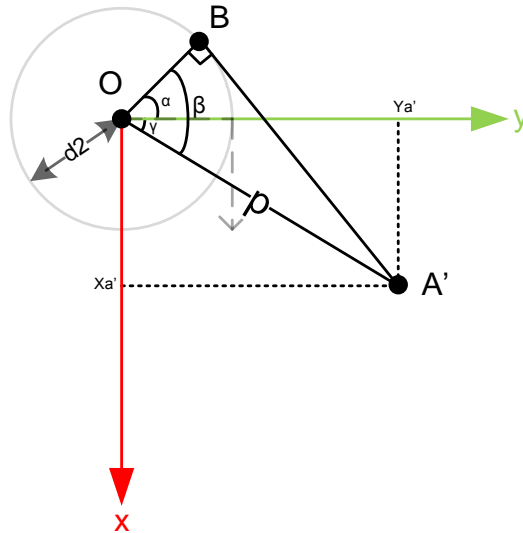
$${}^T Z_i = {}^i T R^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

---

### CALCUL POUR POINTER UN POINT DANS L'ESPACE

---

Le calcul est fait pour faire pointer l'axe  $y_2$  vers le point (nommé  $A(x_A, y_A, z_A)$ ) voulu. L'origine étant l'origine du repère 0. Le point  $B(x_B, y_B, z_B)$  est l'origine du repère 2. A' est le projeté de A sur le plan Oxy. Le schéma ci-dessous présente une vue de dessus du problème (le tilt est déjà tourné de -90° dans le schéma):



L'information que nous cherchons à obtenir est la valeur de  $\alpha$ . On voit que si, les valeurs  $\beta$  et  $\gamma$  sont déterminées alors le problème est résolu.

Calcul de  $\gamma$  :

En prenant le triangle rectangle formé par les points (A', O et le projeté de A' sur y), on obtient aisément :

$$\tan \gamma = \frac{x_{a'}}{y_{a'}}$$

D'où :

$$\gamma = \text{atan} \frac{x_{a'}}{y_{a'}}$$

Calcul de  $\beta$  :

En prenant le triangle rectangle formé par les points (O, A', B), on obtient :

$$\cos \beta = \frac{OB}{p}$$

Or :

$$OB = d_2$$

$$p = \sqrt{x_{a'}^2 + y_{a'}^2}$$

D'où :

$$\beta = \text{acos} \frac{d_2}{\sqrt{x_{a'}^2 + y_{a'}^2}}$$

Ce qui donne au final :

$$\alpha = \beta - \gamma$$

$$\alpha = \arccos \frac{d_2}{\sqrt{x_{a'}^2 + y_{a'}^2}} - \arctan \frac{x_{a'}}{y_{a'}}$$

Or :

$$\begin{aligned} x_{a'} &= x_a \\ y_{a'} &= y_a \end{aligned}$$

On a donc :

$$\alpha = \arccos \frac{d_2}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2}} - \arctan \frac{x_a}{y_a}$$

La valeur de l'angle du premier axe (pan) est donc déterminée, il faut maintenant trouver la valeur du deuxième angle (pour l'axe du tilt).

Dans le triangle formé par les points (BAA'), on a :

$$\tan \widehat{ABA'} = \frac{AA'}{BA'}$$

Or :

$$AA' = z_a$$

Avec le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle formé par les points (O,B,A'), on obtient :

$$BA'^2 = p^2 - d_2^2$$

D'où :

$$\widehat{ABA'} = \arctan \frac{z_a}{\sqrt{p^2 - d_2^2}}$$

Comme dans le schéma, le tilt est déjà tourné de -90° de plus le sens positif du tilt étant dans l'autre sens, on obtient :

$$\widehat{tilt} = -\arctan \frac{z_a}{\sqrt{p^2 - d_2^2}} - 90^\circ$$

En récapitulant on obtient,

$$\begin{aligned} \widehat{pan} &= \arccos \frac{d_2}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2}} - \arctan \frac{x_a}{y_a} \\ \widehat{tilt} &= -\arctan \frac{z_a}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2 - d_2^2}} - 90^\circ \end{aligned}$$

Il existe une autre solution :

$$\widehat{pan} = -\arccos \frac{d_2}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2}} - \arctan \frac{x_a}{y_a}$$

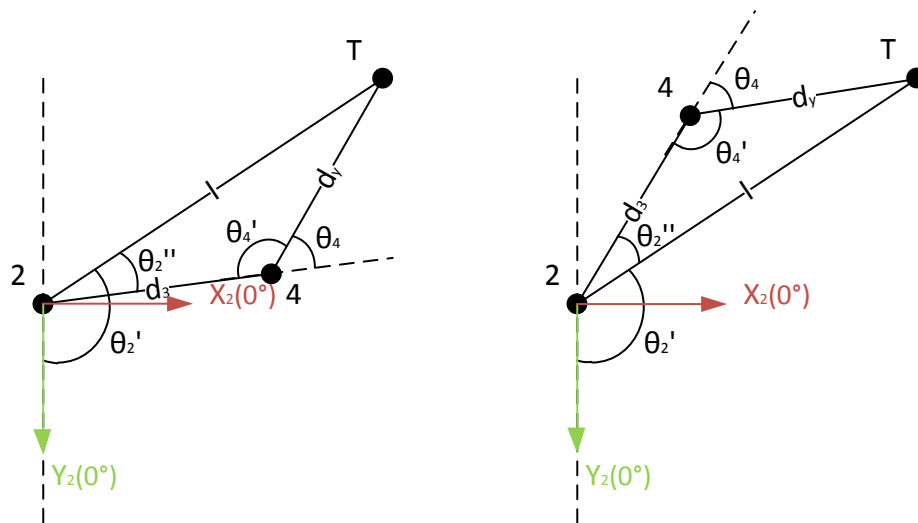
$$\widehat{tilt} = \arctan \frac{z_a}{x_a^2 + y_a^2 - d_2^2} + 90^\circ$$

Faire bien pointer le gripper, ajouter les décalages d'après

détermination du bon signe pour le acos du pan, + ou- 90° ?

## CALCUL SIMPLIFIÉ DE LA CINÉMATIQUE INVERSE

Pour ce calcul simplifié de la cinématique inverse, les décalages  $a_3$ ,  $d_4$  et  $d_z$  sont négligés. Cela simplifie le calcul et le but de ce calcul de cinématique inverse est d'obtenir une approximation des angles pour 'aider' la cinématique inverse fournie par ROS. Si on utilise le calcul de pointage vu précédemment, on obtient la valeur pour le premier axe et une direction pour le deuxième axe que l'on nomme  $\theta_2'$ . Pour une valeur de  $\theta_3$  donnée (ici  $0^\circ$ ), il est possible de déterminer, à l'aide de la distance entre le centre du repère 2 et le centre du repère Tool, la valeur de décalage ( $\theta_2''$ ) pour obtenir l'angle approché pour  $\theta_2$  ainsi que l'angle fait par le coude ( $\theta_3$ ). Dans cette configuration, il existe deux solutions. Une assez naturelle, l'autre non (car elle implique d'avoir le coude inversé). On ne peut néanmoins pas la négliger car, par conception, le coude peut aller plus loin en négative qu'en position ce qui nous donne un plus grand espace de travail. Voici, un schéma présentant les deux configurations possibles :



Solution 1 : 'naturel'

Solution 2 : 'coude inversé'

Explications des termes :

- 2 : Centre du repère 2
- 4 : Centre du repère 4
- T : Centre du repère Tool (à la position voulu)
- l : Longueur entre le centre du repère 2 et la position souhaité

Calcul de l :

On connaît la position du point à atteindre dans le repère 0, il suffit donc de passer de ce repère à celui voulu (repère 2). Comme seule la distance entre le centre du repère 2 et le point à atteindre on peut utiliser la matrice de transformation  ${}^0_2T$  avec  $\theta_2 = 0^\circ$ . Ce qui nous donne :

$$\begin{bmatrix} {}^2x_p \\ {}^2y_p \\ {}^2z_p \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0_2T^{-1} * \begin{bmatrix} {}^0x_p \\ {}^0y_p \\ {}^0z_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

D'où :

$$l = \sqrt{{}^2x_p^2 + {}^2y_p^2 + {}^2z_p^2}$$

A vérifier

Calcul de  $\theta_2$  :

Pour obtenir  $\theta_2$ , on voit aisément que l'angle voulu vaut :

Solution 1 :

$$\theta_2 = \theta_2' - \theta_2''$$

Solution 2 :

$$\theta_2 = \theta_2' + \theta_2''$$

Dépend de la valeur de  $\theta_2'$  ? (non je ne pense pas mais à vérifier)

Attention aux signes, à revoir

Or nous pouvons déterminer la valeur de  $\theta_2'$  à l'aide des calculs donnés dans la section pour pointer. Il reste donc à déterminer  $\theta_2''$ .

On peut le calculer à l'aide du théorème d'Al-Kashi appliqué au triangle formé par les points 2, 4 et T. On obtient :

$$d_y^2 = l^2 + d_3^2 - 2 * l * d_3 * \cos(\theta_2'')$$

D'où :

$$\cos(\theta_2'') = \frac{l^2 + d_3^2 - d_y^2}{2 * l * d_3}$$

Nous avons besoin uniquement de la valeur absolue de cet angle d'où :

$$\theta_2'' = \cos^{-1} \left( \frac{l^2 + d_3^2 - d_y^2}{2 * l * d_3} \right)$$

A vérifier

Calcul de  $\theta_4$  :

A l'aide du schéma, on voit rapidement que :



Solution 1 :

$$\theta_4 = 180^\circ - \theta_4'$$

Solution 2 :

$$\theta_4 = -(180^\circ - \theta_4')$$

Attention aux signes, à revoir

Il suffit donc de déterminer  $\theta_4'$ . On peut utiliser la même méthode que précédemment (théorème d'Al-Kashi). On obtient :

$$l^2 = d_y^2 + d_3^2 - 2 * d_y * d_3 * \cos(\theta_4')$$

D'où :

$$\cos(\theta_4') = \frac{d_y^2 + d_3^2 - l^2}{2 * d_y * d_3}$$

Nous avons besoin uniquement de la valeur absolue de cet angle d'où :

$$\theta_4' = \cos^{-1} \left( \frac{d_y^2 + d_3^2 - l^2}{2 * d_y * d_3} \right)$$

A vérifier

---

## COMPENSATION DE GRAVITE

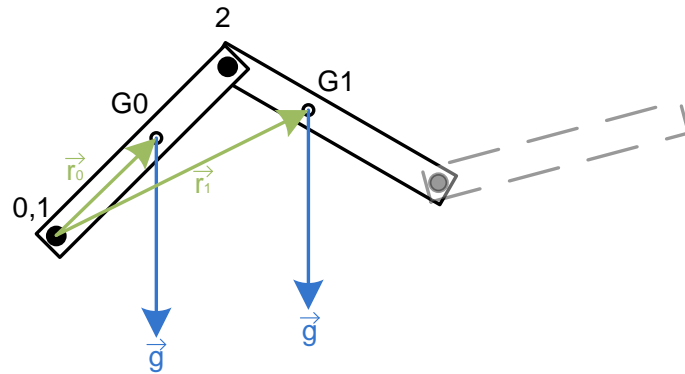
---

---

### CALCUL

---

Pour compenser le couple appliqué sur chaque axe, il suffit de calculer celui-ci puis d'ajouter à la commande en couple de chacun des moteurs un couple inverse de celui trouvé. Le schéma ci-dessous représente un exemple de bras en 2D, pour aider à déterminer la formule pour calculer les couples engendrés par la gravité. Dans ce schéma, 0, 1 et 2 représentent l'origine de leurs repères respectifs. G0 et G1 sont les centres de gravités des liens 0 et 1. (Il aurait été plus compréhensible de décaler les indices des M, G et  $\vec{r}$ , mais faire ainsi permet d'avoir des indices débutants à 0, ce qui est plus pratique à coder (notamment pour les tableaux qui commence à 0 dans la plupart des langages)).



