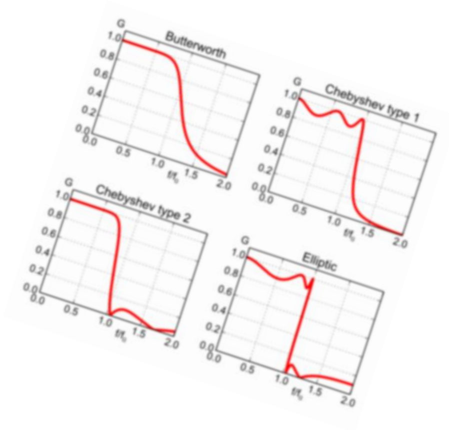
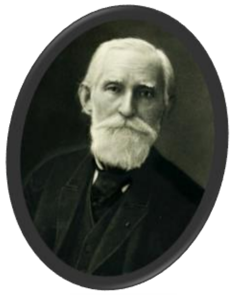
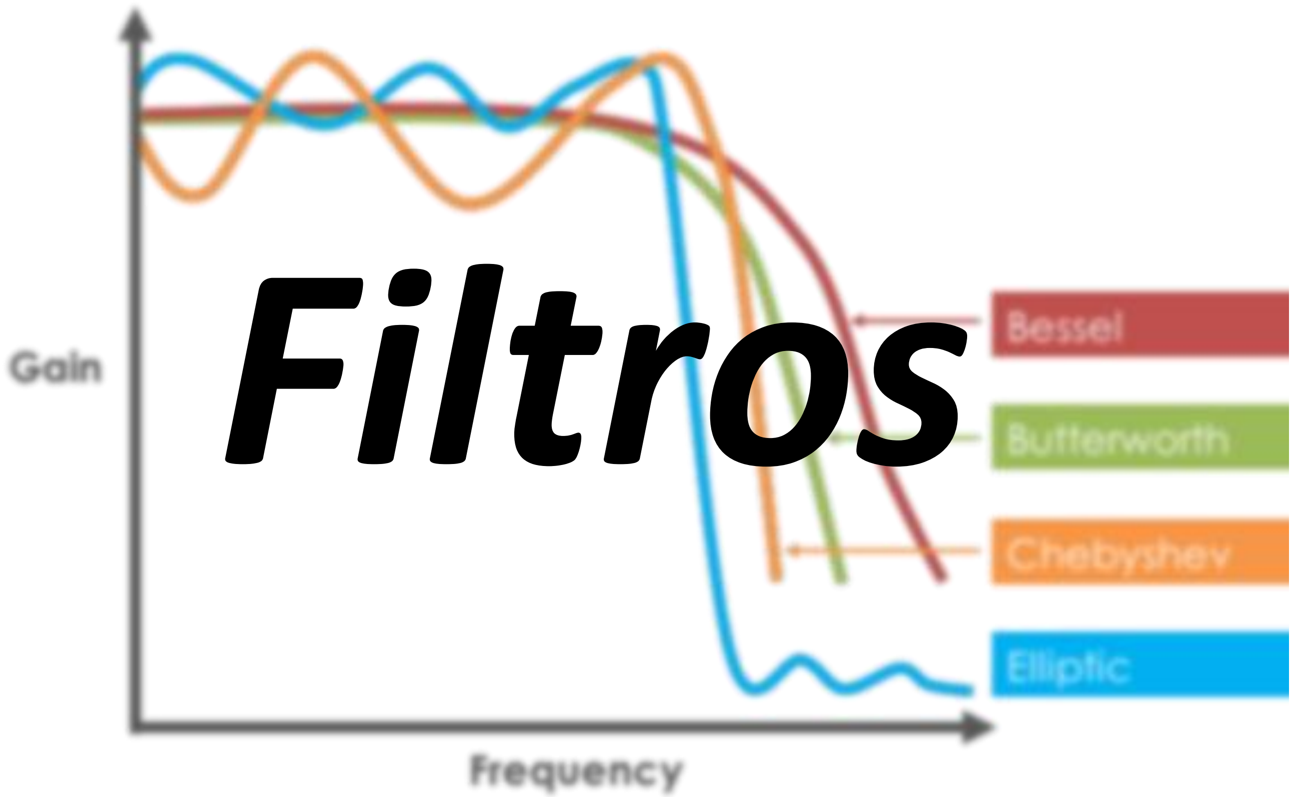




Filtros



www.intronic.com.ar

Filtros multifeedback

En este video presentamos un enfoque diferente para el diseño de filtros activos, el uso de la red RC pasiva para proporcionar la retroalimentación en torno al amplificador operacional. Se muestra una configuración general para el caso de segundo orden en la figura siguiente. Se llama filtro amplificador de ganancia infinita de retroalimentación múltiple. La función de transferencia resultante es inversora, es decir, la ganancia es negativa. Con esta configuración podemos obtener un filtro pasa bajos, un pasa altos y un paso de banda de banda angosta (Narrow).

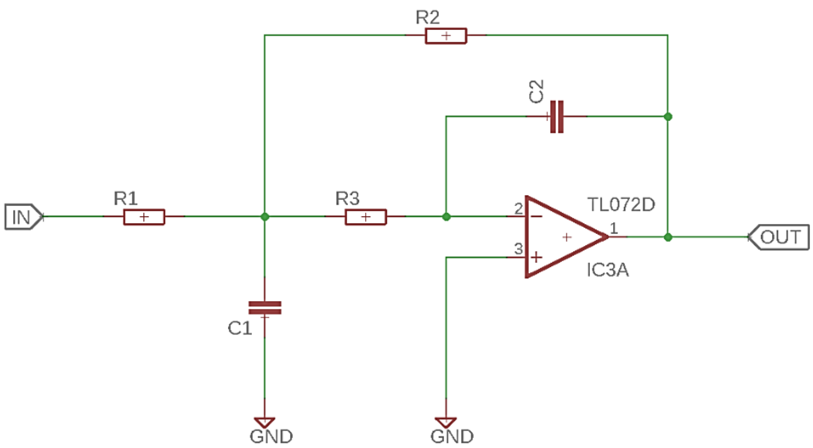


Figura 1: filtro pasa bajos de segundo orden

Función de transferencia generalizada:

$$H(s) = -\frac{K}{s^2 + as + b}$$

Procedimiento de diseño

$$R_1 = R_3 = R = 1\Omega$$

$$R_2 = K$$

$$C_1 = \frac{2K + 1}{a\,K}$$

$$C_2 = \frac{a}{(2K + 1)\ b}$$

Ejemplo 1:

Diseñar un filtro de segundo orden pasa bajos de Butterworth con una ganancia de 10 y una frecuencia de corte de 1 KHz.