Quelques définitions de termes utilisés :

$M_i$  : Couple au niveau du joint  $i$

${}^iG_j$  : Position du centre de gravité du lien  $j$  déterminé dans le repère  $i$

$m_j$  : Masse du lien  $j$

${}^ig$  : Gravité déterminé dans le repère  $i$

La définition générale pour le calcul du couple appliqué par plusieurs éléments à un point s'écrit ainsi :

$$M = \sum \vec{r} \times \vec{F}$$

Or ici seul la gravité est à considérer dans ce calcul, d'où :

$$M = \sum \vec{r} \times m\vec{g}$$

Dans l'exemple de la figure, on aurait donc pour le point 1 :

$$M_0 = \sum_{j=0}^n \vec{r}_j \times m_j \vec{g}$$

Où,  $m_j$  est la masse du lien  $j$ ,  $n$  le nombre d'éléments que comporte le bras (5) et  $M_0$  le couple appliqué au point 1 (toujours pour avoir des indices commençant à 0)

En généralisant un peu plus, on obtient :

$$M_i = \sum_{j=i}^n \vec{r}_j \times m_j \vec{g}$$

Pour mener à bien ce calcul, il faut donc déterminer tous les vecteurs  $\vec{r}$  et  $\vec{g}$ .

Calcul des vecteurs  $\vec{r}$  :

Les vecteurs  $\vec{r}$  sont les vecteurs allant du point où on veut calculer le couple au point désignant le centre de gravité d'un des éléments appliquant le couple. Donc assez intuitivement cela nous donne :

$$\vec{r}_j = \begin{bmatrix} G_{j_x} - O_{i_x} \\ G_{j_y} - O_{i_y} \\ G_{j_z} - O_{i_z} \end{bmatrix}$$

Pour faire le calcul, il est arrangeant de le faire dans le repère ayant pour origine le point où l'on souhaite calculer le couple, c'est-à-dire le repère i. Ce qui donne :

$${}^i\vec{r}_j = \begin{bmatrix} {}^iG_{j_x} - {}^iO_{i_x} \\ {}^iG_{j_y} - {}^iO_{i_y} \\ {}^iG_{j_z} - {}^iO_{i_z} \end{bmatrix}$$

Or on a par définition,

$${}^iO_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

D'où :

$${}^i\vec{r}_j = {}^iG_j$$

Or  ${}^iG_j$  n'est pas connu, seulement  ${}^jG_j$  l'est. Pour passer de l'un à l'autre, il suffit d'utiliser les matrices de transformation (qui sont connues), ainsi on sait que :

$$\begin{bmatrix} {}^iG_j \\ 1 \end{bmatrix} = {}^i_jT \begin{bmatrix} {}^jG_j \\ 1 \end{bmatrix}$$

Or :

$${}^i_jT = \prod_{z=i}^{j-1} {}^z_{z+1}T$$

On a donc :

$$\begin{bmatrix} {}^iG_j \\ 1 \end{bmatrix} = \prod_{z=i}^{j-1} {}^z_{z+1}T \begin{bmatrix} {}^jG_j \\ 1 \end{bmatrix}$$

Calcul des  $\vec{g}$  :

On suppose la gravité constante dans l'espace, quelque soit le point pris en considération,  $\vec{g}$  possède la même valeur, la même direction et le même sens. On connaît la valeur, la direction et le sens de ce vecteur dans le repère 0 :

$${}^0\vec{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

Il suffit donc d'appliquer les bonnes rotations pour déterminer la direction et le sens de ce vecteur dans le repère voulu (ici i) :

$${}^i\vec{g} = {}^iR {}^0\vec{g}$$

Ou :

$${}^i\vec{g} = {}^0R^{-1} {}^i\vec{g}$$

Or :

$${}^0R^{-1} = \left[ \prod_{z=0}^{i-1} {}^{z+1}R \right]^{-1}$$

D'où :

$${}^i\vec{g} = \left[ \prod_{z=0}^{i-1} {}^{z+1}R \right]^{-1} {}^0\vec{g}$$

Ce qui nous donne au final la formule :

$$M_i = \sum_{j=i}^n m_j \left( {}^iG_j \times \left( \left[ \prod_{z=0}^{i-1} {}^{z+1}R \right]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \right) \right)$$

Où  ${}^iG_j$  est déterminé à l'aide de l'expression :

$$\begin{bmatrix} {}^iG_j \\ 1 \end{bmatrix} = \left( \prod_{z=i}^{j-1} {}^{z+1}T \begin{bmatrix} {}^jG_j \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

Finalement, pour déterminer le couple appliqué par la suite du bras sur le point i, il suffit de prendre la composante z de  $M_i$  (Car les axes de rotation des éléments ont pour direction  $\vec{z}_i$ ). Ce qui donne :

$$coupleAuPointi = M_{i_z}$$



Dans le code, la matrice de rotation ou de transformation  ${}_{z+1}^zMatrice$  est désigné par  $Matrice[z]$ ,  $M_i = M[i - 1]$ ,  $m_i = m[i - 1]$ ,  ${}^i\vec{g} = {}^i\vec{g}$ ,  $G_i = G[i - 1]$ . Ceci permettant d'avoir des indices commençant à 0. La formule réellement implémentée est donc :

$$M[i] = \sum_{j=i+1}^5 m[j - 1] \left( {}^{i+1}G[j - 1] \times \left( \left[ \prod_{z=0}^i {}^{z+1}R \right]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \right) \right)$$

Où  ${}^{i+1}G[j-1]$  est déterminé à l'aide de l'expression :

$$\begin{bmatrix} {}^{i+1}G[j-1] \\ 1 \end{bmatrix} = \left( \prod_{z=i+1}^{j-1} {}^{z+1}_z T \begin{bmatrix} {}^j G[j-1] \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

## VALEURS CALCULEES VS VALEURS MESUREES

Valeurs des angles lors de la mesure				Valeurs du couple des angles (en unité du capteur)			
$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$M_{1z}$	$M_{2z}$	$M_{3z}$	$M_{4z}$
0°	0°	0°	0°	???	900	200	360
0°	-90°	0°	0°	-500	-17200	-590	-4190
0°	-90°	-90°	-80°	-490	-15650	-2340	230
0°	-90°	-90°	0°	-450	-17190	1860	140
0°	-90°	0°	-80°	-450	-15700	-500	-2490

Taux de conversion pour les axes 1 et 2 = 0.00086029 Nm/unité

Taux de conversion pour les axes 3 et 4 = 0.000546185 Nm/unité

Ces taux de conversion permettent de calculer le tableau suivant :

Valeurs des angles lors de la mesure				Valeurs du couple des angles (en Nm)			
$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$M_{1z}$	$M_{2z}$	$M_{3z}$	$M_{4z}$
0°	0°	0°	0°	???	0.774261	0.109237	0.1966266
0°	-90°	0°	0°	-0.430145	-14.79698	-0.322249	-2.288515
0°	-90°	-90°	-80°	-0.421542	-13.46354	-1.278072	0.12562255
0°	-90°	-90°	0°	-0.387130	-14.78839	1.0159041	0.0764659
0°	-90°	0°	-80°	-0.387130	-13.50655	-0.273092	-1.36

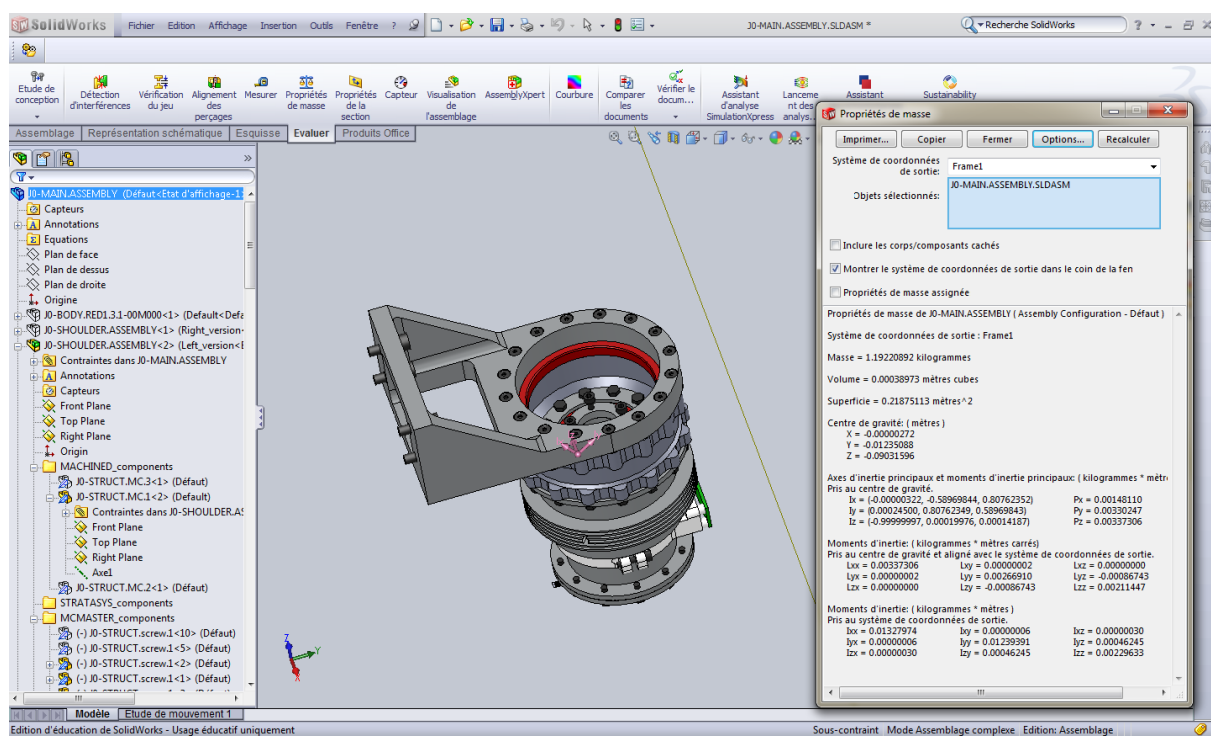
Voici, ci-dessous, les valeurs calculé à l'aide du modèle

Valeurs des angles lors du calcul				Valeurs du couple des angles (en Nm)			
$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$M_{1z}$	$M_{2z}$	$M_{3z}$	$M_{4z}$
0°	0°	0°	0°	0	-0.970334	0	-0.077171
0°	-90°	0°	0°	0	14.8246	-0.482817	2.87023
0°	-90°	-90°	-80°	0	12.5288	-1.92007	6 <sup>e</sup> -9
0°	-90°	-90°	0°	0	14.8246	0.970334	5 <sup>e</sup> -9
0°	-90°	0°	-80°	0	12.5288	-0.482817	0.574409

## PROPRIETES DE MASSE

Les propriétés de masse des éléments suivant ont été prises sur le bras gauche. Les repère par rapport auxquels les centres de gravité et les matrices d'inertie sont les mêmes que ceux utilisés précédemment (voir Figure 1). On peut voir l'orientation du repère de référence en bas à gauche des figures (⚠ la position de ce repère est fausse, ce repère n'est mis là que pour donner l'orientation).

## PARTIE FIXE DE L'EPAULE



Repère de référence : Repère  $(X_1, Y_1, Z_1)$  qui est équivalent au repère  $(X_0, Y_0, Z_0)$  dans la configuration du modèle sous SolidWorks ( $\theta_1 = 0$ ).

Masse = 1,19220892 kg

Centre de gravité :

$X = -0,00000272 \text{ m}$

$Y = -0,01235088 \text{ m}$

$Z = -0,09031596 \text{ m}$

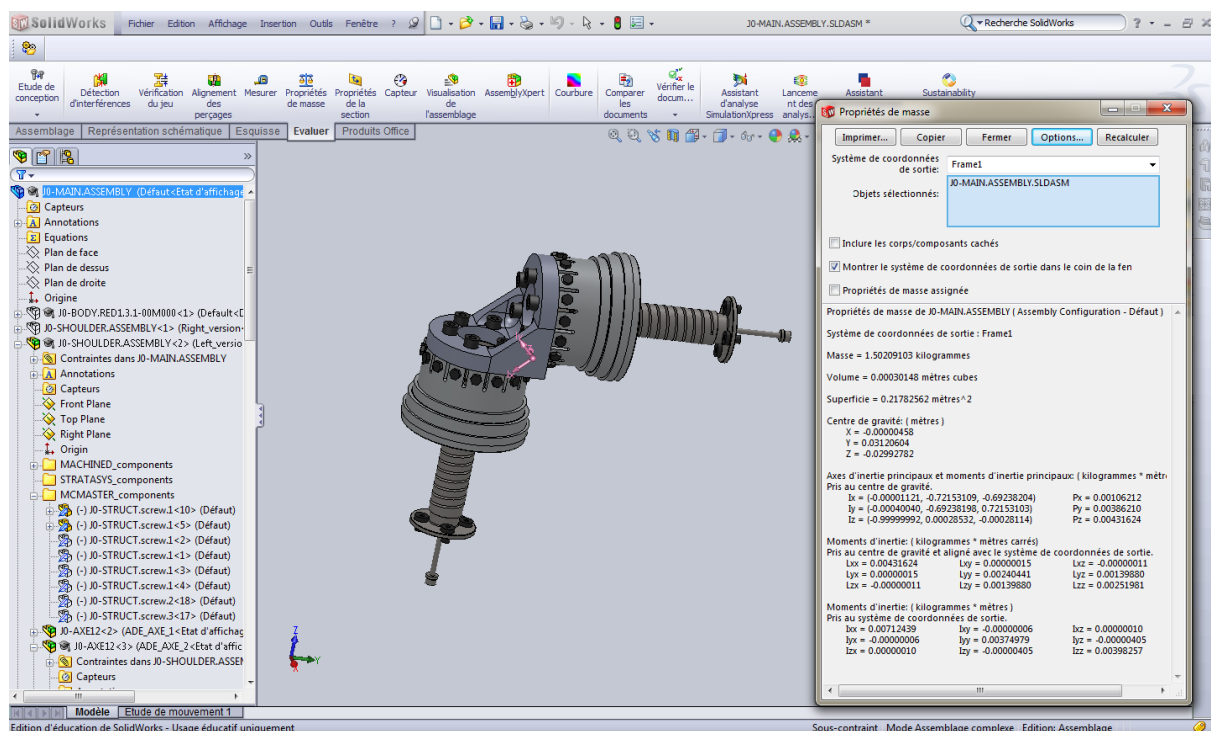
Matrice d'inertie : (en kg\*m)

$ixx = 0,01327974$        $ixy = 0,00000006$        $ixz = 0,00000030$

$iyy = 0,01239391$        $iyz = 0,00046245$

$izz = 0,00229633$

## PREMIER ELEMENT MOBILE DE L'EPAULE (PAN)



Repère de référence : Repère ( $X_1, Y_1, Z_1$ )

Masse = 1,50209103 kg

Centre de gravité :

$X = -0,00000458 \text{ m}$

$Y = 0,03120604 \text{ m}$

$Z = -0,02992782 \text{ m}$

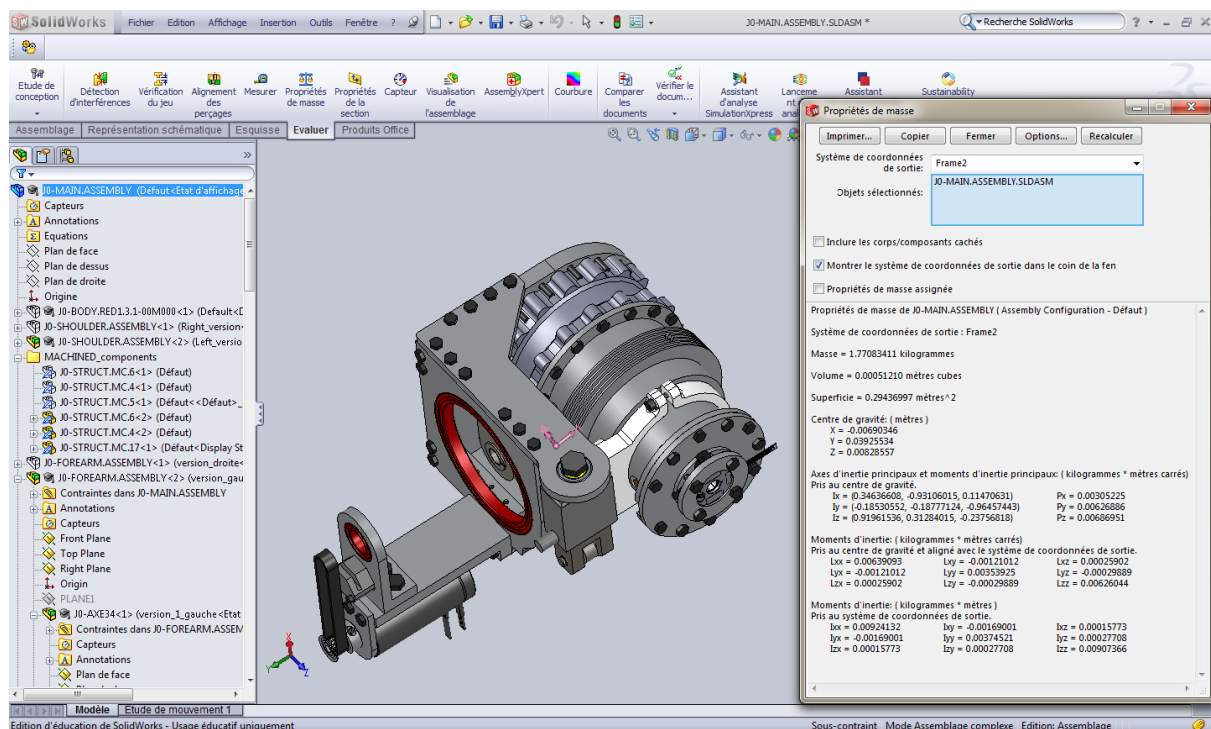
Matrice d'inertie : (en  $\text{kg} \cdot \text{m}$ )

$ixx = 0,00712439$        $ixy = -0,00000006$        $ixz = 0,00000010$

$iyy = 0,00374979$        $iyz = -0,00000405$

$izz = 0,00398257$

## DEUXIEME ELEMENT MOBILE DE L'EPAULE (TILT)





Repère de référence : Repère ( $X_2, Y_2, Z_2$ )

Masse = 1,77083411 kg

Centre de gravité :