Butterworth

n	
1	$(s+1)$
2	$\boxed{(s^2+1.414s+1)}$
3	$(s+1)(s^2+s+1)$
4	$(s^2+1.848s+1)(s^2+0.765s+1)$
5	$(s+1)(s^2+1.618s+1)(s^2+0.765s+1)$
6	$(s^2+1.932s+1)(s^2+1.414s+1)(s^2+0.518s+1)$
7	$(s+1)(s^2+1.802s+1)(s^2+1.247s+1)(s^2+0.445s+1)$
8	$(s^2+1.962s+1)(s^2+1.663s+1)(s^2+1.111s+1)(s^2+0.390s+1)$

$$\begin{cases} a = 1.414 \\ b = 1 \\ K = 10 \end{cases}$$

$$C_{1n} = \frac{2K + 1}{a\ K} = \frac{2\ (10) + 1}{1.414\ (10)} = 1.485\ F$$

$$C_{2n} = \frac{a}{(2K + 1)\ b} = \frac{1.414}{(2\ (10) + 1)\ 1} = 0.067\ F$$

$$R_1 = R_3 = R = 1\Omega$$

$$R_2 = K = 10$$

Renormalización

$$ISF = 10^4 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ impedancia)$$

$$FSF = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{2\,\pi\,f_1}{1} = 2\,\pi\,10^3 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ frecuencia)$$

$$C_1 = \frac{C_{1n}}{ISF\ FSF} = \frac{1.485\ F}{2\,\pi\,10^3\,10^4} = 23.6\ nF$$

$$C_2 = \frac{C_{2n}}{ISF\ FSF} = \frac{0.067\ F}{2\,\pi\,10^3\,10^4} = 1.06\ nF$$

$$R_1 = R_3 = ISF\ R_n = 10^4\ 1\Omega = 10\ \text{k}\Omega$$

$$R_2 = ISF\ R_n = 10^4\ 10\ \Omega = 100\ \text{k}\Omega$$

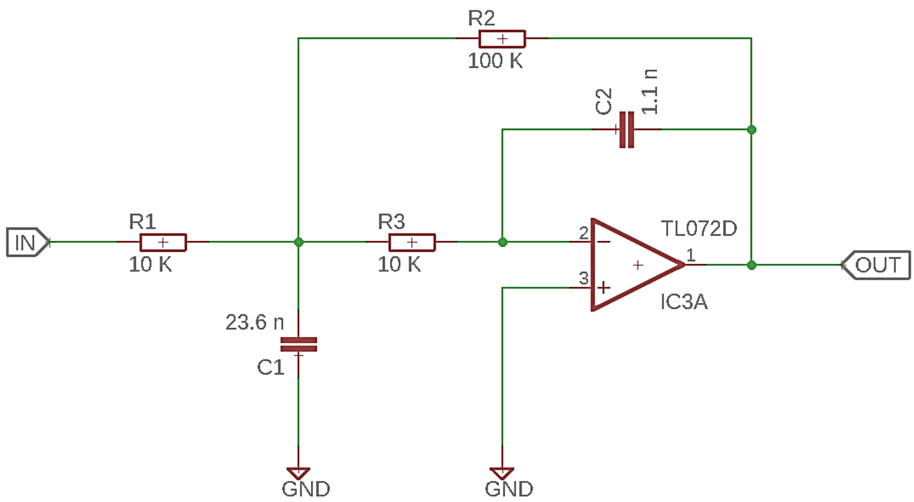


Figura 2: resultado del diseño

Ejemplo 2:

Diseñar un filtro de segundo orden pasa bajos de Chebyshev 3 dB con ganancia unitaria y una frecuencia de corte de 1 KHz.

Chebyshev 3 dB

n	
1	$(s+1.002)$
2	$\boxed{(s^2+0.645s+0.708)}$
3	$(s+0.299)(s^2+0.299s+0.839)$
4	$(s^2+0.411s+0.196)(s^2+0.170s+0.903)$
5	$(s+0.178)(s^2+0.287s+0.377)(s^2+0.110s+0.936)$
6	$(s^2+0.285s+0.089)(s^2+0.209s+0.522)(s^2+0.07s+0.955)$
7	$(s+0.126)(s^2+0.228s+0.204)(s^2+0.158s+0.627)(s^2+0.056s+0.966)$
8	$(s^2+0.217s+0.050)(s^2+0.184s+0.321)(s^2+0.123s+0.704)(s^2+0.043s+0.974)$

$$\begin{cases} a = 0.645 \\ b = 0.708 \\ K = 1 \end{cases}$$

$$C_{1n} = \frac{2K+1}{a\,K} = \frac{2+1}{0.645} = 4.651\ F$$

$$C_{2n} = \frac{a}{(2K+1)\,b} = \frac{0.645}{(2+1)\,0.708} = 0.304\ F$$

$$R_1 = R_3 = R = 1\Omega$$

$$R_2 = K = 1$$

Renormalización

$$ISF = 10^4\ \ (Factor\ de\ escala\ de\ impedancia)$$

$$FSF = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{2\,\pi\,f_1}{1} = 2\,\pi\,10^3\ \ (Factor\ de\ escala\ de\ frecuencia)$$

$$C_1 = \frac{C_{1n}}{ISF\ FSF} = \frac{4.651\ F}{2\ \pi\ 10^3\ 10^4} = 74\ nF$$

$$C_2 = \frac{C_{2n}}{ISF\ FSF} = \frac{0.304\ F}{2\ \pi\ 10^3\ 10^4} = 4.83\ nF$$

$$R_1 = R_3 = ISF\ R_n = 10^4\ 1\Omega = 10\ \text{k}\Omega$$

$$R_2 = ISF\ R_n = 10^4\ 1\ \Omega = 10\ \text{k}\Omega$$

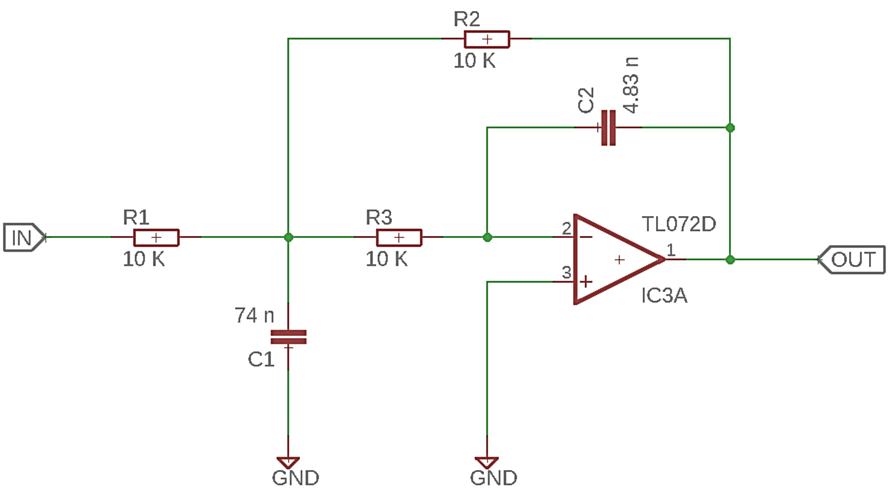


Figura 3: resultado del diseño

Filtros pasa altos

Los filtros pasa altos se calculan de manera análoga a la metodología de cálculo de los filtros Sallen – Key, su topología es la siguiente:

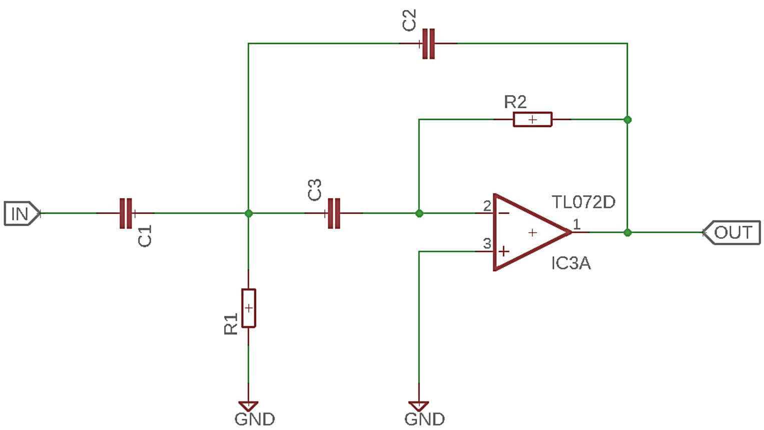


Figura 4: filtro pasa altos MFB

$$C_1 = C_3 = C = 1\ F$$

La ganancia en caso de ser distinta de uno, se calcula de la siguiente manera:

$$C_2 = \frac{C_1}{K} = \frac{1}{K}$$

Ejemplo 3:

Diseñar un filtro de segundo orden pasa altos, Butterworth con ganancia de 5 y una frecuencia de corte de 100 Hz.

$$\begin{cases} a = 1.414 \\ b = 1 \\ K = 5 \end{cases}$$

$$C_{1n} = \frac{2K+1}{a\,K} = \frac{11}{1.414\,(5)} = 1.556\ F$$

$$C_{2n} = \frac{a}{(2K+1)\,b} = \frac{1.414}{2\,(5)+1} = 0.128\ F$$

$$R_{1n} = \frac{1}{C_{1n}} = \frac{1}{1.556} = 0.643\ \Omega$$

$$R_{2n} = \frac{1}{C_{2n}} = \frac{1}{0.128} = 7.81\ \Omega$$

$$C_{1n} = C_{3n} = C_n = 1\ F$$

$$C_{2n} = \frac{C_n}{K} = \frac{1}{5} = 0.2\ F$$

Renormalización

$$ISF = 10^4 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ impedancia)$$

$$FSF = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{2\,\pi\,f_1}{1} = 2\,\pi\,10^2 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ frecuencia)$$

$$R_1 = ISF\ R_n = 10^4\ 0.643\ \Omega = 6.43\ \mathrm{k\Omega}$$

$$R_2 = ISF\ R_n = 10^4\ 7.81\ \Omega = 78.1\ \mathrm{k\Omega}$$

$$C_1 = C_3 = \frac{C_n}{ISF\ FSF} = \frac{1\ F}{2\,\pi\,10^2\ 10^4} = 159.2\ nF$$

$$C_2 = \frac{C_{2n}}{ISF\ FSF} = \frac{0.2\ F}{2\,\pi\,10^2\ 10^4} = 31.83\ nF$$

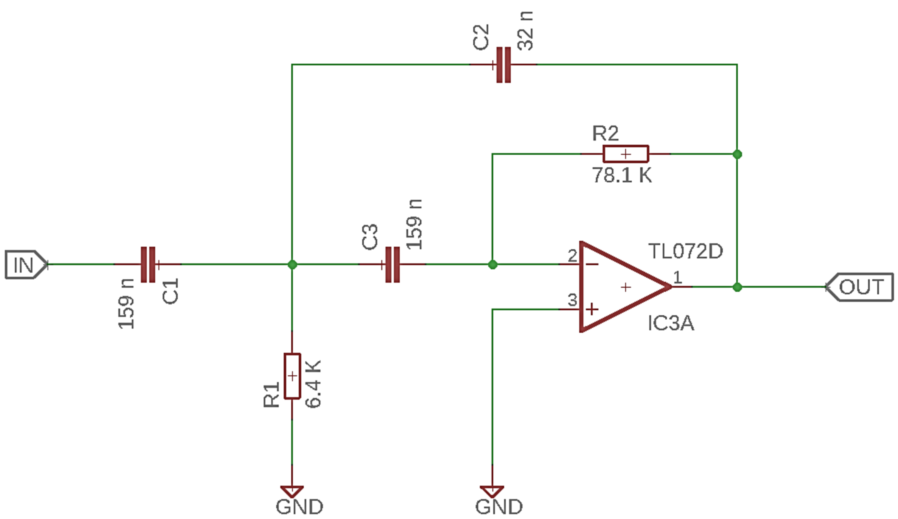


Figura 5: resultado del diseño

Filtros de orden superior

Podemos obtener filtros Butterworth, Chebyshev o Bessel pasa bajos y filtros pasa altos de orden superior. Si se conectan en cascada dos o más redes se logra el orden de filtro que desea el diseñador. Con estas configuraciones solo puede tener filtros de ***orden par.***

Ejemplo 4:

Diseñar un filtro pasa bajos, Butterworth con las siguientes características: 3 dB a 1 KHz y una atenuación de 35 dB a 4 KHz con una ganancia de 5.

$$A_{max} = 3\ dB,\ \ A_{min} = 35\ dB,\ \ \frac{f_s}{f_1} = \frac{4\ KHz}{1\ KHz} = 4$$