X = - 0,00690346 m

Y = 0,03925534 m

Z = - 0,00828557 m

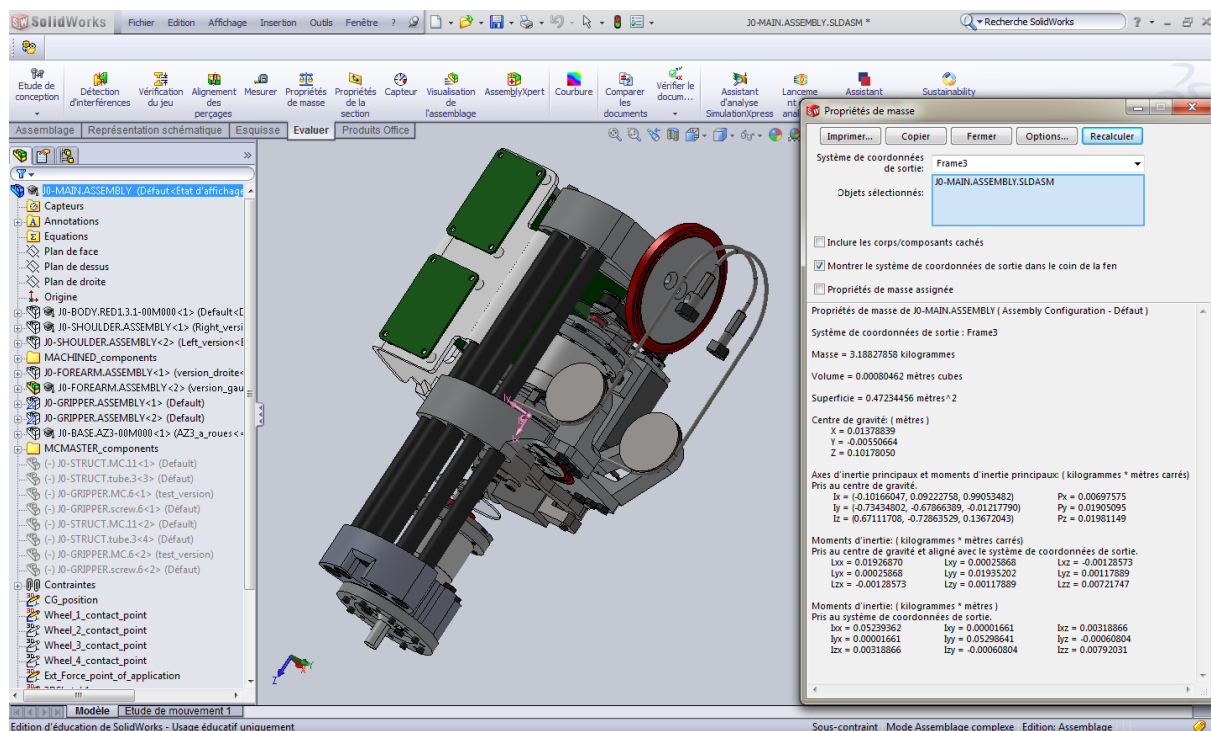
Matrice d'inertie : (en kg\*m)

ixx = 0,00924132      ixy = - 0,00169001      ixz = 0,00015773

         iyy = 0,00374521      iyz = 0,00027708

                 izz = 0,00907366

## HAUT DU BRAS (ROLL)



Repère de référence : Repère ( $X_3, Y_3, Z_3$ )

Masse = 3,18827858 kg

Centre de gravité :

X = 0,01378839 m

Y = - 0,00550664 m

Z = 0,10178050 m

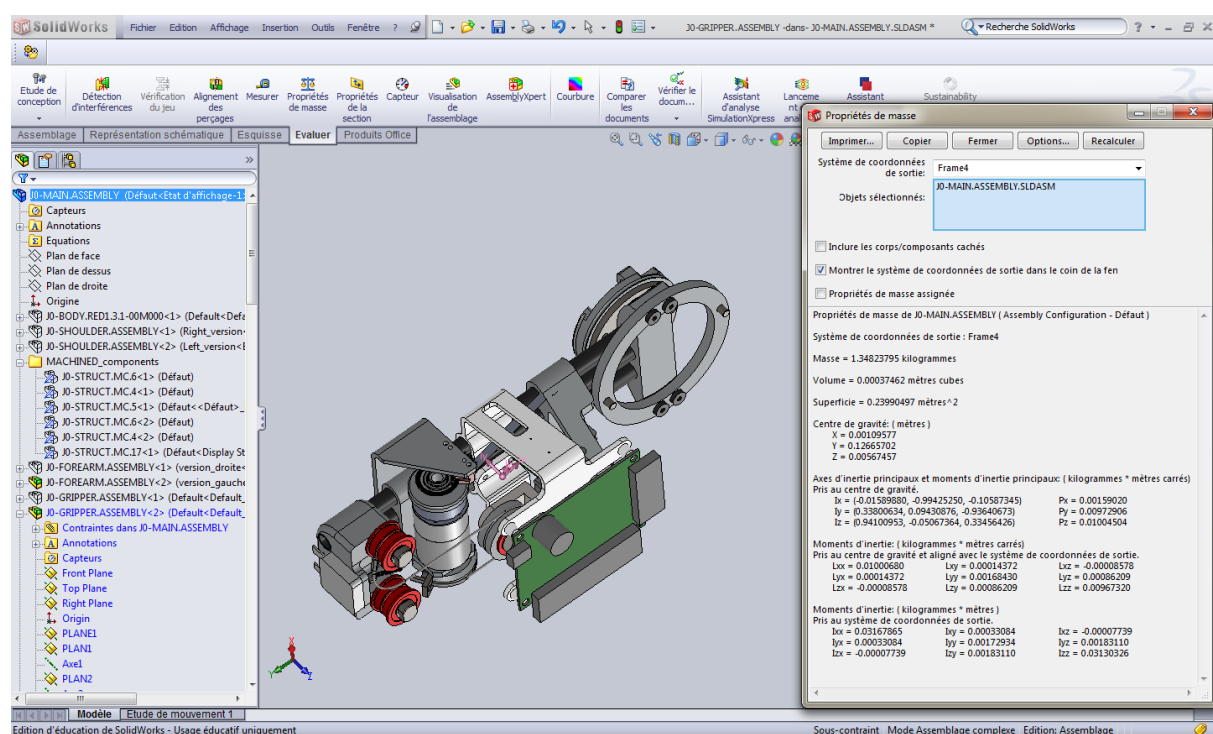
Matrice d'inertie : (en kg\*m)

ixx = 0,05239362      ixy = 0,00001661      ixz = 0,00318866

                         iyy = 0,05298641      iyz = - 0,00060804

                                 izz = 0,00792031

## AVANT BRAS



Repère de référence : Repère ( $X_4, Y_4, Z_4$ )

Masse = 1,34823795 kg

Centre de gravité :

X = 0,00109577 m

Y = 0,12665702 m

Z = 0,00567457 m

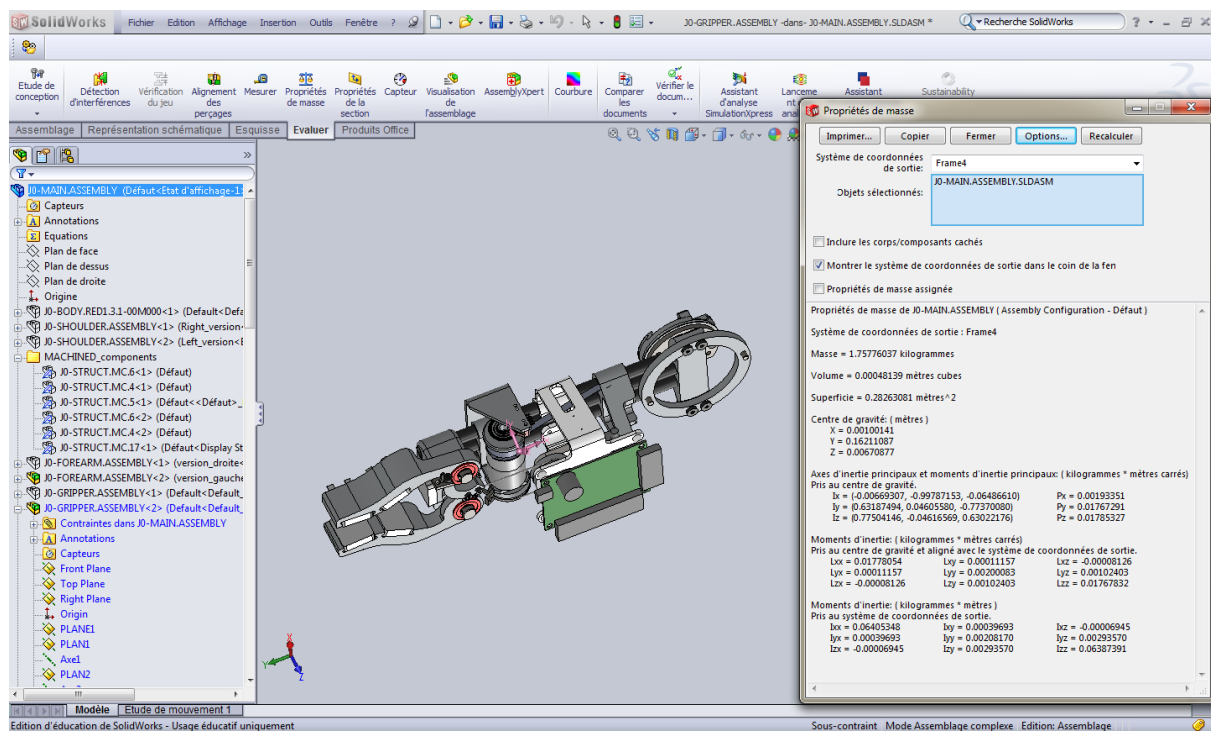
Matrice d'inertie : (en kg\*m)

ixx = 0,03167865      ixy = 0,00033084      ixz = -0,00007739

                         iyy = 0,00172634      iyz = 0,00183110

                         izz = 0,03130326

## AVANT BRAS (AVEC LA PINCE)



Repère de référence : Repère ( $X_4, Y_4, Z_4$ )

Masse = 1,75776037 kg

Centre de gravité :

X = 0,00100141 m

Y = 0,16211087 m

Z = 0,00670877 m

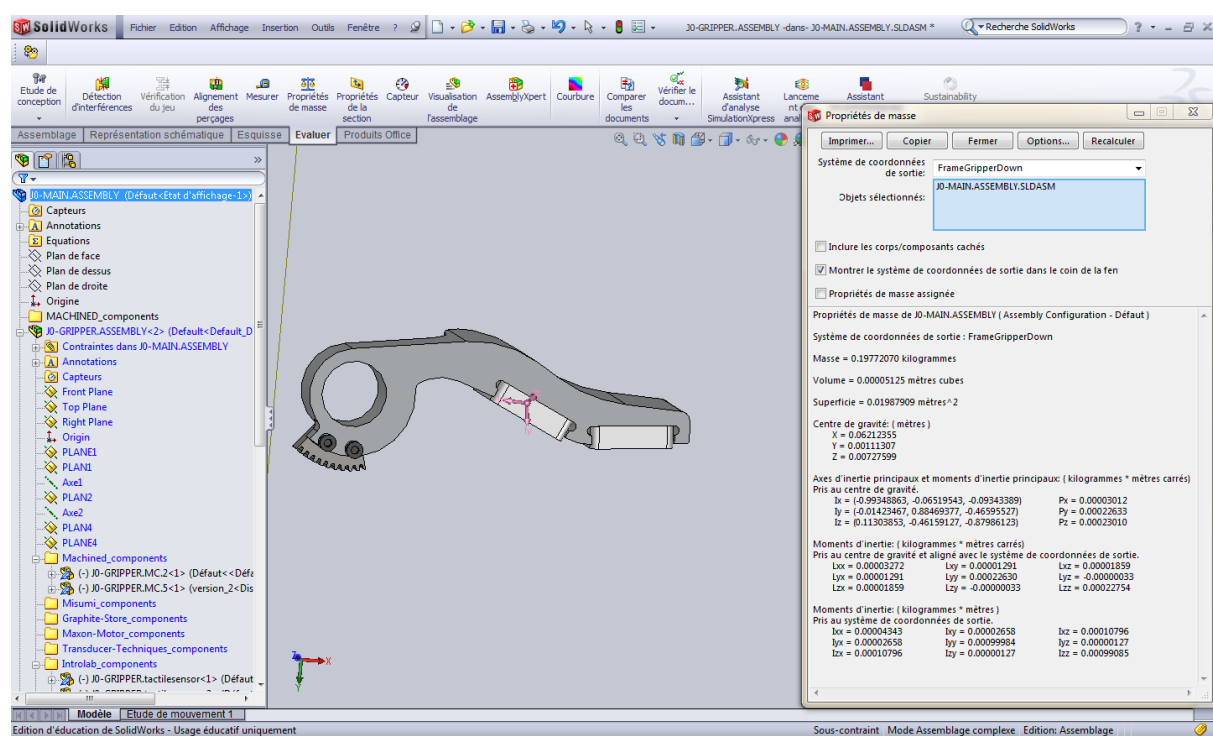
Matrice d'inertie : (en kg\*m)

ixx = 0,06405348      ixy = 0,00039693      ixz = -0,00006945

                         iyy = 0,00208170      iyz = 0,00293570

   izz = 0,06387391

## PINCE BAS



Repère de référence : Repère ( $X_{GD}$ ,  $Y_{GD}$ ,  $Z_{GD}$ )

Masse = 0,19772070 kg

Centre de gravité :

X = 0,06212355 m

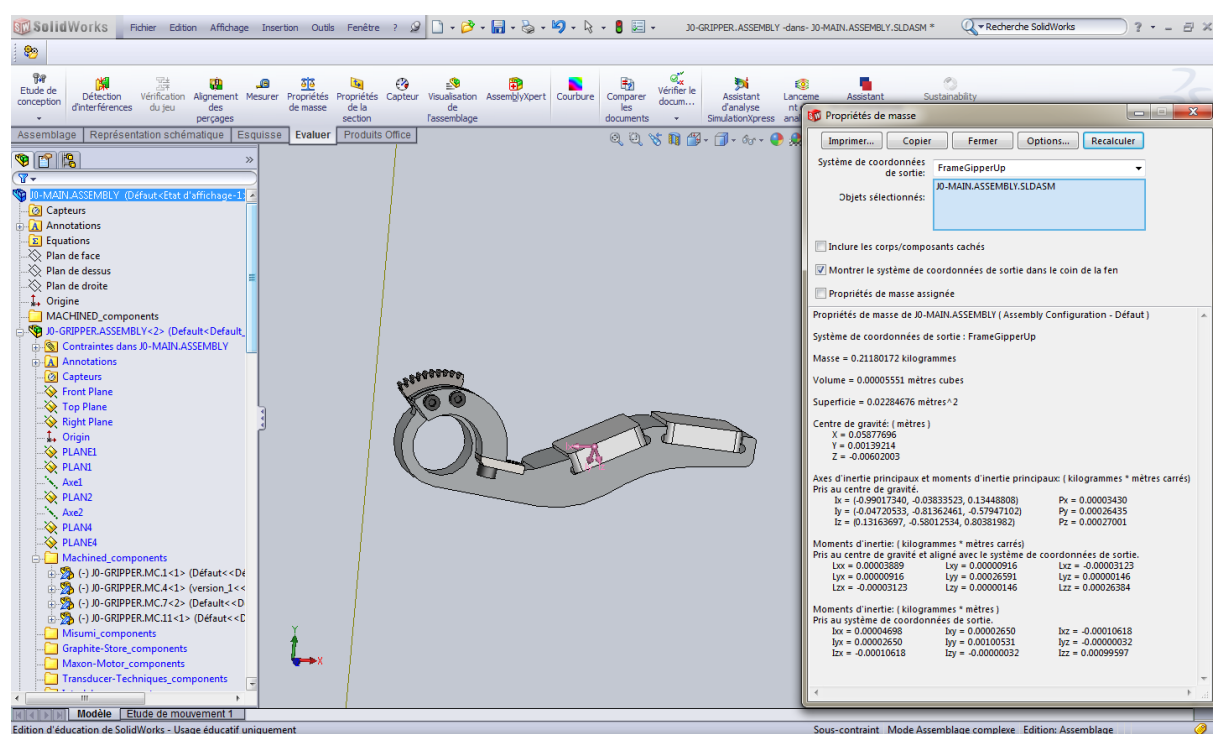
Y = 0,00111307 m

Z = 0,00727599 m

Matrice d'inertie : (en kg\*m)

ixx = 0,00004343	ixy = 0,00002658	ixz = 0,00010796
	iyy = 0,00099984	iyz = 0,00000127
		izz = 0,00099085

## PINCE HAUT



Repère de référence : Repère ( $X_{GU}, Y_{GU}, Z_{GU}$ )

Masse = 0,21180172 kg

Centre de gravité :

X = 0,05877696 m

Y = 0,00139214 m

Z = - 0,00602003 m

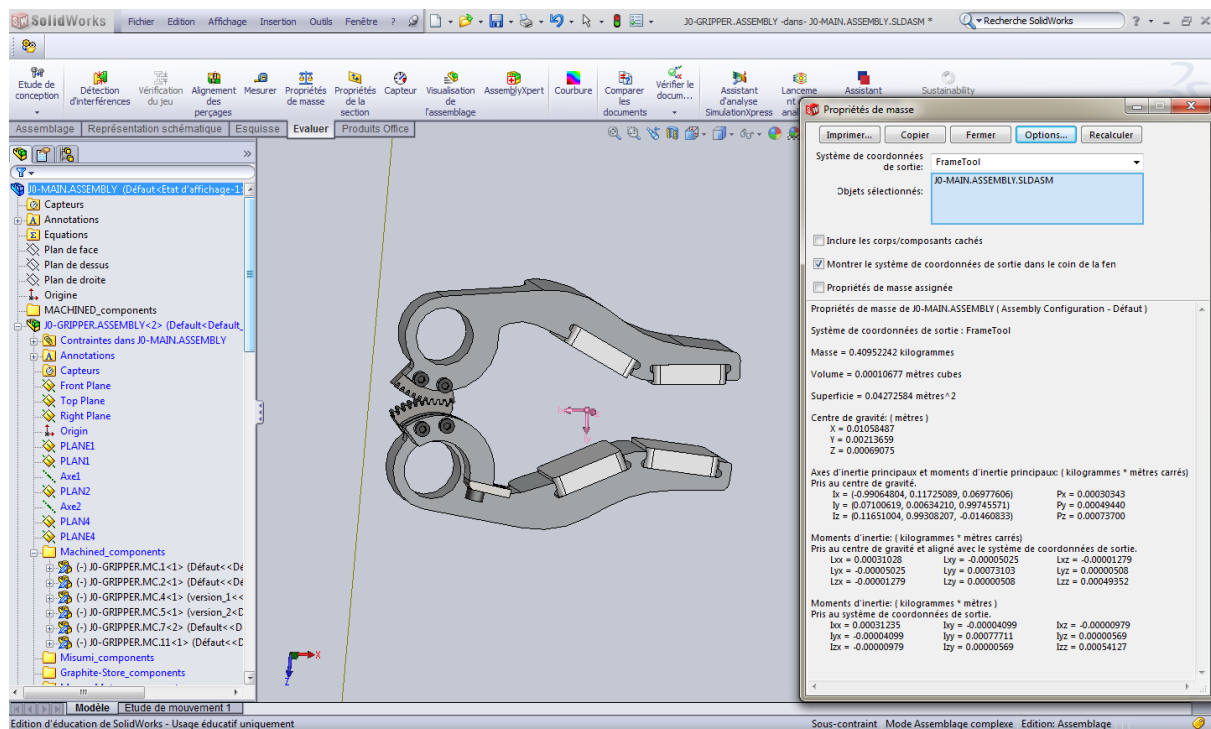
Matrice d'inertie : (en kg\*m)

ixx = 0,00004698      ixy = 0,00002650      ixz = - 0,00010618

                         iyy = 0,00100531      iyz = - 0,00000032

                                 izz = 0,00099597

## PINCE HAUT



Repère de référence : Repère ( $X_T, Y_T, Z_T$ )

Masse = 0,40952242 kg

Centre de gravité :

X = 0,01058487 m

Y = 0,00213659 m

Z = 0,00069075 m

Matrice d'inertie : (en kg\*m)

ixx = 0,00031235      ixy = - 0,00001099      ixz = - 0,00000979

         iyy = 0,00077711      iyz = 0,00000569

                 izz = 0,00054127

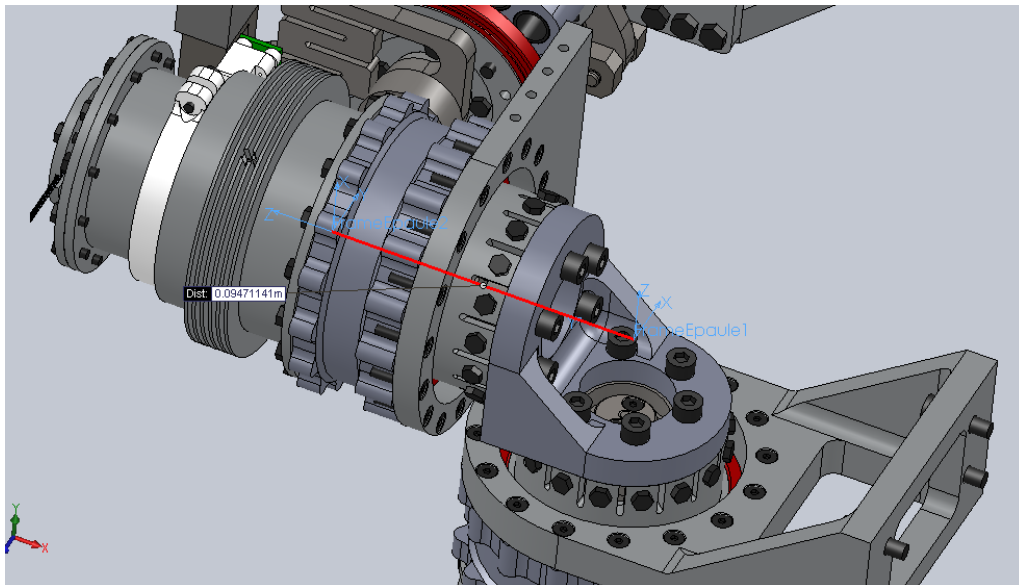
## DISTANCE ENTRE LES DIFFERENTS REPERES

---

Les images mises sont celles pour le bras gauche, mais, de par la conception, les valeurs sont les mêmes pour le bras droit (certains signes peuvent néanmoins être différents)