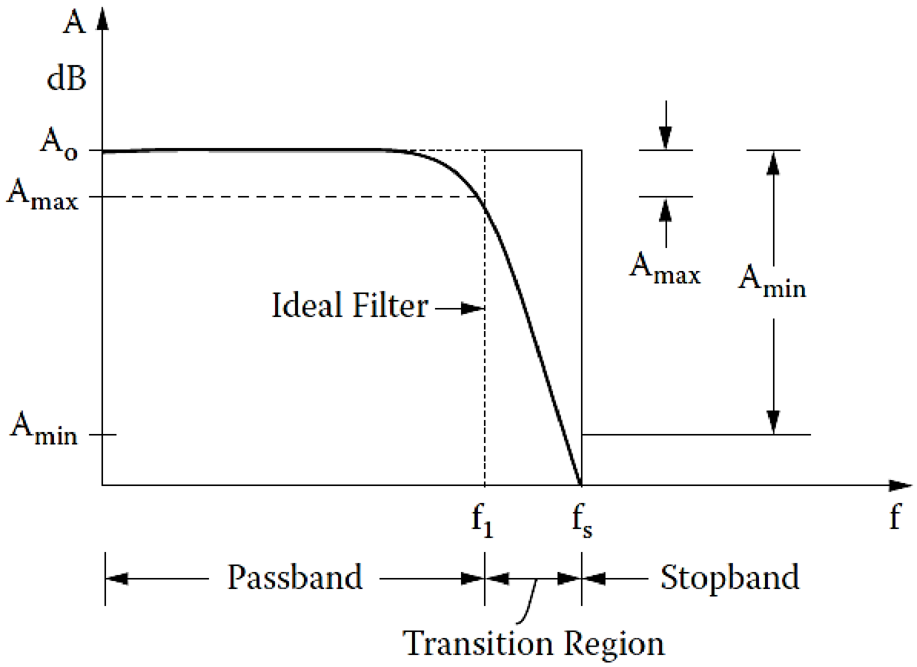


Figura 6: Filtro pasa bajos

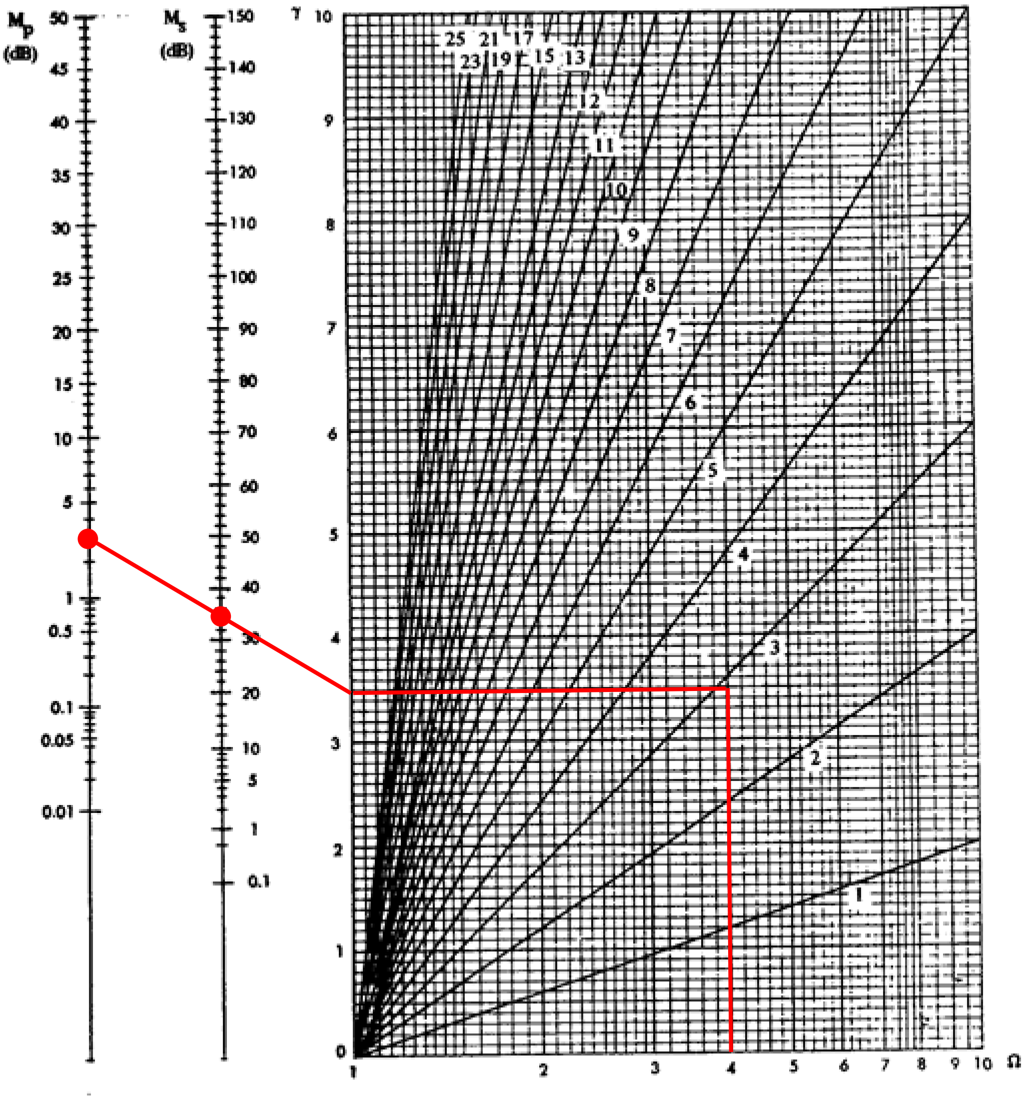


Figura 7: Nomograma para hallar el orden

Se obtiene n = 3, pero elegimos etapas pares (inmediata superior): n = 4.

$$K_1 = K_2 = \sqrt{K} = \sqrt{5} = 2.236$$

Butterworth

n	
1	$(s+1)$
2	$(s^2+1.414s+1)$
3	$(s+1)(s^2+s+1)$
4	$(s^2+1.848s+1)(s^2+0.765s+1)$
5	$(s+1)(s^2+1.618s+1)(s^2+0.765s+1)$
6	$(s^2+1.932s+1)(s^2+1.414s+1)(s^2+0.518s+1)$
7	$(s+1)(s^2+1.802s+1)(s^2+1.247s+1)(s^2+0.445s+1)$
8	$(s^2+1.962s+1)(s^2+1.663s+1)(s^2+1.111s+1)(s^2+0.390s+1)$

$$\begin{cases} a = 1.848 \\ b = 1 \\ K = 2.236 \end{cases}$$

Primer etapa

$$R_1 = R_3 = R = 1\Omega$$

$$R_2 = 2.236\ \ 1\Omega = 2.236\ \Omega$$

$$C_{1n} = \frac{2K+1}{a\ K} = \frac{2\ (2.236)+1}{1.848\ \ 2.236} = 1.324\ F$$

$$C_{2n} = \frac{a}{(2K+1)\ b} = \frac{1.848}{2\ (2.236)+1} = 0.338\ F$$

Segunda etapa

$$\begin{cases} a = 0.765 \\ b = 1 \\ K = 2.236 \end{cases}$$

$$R_1 = R_3 = R = 1\Omega$$

$$R_2 = 2.236\ \ 1\Omega = 2.236\ \Omega$$

$$C_{1n} = \frac{2K+1}{a\ K} = \frac{2\ (2.236)+1}{0.765\ \ 2.236} = 3.199\ F$$

$$C_{2n} = \frac{a}{(2K+1)\ b} = \frac{0.765}{2\ (2.236)+1} = 0.14\ F$$

Renormalización

$$ISF = 10^4 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ impedancia)$$

$$FSF = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{2\ \pi\ f_1}{1} = 2\ \pi\ 10^3 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ frecuencia)$$

$$R_1 = R_3 = ISF\ R_n = 10^4\ 1\ \Omega = 10\ \mathrm{k\Omega}$$

$$R_2 = ISF\ R_{2n} = 10^4\ 2.236\ \Omega \cong 22.4\ \mathrm{k\Omega}$$

Primer etapa

$$C_1 = \frac{C_{1n}}{ISF\ FSF} = \frac{1.324\ F}{2\ \pi\ 10^3\ 10^4} = 21.1\ nF$$

$$C_2 = \frac{C_{2n}}{ISF\ FSF} = \frac{0.304\ F}{2\ \pi\ 10^3\ 10^4} = 5.4\ nF$$

Segunda etapa

$$C_1 = \frac{C_{1n}}{ISF\ FSF} = \frac{3.199\ F}{2\ \pi\ 10^3\ 10^4} = 50.9\ nF$$

$$C_2 = \frac{C_{2n}}{ISF\ FSF} = \frac{0.14\ F}{2\ \pi\ 10^3\ 10^4} = 2.2\ nF$$

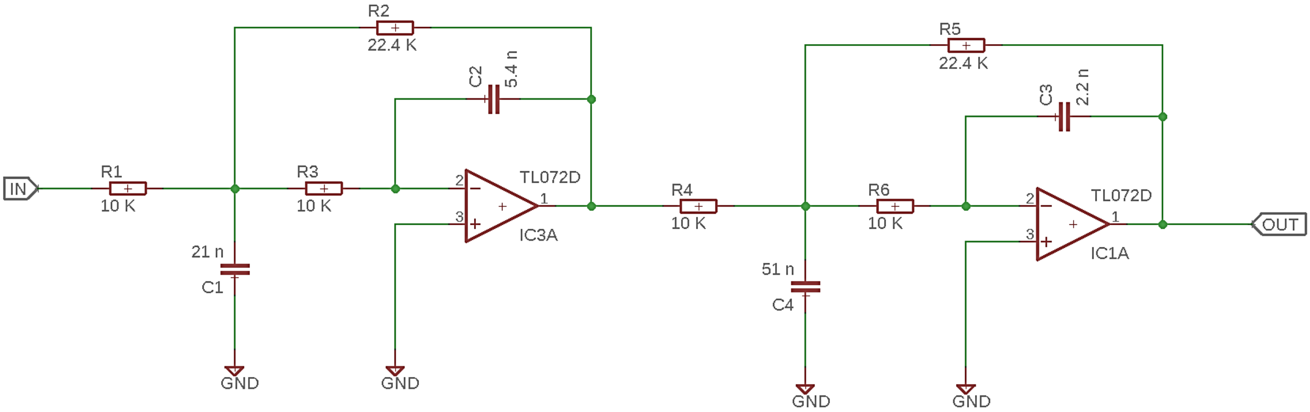


Figura 8: Resultado del diseño

Filtros pasa banda

Cuando la separación entre las frecuencias de corte superior e inferior excede una relación de aproximadamente 2, el filtro de paso de banda se considera un tipo de filtro de banda ancha. Luego, el problema se separa en “problemas individuales”: de pasa bajos y pasa altos, y se forma con una cascada de filtros activos pasa bajo y pasa alto.

Ejemplo 5

Diseñar un filtro pasa banda de Butterworth, segundo orden, atenuación de 3 dB en 200 Hz y 800 Hz, y atenuación de 20 dB debajo de 50 Hz y por encima de 3200 Hz, ganancia unitaria.