### DISTANCE ENTRE LE REPERE 1 ET LE REPERE 2

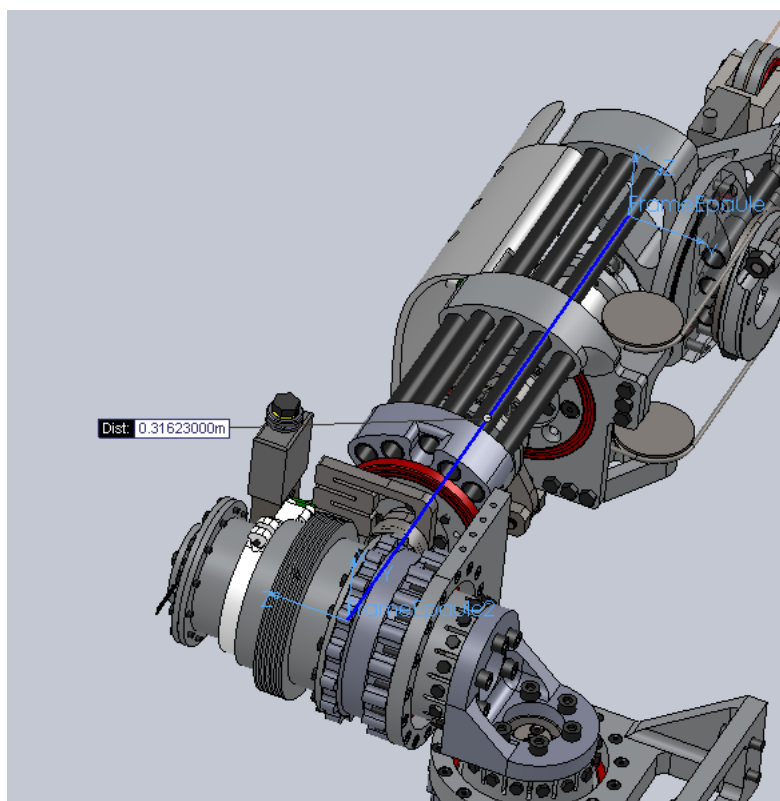
---



$$d_2 = 0,09471141 \text{ m}$$

### DISTANCE ENTRE LE REPERE 2 ET LE REPERE 3

---



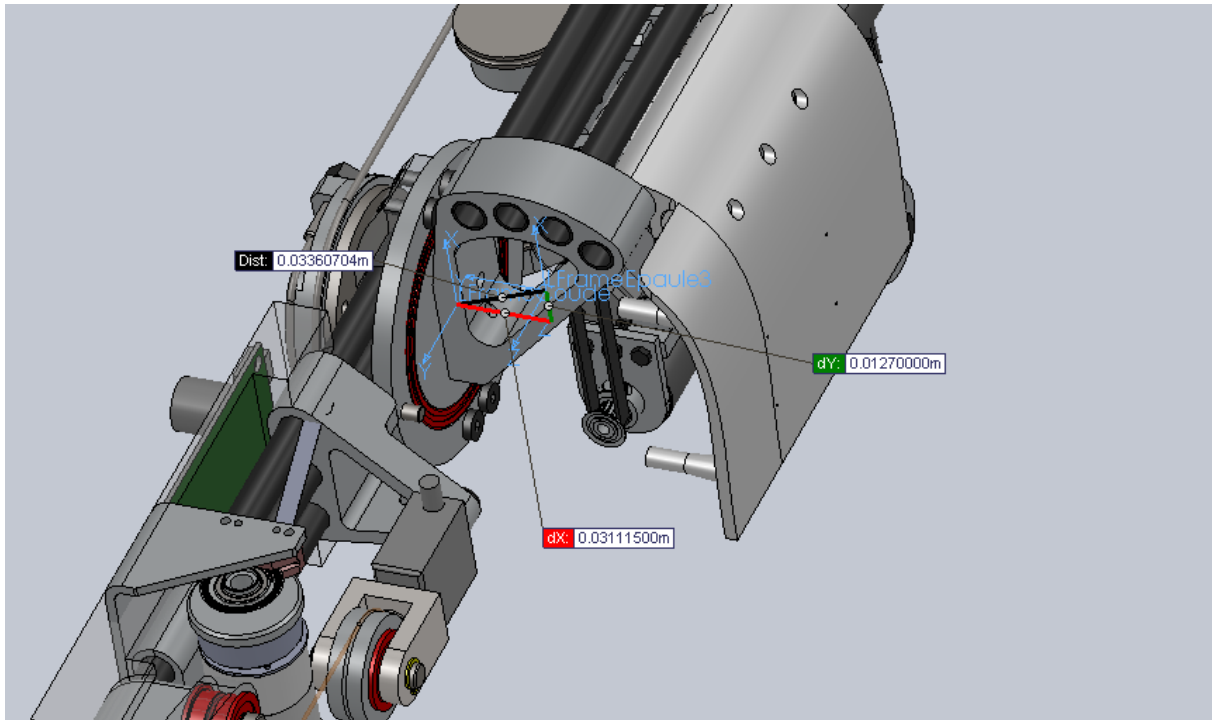


$$d_3 = 0,31623 \text{ m}$$

---

#### DISTANCE ENTRE LE REPERE 3 ET LE REPERE 4

---



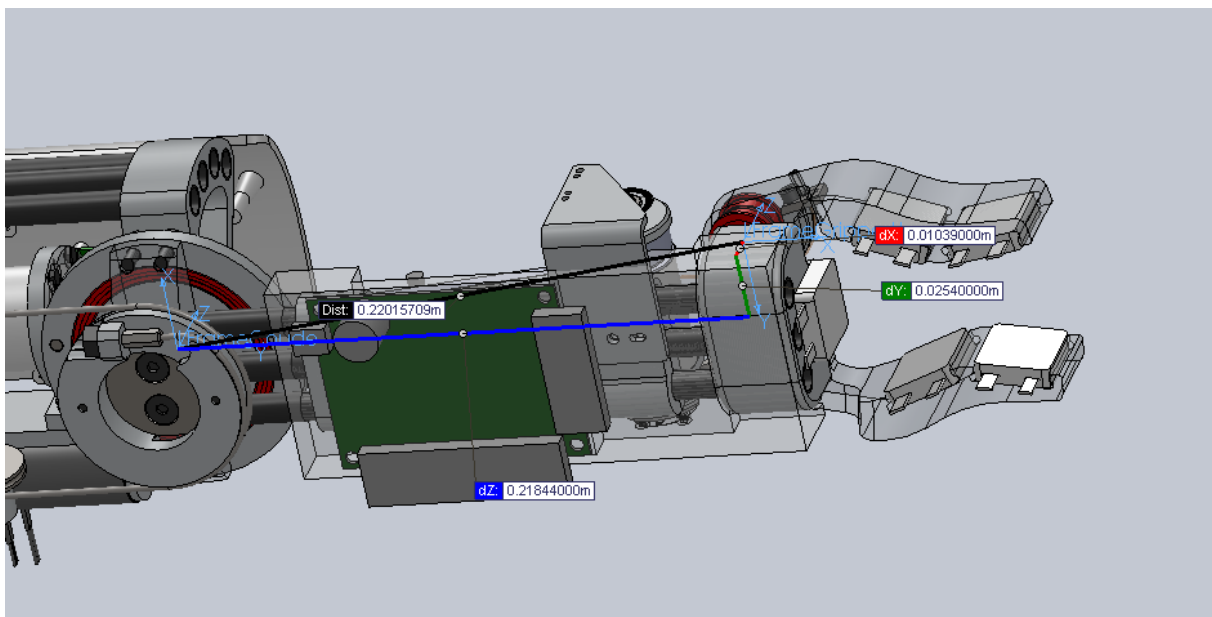
$$a_3 = 0,0127 \text{ m}$$

$$d_4 = 0,031115 \text{ m}$$

---

#### DISTANCE ENTRE LE REPERE 4 ET LE REPERE DE LA PINCE DU HAUT

---



$$d_x = 0,0254 \text{ m}$$

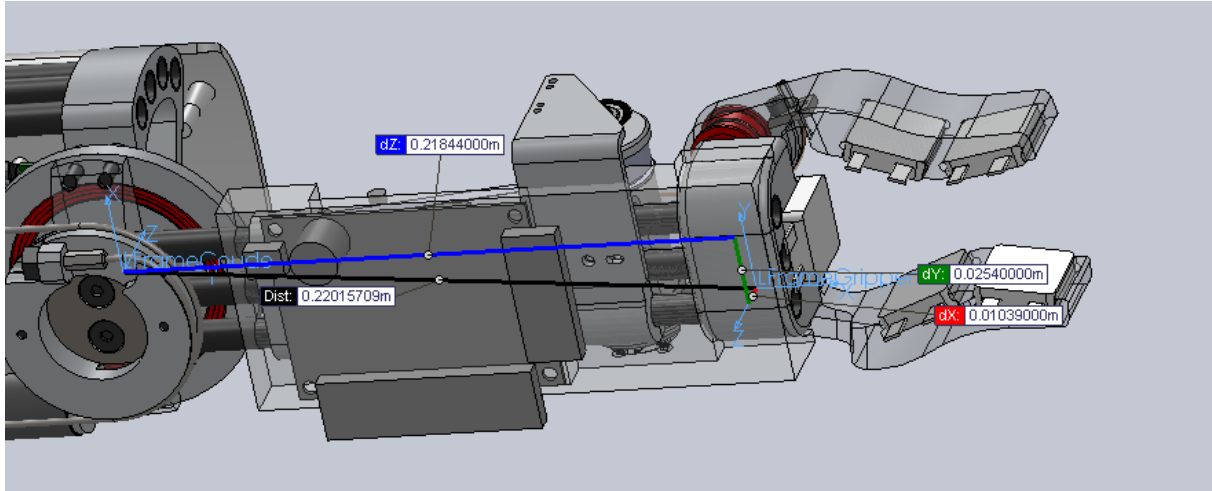
$$d_y = 0,21844 \text{ m}$$

$$d_z = 0,01039 \text{ m}$$

---

#### DISTANCE ENTRE LE REPERE 4 ET LE REPERE DE LA PINCE DU BAS

---



$$d_x = -0,0254 \text{ m}$$

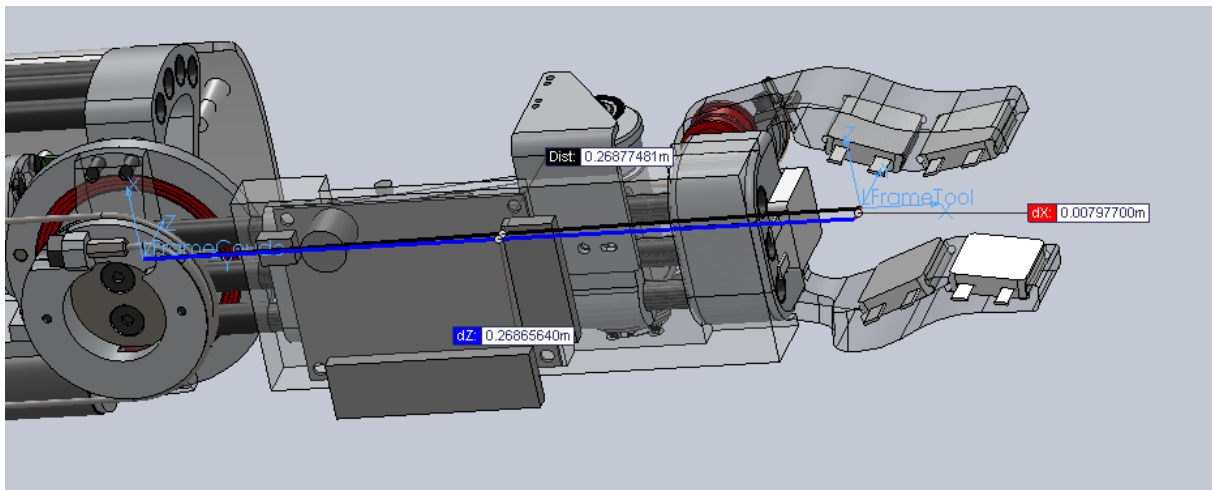
$$d_y = 0,21844 \text{ m}$$

$$d_z = 0,01039 \text{ m}$$

---

#### DISTANCE ENTRE LE REPERE 4 ET LE REPERE OUTIL

---



$$d_x = 0 \text{ m}$$

$$d_y = 0,2686564 \text{ m}$$

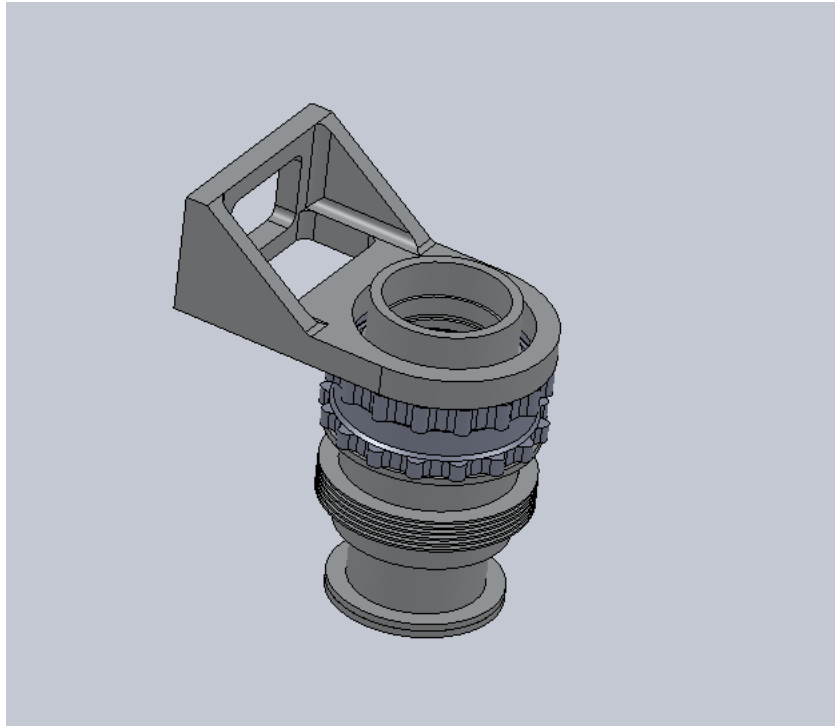
$$d_z = 0,007977 \text{ m}$$

## ELEMENTS SIMPLIFIES

---

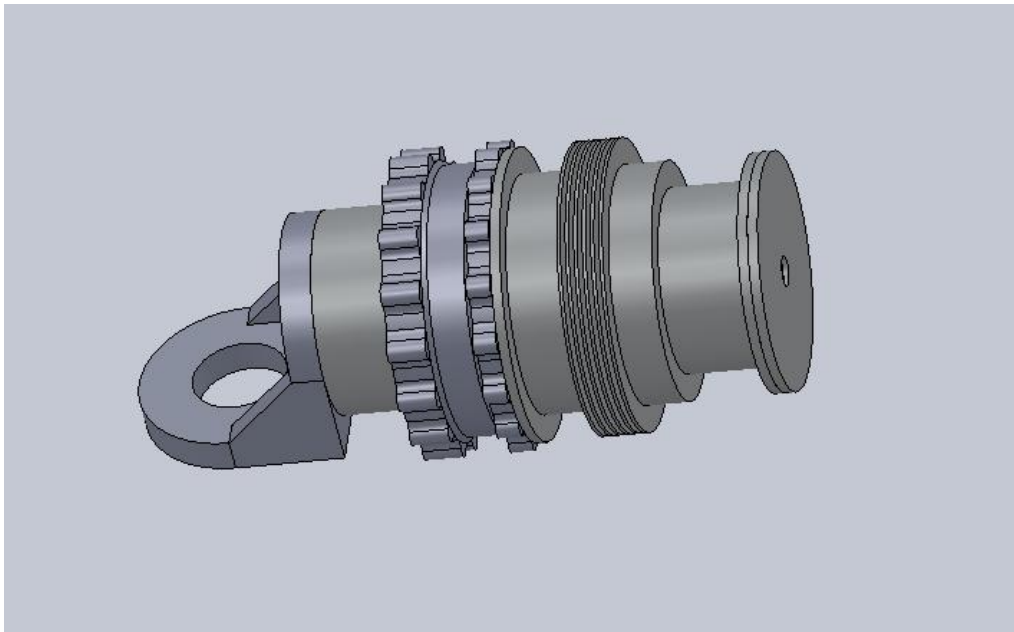
### PARTIE FIXE DE L'EPAULE

---



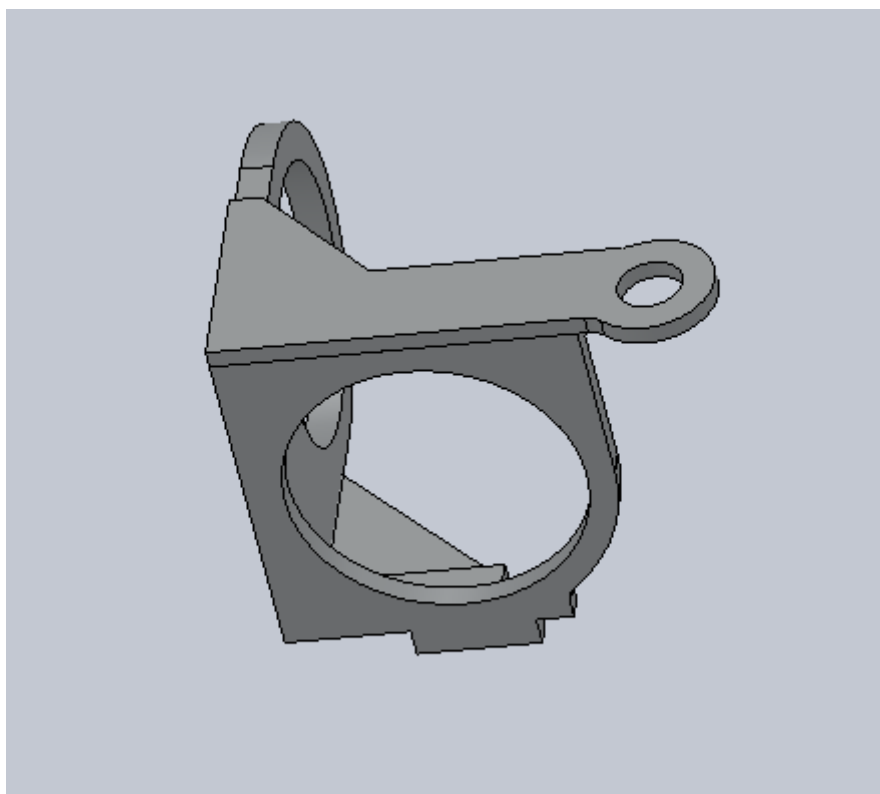
### PREMIER ELEMENT MOBILE DE L'EPAULE (PAN)

---



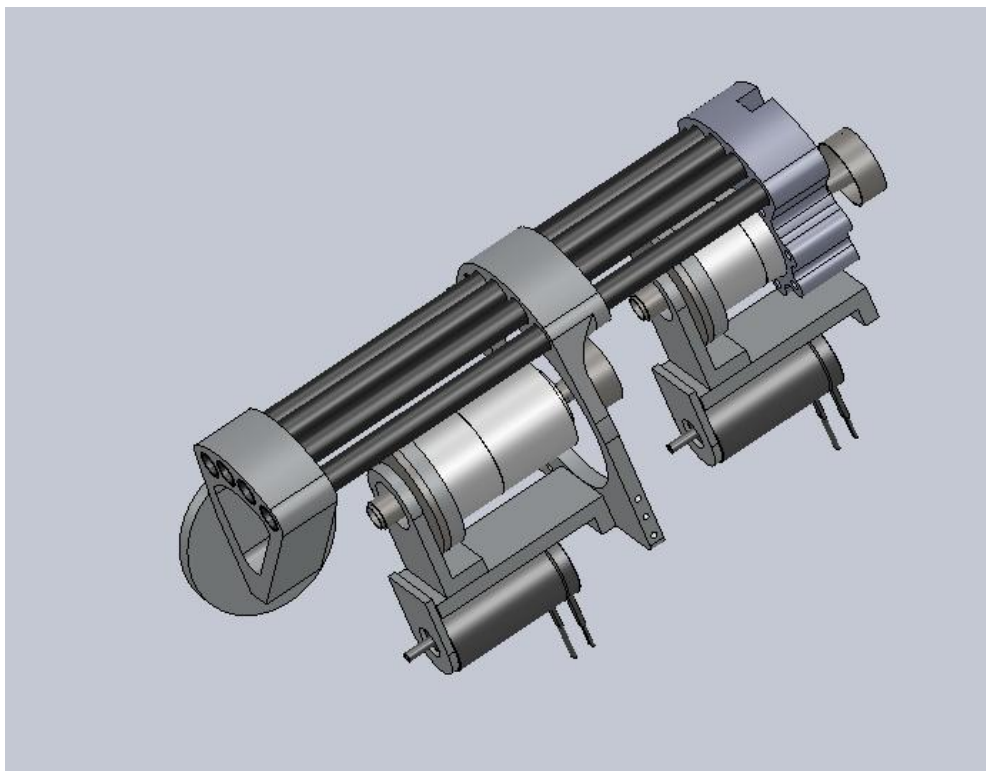
## DEUXIEME ELEMENT MOBILE DE L'EPAULE (TILT)