Debido a que la relación entre la frecuencia de corte superior y la frecuencia de corte inferior exceden de una octava, el diseño se tratará como una cascada de filtros pasa bajos y pasa altos. Los requisitos de respuesta de frecuencia se pueden reformular de la siguiente manera conjunto de especificaciones individuales:

Pasa altos	Pasa bajos
3 dB a 200 Hz	3 dB a 800 Hz
20 dB a 50 Hz	20 dB a 3200 Hz

Del nomograma de Butterworth, para $A_{max} = 3\ dB,\ \ A_{min} = 20\ dB, \frac{f_s}{f_1} = \frac{3200}{800} = 4$ tenemos:

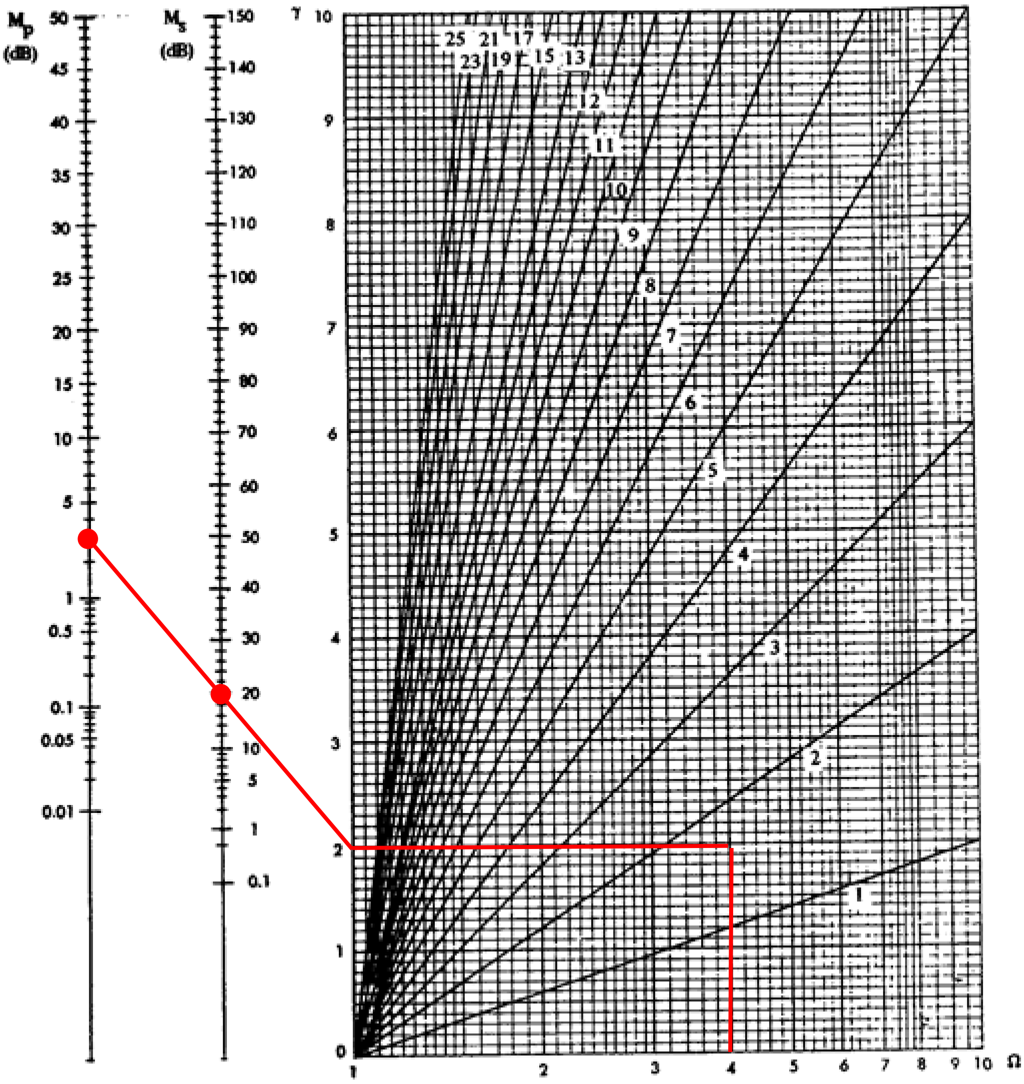


Figura 9: Nomograma para hallar el orden del filtro

Se obtiene n = 2.

Butterworth

n	
1	$(s+1)$
2	$(s^2+1.414s+1)$
3	$(s+1)(s^2+s+1)$
4	$(s^2+1.848s+1)(s^2+0.765s+1)$
5	$(s+1)(s^2+1.618s+1)(s^2+0.765s+1)$
6	$(s^2+1.932s+1)(s^2+1.414s+1)(s^2+0.518s+1)$
7	$(s+1)(s^2+1.802s+1)(s^2+1.247s+1)(s^2+0.445s+1)$
8	$(s^2+1.962s+1)(s^2+1.663s+1)(s^2+1.111s+1)(s^2+0.390s+1)$

Filtro pasa bajos

$$\begin{cases} a = 1.414 \\ b = 1 \\ K = 1 \end{cases}$$

$$R_{1n} = 1\Omega$$

$$R_{2n} = \frac{R_{1n}}{K} = 1\Omega$$

$$C_{1n} = \frac{2K + 1}{a\ K} = \frac{3}{1.414} = 2.122\ F$$

$$C_{2n} = \frac{a}{(2K + 1)\ b} = \frac{1.414}{3} = 0.471\ F$$

Renormalización

$$ISF = 10^4 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ impedancia)$$

$$FSF = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{2\ \pi\ f_1}{1} = 2\ \pi\ 800 = 1.6\ \ \pi\ 10^3 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ frecuencia)$$

$$R_1 = R_2 = ISF\ R_n = 10^4\ 1\ \Omega = 10\ \mathrm{k}\Omega$$

$$C_1 = \frac{C_{1n}}{ISF\ FSF} = \frac{2.122\ F}{1.6\ \ \pi\ 10^3\ 10^4} = 42.2\ nF$$

$$C_2 = \frac{C_{2n}}{ISF\ FSF} = \frac{0.471\ F}{1.6\ \ \pi\ 10^3\ 10^4} = 9.4\ nF$$

Filtro pasa altos

$$R_{1n} = \frac{1}{C_{1n}} = \frac{1}{2.122} = 0.471\ \Omega$$

$$R_{2n} = \frac{1}{C_{2n}} = \frac{1}{0.471} = 2.122\ \Omega$$

$$C_{1n} = C_{2n} = C_{3n} = 1\ F$$

Renormalización

$$ISF = 10^4 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ impedancia)$$

$$FSF = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{2\ \pi\ f_1}{1} = 2\ \pi\ 200 = 400\ \pi\ (Factor\ de\ escala\ de\ frecuencia)$$

$$R_1 = ISF\ R_n = 10^4\ 0.471\ \Omega = 4.7\ \text{k}\Omega$$

$$R_2 = ISF\ R_n = 10^4\ 2.122\ \Omega = 21.2\ \text{k}\Omega$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = \frac{1}{2\ \pi\ 200\ 10^4} = 79.6\ nF$$

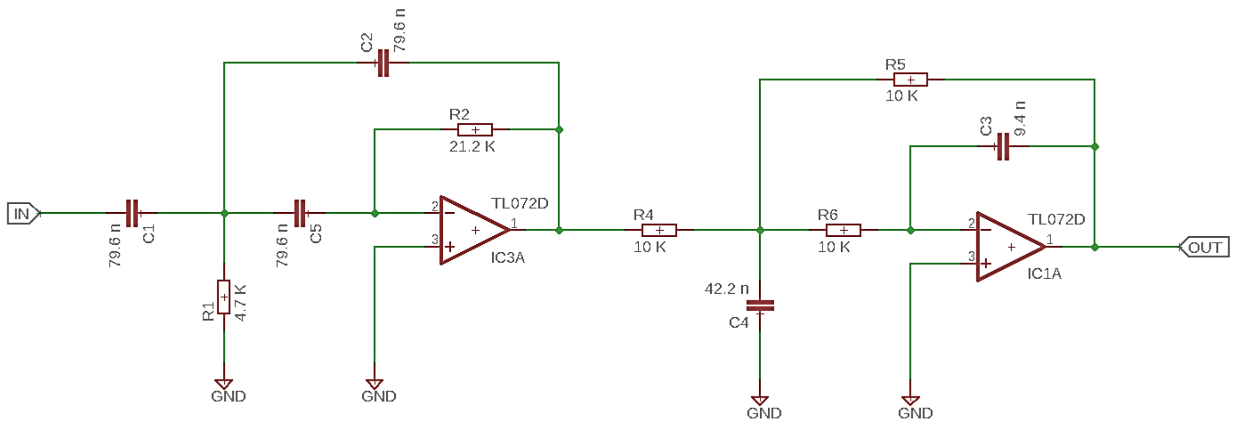


Figura 10: Resultado del diseño

Filtro pasa banda angosto (narrow band)

El circuito básico de un filtro pasa banda con la topología MFB, es el que se muestra a continuación.

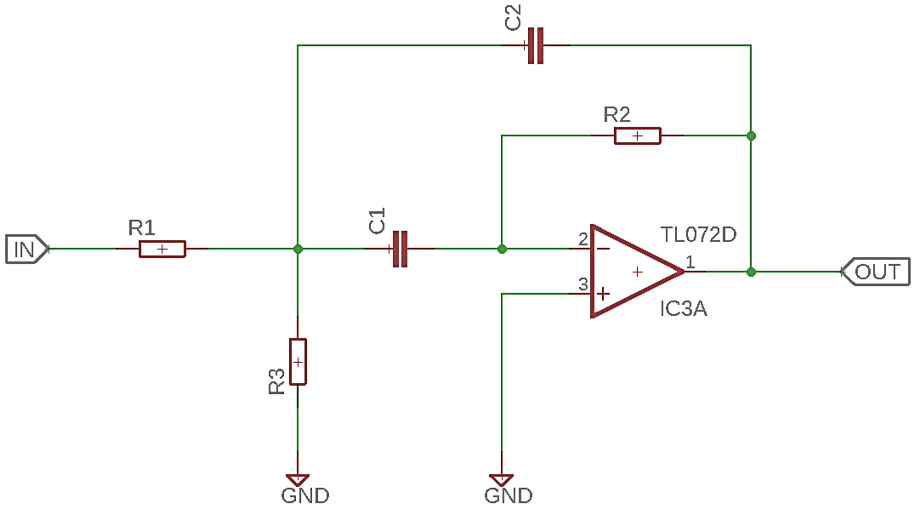


Figura 11: Filtro pasa banda

Procedimiento de diseño

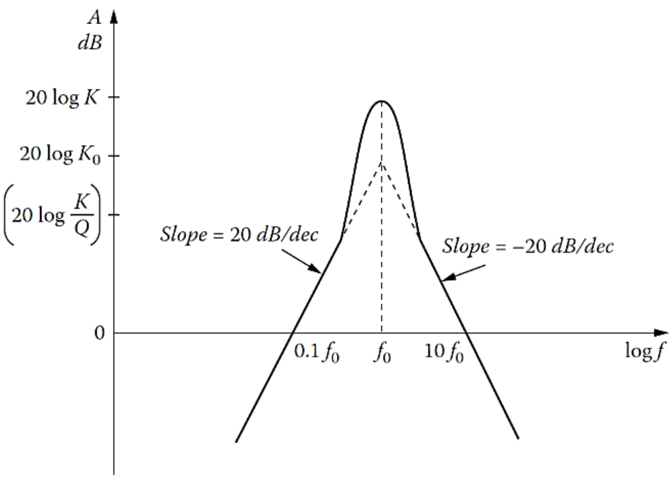


Figura 12: Características del filtro pasa banda

Factor de selectividad Q (selectivity): es la relación de la frecuencia central y el ancho de banda.

$$\boxed{Q = \frac{f_0}{BW} = \frac{f_0}{f_2 - f_1}}$$

$$C = 1\ F$$

$$R_2 = 2\ Q$$

$$R_1 = \frac{Q}{K}$$

$$R_3 = \frac{Q}{2\ Q^2 - K}$$

Ejemplo 6

Diseñar un filtro pasa banda angosto (narrow band) con $f_0 = 1\ KHz$, Q = 7 y K = 10.

$$R_{1n} = \frac{Q}{K} = \frac{7}{10} = 0.7\ \Omega$$

$$R_{2n} = 2\ Q = 2\ 7 = 14\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{Q}{2\ Q^2 - K} = \frac{7}{2\ (7)^2 - 10} = 0.08\ \Omega$$

Renormalización

$$ISF = 10^4\ \ (Factor\ de\ escala\ de\ impedancia)$$

$$FSF = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{2\ \pi\ f_1}{1} = 2\ \pi\ 10^3 = 2000\ \pi\ (Factor\ de\ escala\ de\ frecuencia)$$

$$C = \frac{C_n}{ISF\ FSF} = \frac{1\ F}{2000\ \pi\ 10^4} = 15.92\ nF$$

$$R_1 = ISF\ R_{1n} = 10^4\ 0.7\ \Omega = 7\ \mathrm{k}\Omega$$

$$R_2 = ISF\ R_{2n} = 10^4\ 14\ \Omega = 140\ \text{k}\Omega$$

$$R_3 = ISF\ R_{3n} = 10^4\ 0.08\ \Omega = 800\ \Omega$$

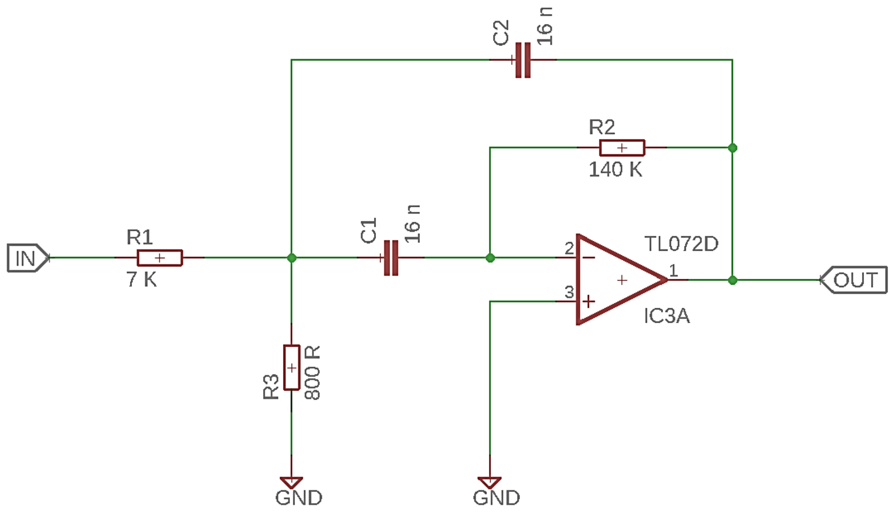


Figura 13: Resultado del diseño

Se puede obtener un filtro pasa banda de orden superior conectando en cascada dos o más filtros idénticos. Si Q1 es el factor de selectividad de una sola etapa y hay n etapas, la Q del filtro se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\boxed{Q = \frac{Q_1}{\sqrt{\sqrt[n]{2} - 1}}}$$

El valor de Q_1 y su correspondiente ancho de banda, para $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\ y\ 7$ se obtienen de la siguiente tabla, donde BW_1 es el ancho de banda correspondiente a una etapa simple.

n	*Q*	*BW*
1	Q_1	BW_1
2	$1.554Q_1$	$0.664BW_1$
3	$1.961Q_1$	$0.510BW_1$
4	$2.299Q_1$	$0.435BW_1$
5	$2.593Q_1$	$0.386BW_1$
6	$2.858Q_1$	$0.350BW_1$
7	$3.100Q_1$	$0.323BW_1$

Ejemplo 7

Diseñar un filtro pasa banda angosto (narrow band), sexto orden, con $f_0 = 750\ Hz$, Q = 8.53 y K = 6.