---



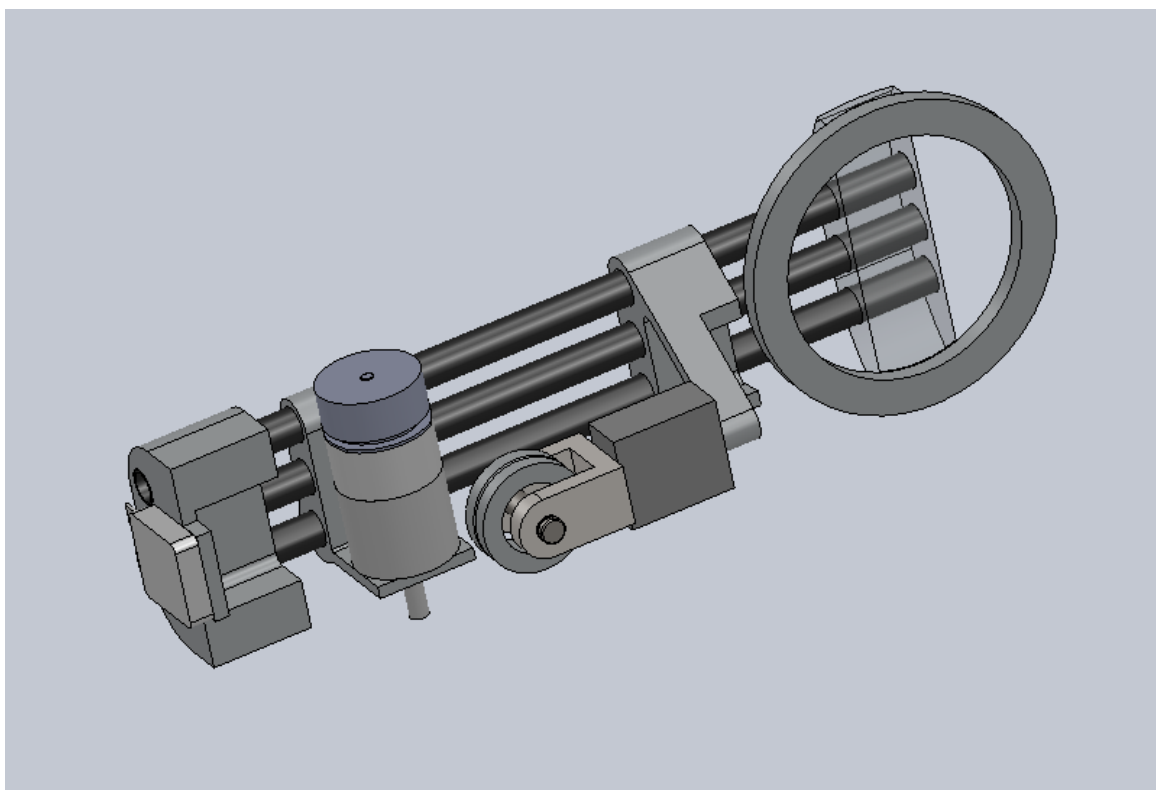
## HAUT DU BRAS (ROLL)

---



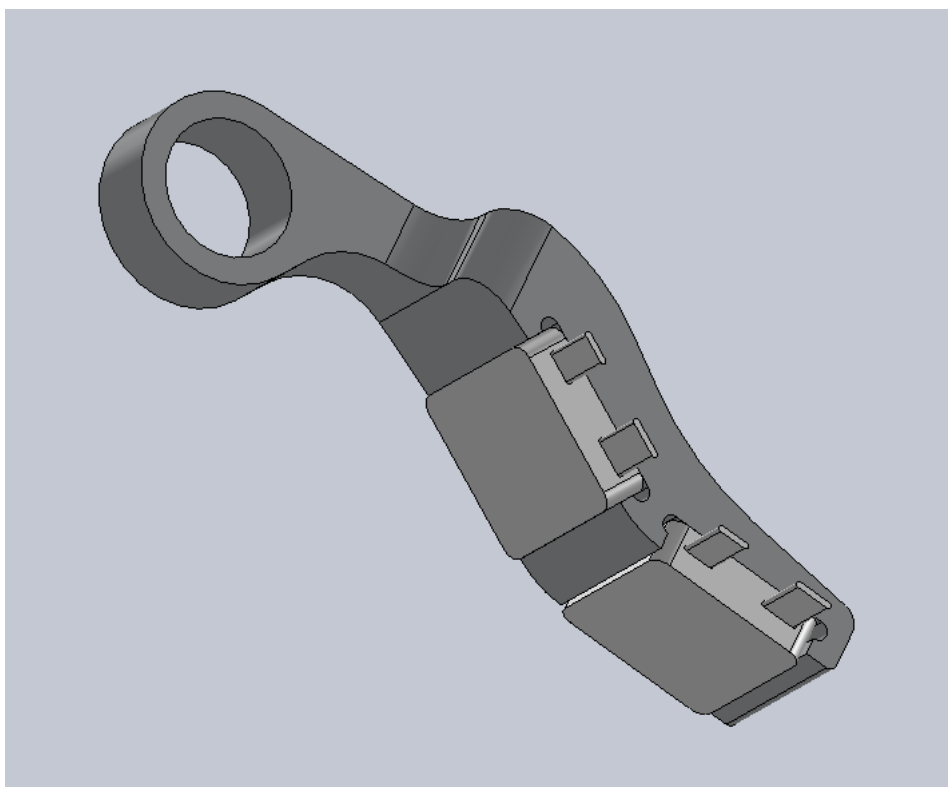
## AVANT BRAS

---



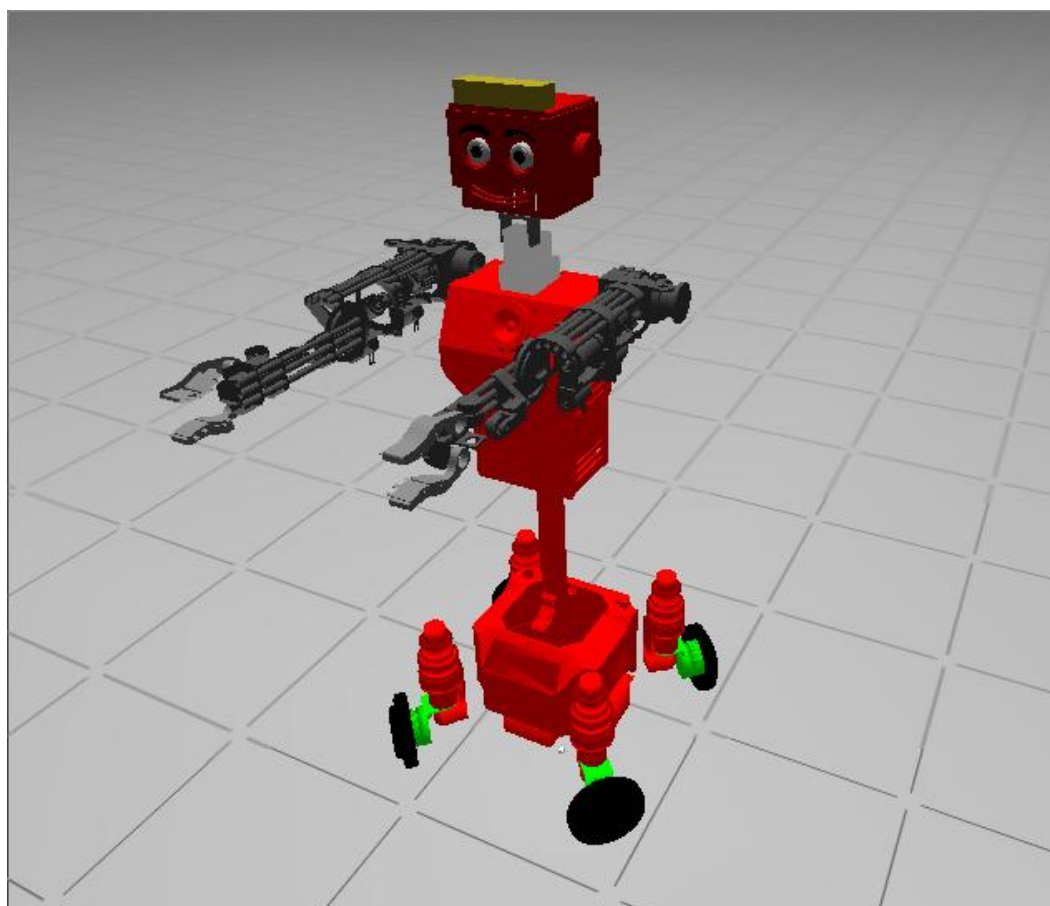
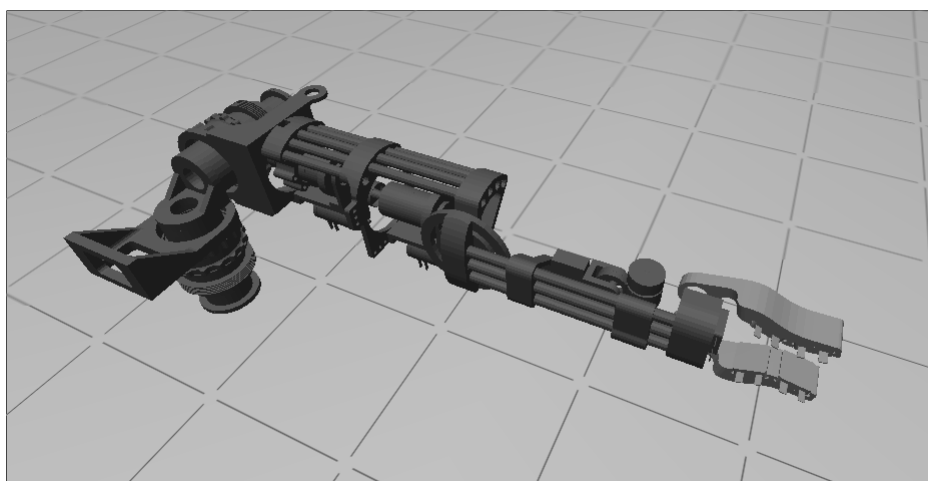
## PINCE DES GRIPPERS

---



## RENDU SOUS GAZEBO

---



## PROBLEMES CONNUS DE LA MODELISATION

---

- Temps d'affichage assez long et lenteur en simulation :

Ce problème vient en grande partie de la complexité du modèle des ADEs, il faudrait les simplifier plus que ce qui a été fait pour améliorer la rapidité d'affichage du modèle.

- Mauvais affichage du bras droit :

Ces éléments ont été faits à l'aide de l'outil miroir de Blender, le problème doit venir de ça.