Utilizaremos tres etapas idénticas.

$$Q_1 = 0.51 \quad \Longrightarrow \quad Q = 0.51\ (8.53) = 4.35$$

$$K_1 = \sqrt[3]{6} = 1.82$$

$$R_{1n} = \frac{Q_1}{K_1} = \frac{4.35}{1.82} = 2.39\ \Omega$$

$$R_{2n} = 2\ Q = 2\ (4.35) = 8.7\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{Q}{2\ Q^2 - K} = \frac{4.35}{2\ (4.35)^2 - 1.82} = 0.121\ \Omega$$

Renormalización

$$ISF = 10^4 \ \ (Factor\ de\ escala\ de\ impedancia)$$

$$FSF = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{2\ \pi\ f_1}{1} = 2\ \pi\ 750 = 1.5\ \pi\ 10^3\ (Factor\ de\ escala\ de\ frecuencia)$$

$$C = \frac{C_n}{ISF\ FSF} = \frac{1\ F}{1.5\ \pi\ 10^3\ 10^4} = 21.2\ nF$$

$$R_1 = ISF\ R_{1n} = 10^4\ 2.39\ \Omega = 23.9\ \text{k}\Omega$$

$$R_2 = ISF\ R_{2n} = 10^4\ 8.7\ \Omega = 87\ \text{k}\Omega$$

$$R_3 = ISF\ R_{3n} = 10^4\ 0.121\ \Omega = 1.21\ \text{K}\Omega$$

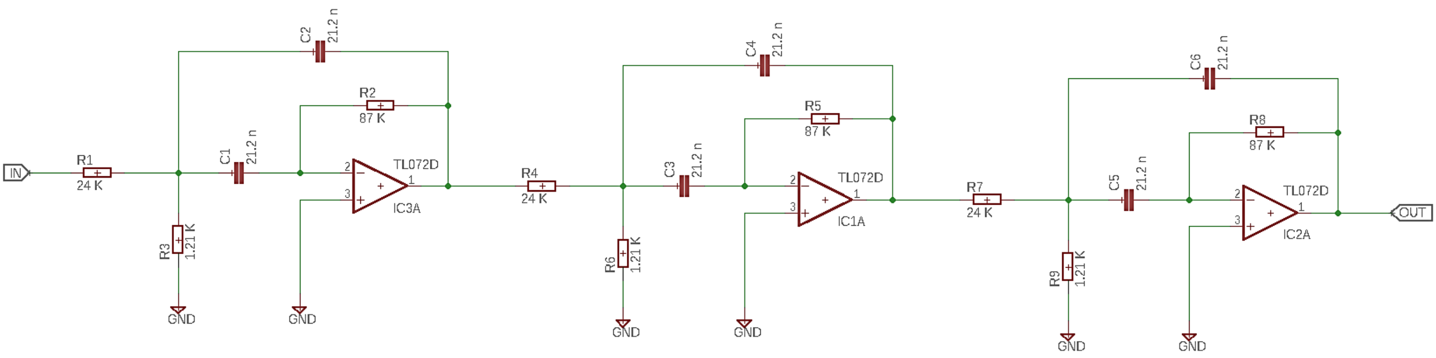


Figura 14: Resultado del diseño

Filtro rechaza banda angosto (Narrow-band band-reject)

Combinando el filtro pasa banda ya visto con un amplificador sumador, se forma el filtro rechaza banda, como se observa en la figura siguiente. ($Q \leq 20$)

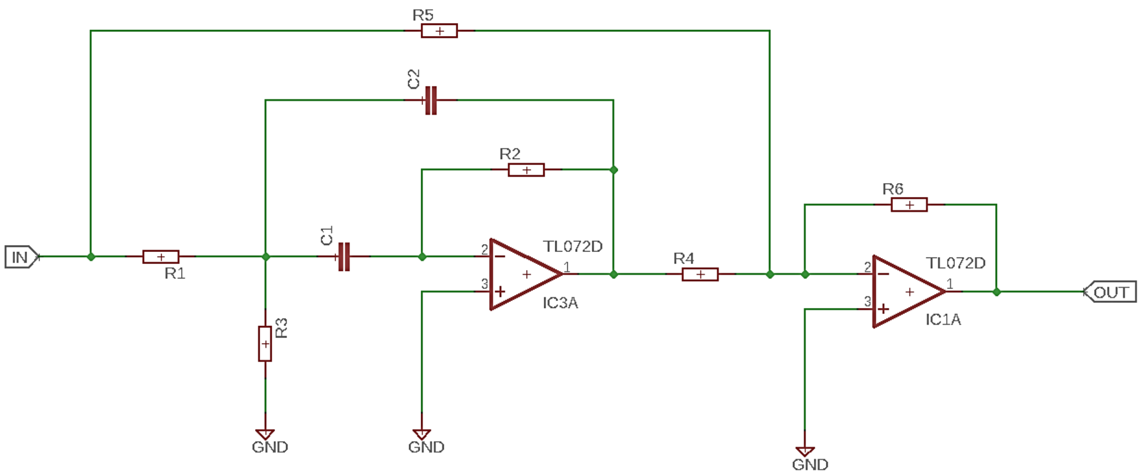


Figura 15: Filtro notch

Veremos el procedimiento de diseño con un ejemplo.

Ejemplo 8

Diseñar un filtro rechaza banda angosto (narrow band) MFB, con $f_0 = 1\ KHz$, Q = 6 y K = 5.

$$R_{1n} = \frac{Q}{K} = \frac{6}{5} = 1.2\ \Omega$$

$$R_{2n} = 2\ Q = 2\ (6) = 12\ \Omega$$

$$R_{3n} = \frac{Q}{2\ Q^2 - K} = \frac{6}{2\ (6)^2 - 5} = 0.09\ \Omega$$

$$R_{4n} = R_{6n} = 1\ \Omega$$

$$R_{5n} = \frac{R_{6n}}{K} = \frac{1}{5} = 0.2\ \Omega$$

Renormalización

$$ISF = 10^4\ \ (Factor\ de\ escala\ de\ impedancia)$$

$$FSF = \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{2\ \pi\ f_1}{1} = 2\ \pi\ 1000 = 2\ \pi\ 10^3\ (Factor\ de\ escala\ de\ frecuencia)$$

$$C = \frac{C_n}{ISF\ FSF} = \frac{1\ F}{2\ \pi\ 10^3\ 10^4} = 15.9\ nF$$

$$R_1 = ISF\ R_{1n} = 10^4\ 1.2\ \Omega = 12\ \text{k}\Omega$$

$$R_2 = ISF\ R_{2n} = 10^4\ 12\ \Omega = 120\ \text{k}\Omega$$

$$R_3 = ISF\ R_{3n} = 10^4\ 0.09\ \Omega = 0.9\ \text{K}\Omega$$

$$R_4 = ISF\ R_{4n} = 10^4\ 1\ \Omega = 10\ \mathrm{K\Omega}$$

$$R_5 = ISF\ R_{5n} = 10^4\ 0.2\ \Omega = 2\ \mathrm{K\Omega}$$

$$R_6 = ISF\ R_{6n} = 10^4\ 1\ \Omega = 10\ \mathrm{K\Omega}$$

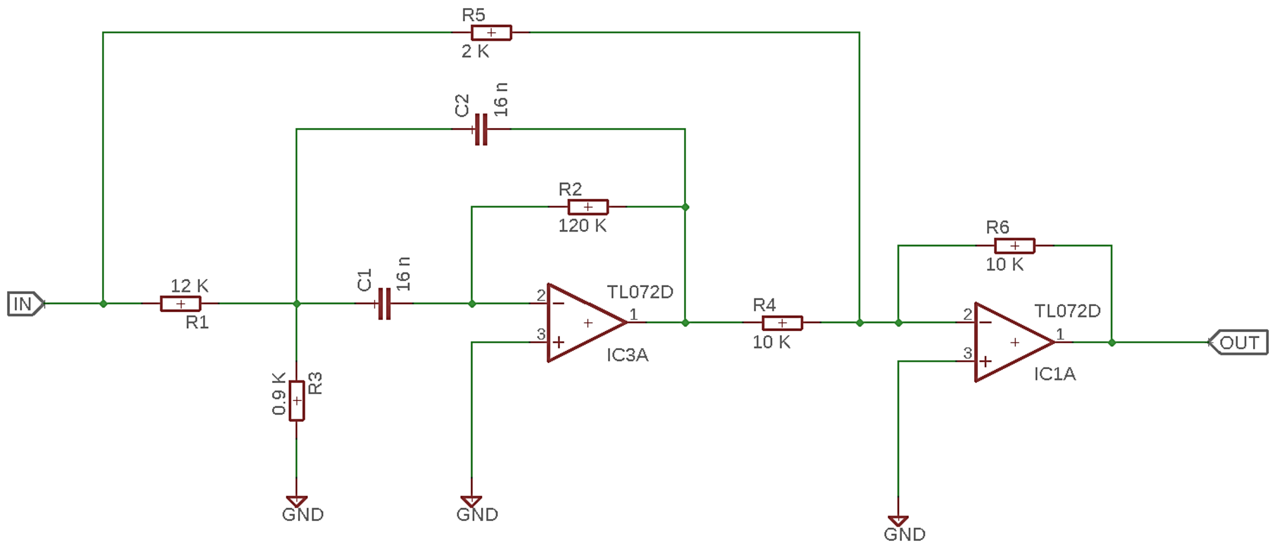


Figura 16: Resultado del diseño

Apéndice

Butterworth

n	
1	$(s+1)$
2	$(s^2+1.414s+1)$
3	$(s+1)(s^2+s+1)$
4	$(s^2+1.848s+1)(s^2+0.765s+1)$
5	$(s+1)(s^2+1.618s+1)(s^2+0.765s+1)$
6	$(s^2+1.932s+1)(s^2+1.414s+1)(s^2+0.518s+1)$
7	$(s+1)(s^2+1.802s+1)(s^2+1.247s+1)(s^2+0.445s+1)$
8	$(s^2+1.962s+1)(s^2+1.663s+1)(s^2+1.111s+1)(s^2+0.390s+1)$

Chebyshev 0.1 dB

n	
1	$(s+6.552)$
2	$(s^2+2.372s+3.314)$
3	$(s+0.969)(s^2+0.969s+1.690)$
4	$(s^2+1.275s+0.623)(s^2+0.528s+1.330)$
5	$(s+0.539)(s^2+0.872s+0.636)(s^2+0.333s+1.195)$
6	$(s^2+0.856s+0.263)(s^2+0.626s+0.696)(s^2+0.229s+1.129)$
7	$(s+0.337)(s^2+0.679s+0.330)(s^2+0.470s+0.753)(s^2+0.168s+1.069)$
8	$(s^2+0.643s+0.146)(s^2+0.545s+0.416)(s^2+0.364s+0.779)(s^2+0.128s+1.069)$

Chebyshev 0.5 dB

n	
1	$(s+2.863)$
2	$(s^2+1.426s+1.516)$
3	$(s+0.626)(s^2+0.626s+1.142)$
4	$(s^2+0.847s+0.356)(s^2+0.351s+1.064)$
5	$(s+0.362)(s^2+0.586s+0.477)(s^2+0.224s+1.036)$
6	$(s^2+0.580s+0.157)(s^2+0.424s+0.590)(s^2+0.155s+1.023)$
7	$(s+0.256)(s^2+0.462s+0.254)(s^2+0.319s+0.677)(s^2+0.114s+1.016)$
8	$(s^2+0.439s+0.088)(s^2+0.372s+0.359)(s^2+0.248s+0.741)(s^2+0.087s+1.012)$

Chebyshev 1 dB

n	
1	$(s+1.965)$
2	$(s^2+1.098s+1.103)$
3	$(s+0.494)(s^2+0.494s+0.994)$
4	$(s^2+0.674s+0.279)(s^2+0.279s+0.987)$
5	$(s+0.289)(s^2+0.468s+0.429)(s^2+0.179s+0.988)$
6	$(s^2+0.464s+0.125)(s^2+0.340s+0.558)(s^2+0.124s+0.991)$
7	$(s+0.205)(s^2+0.370s+0.230)(s^2+0.256s+0.653)(s^2+0.091s+0.993)$
8	$(s^2+0.352s+0.070)(s^2+0.298s+0.341)(s^2+0.199s+0.724)(s^2+0.070s+0.994)$

Chebyshev 2 dB

n	
1	$(s+1.308)$
2	$(s^2+0.804s+0.823)$
3	$(s+0.369)(s^2+0.369s+0.886)$
4	$(s^2+0.506s+0.222)(s^2+0.210s+0.929)$
5	$(s+0.218)(s^2+0.353s+0.393)(s^2+0.135s+0.952)$
6	$(s^2+0.351s+0.100)(s^2+0.257s+0.533)(s^2+0.094s+0.966)$
7	$(s+0.155)(s^2+0.280s+0.212)(s^2+0.194s+0.635)(s^2+0.069s+0.975)$
8	$(s^2+0.266s+0.057)(s^2+0.226s+0.327)(s^2+0.151s+0.710)(s^2+0.053s+0.980)$

Chebyshev 3 dB

n	
1	$(s+1.002)$
2	$(s^2+0.645s+0.708)$
3	$(s+0.299)(s^2+0.299s+0.839)$
4	$(s^2+0.411s+0.196)(s^2+0.170s+0.903)$
5	$(s+0.178)(s^2+0.287s+0.377)(s^2+0.110s+0.936)$
6	$(s^2+0.285s+0.089)(s^2+0.209s+0.522)(s^2+0.07s+0.955)$
7	$(s+0.126)(s^2+0.228s+0.204)(s^2+0.158s+0.627)(s^2+0.056s+0.966)$
8	$(s^2+0.217s+0.050)(s^2+0.184s+0.321)(s^2+0.123s+0.704)(s^2+0.043s+0.974)$

Bessel

n	
1	$(s+1.000)$
2	$(s^2+3.000s+3.000)$
3	$(s+2.322)(s^2+3.678s+6.459)$
4	$(s^2+4.208s+11.488)(s^2+5.792s+9.140)$
5	$(s+3.647)(s^2+4.649s+18.156)(s^2+6.704s+14.272)$
6	$(s^2+5.032s+26.514)(s^2+7.471s+20.853)(s^2+8.497s+18.801)$
7	$(s+4.972)(s^2+5.371s+36.597)(s^2+8.140s+28.937)(s^2+9.517s+25.666)$
8	$(s^2+5.678s+48.432)(s^2+8.737s+38.569)(s^2+10.410s+33.935)(s^2+11.176s+31.977)$