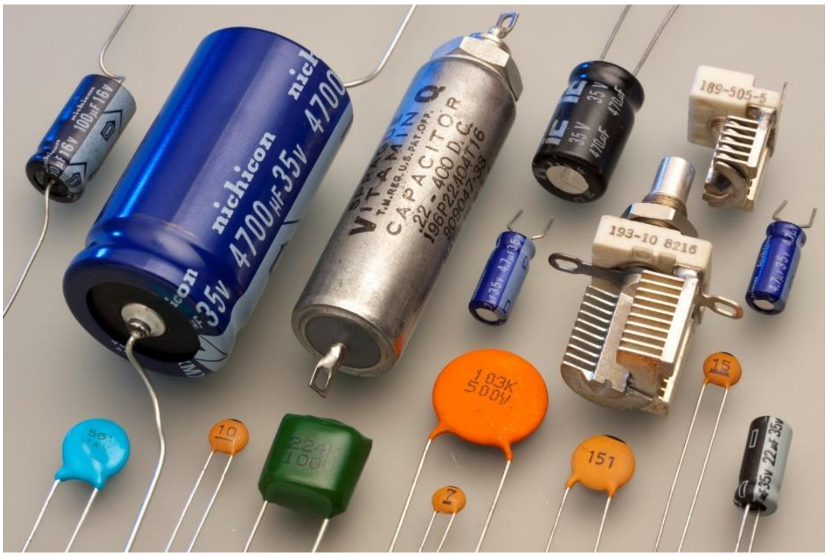
Medidor

L-C



www.intronic.com.ar

Impedancia

El concepto de impedancia es fundamental para el uso y la interpretación de las mediciones realizadas por medidores LCR. La definición de resistencia de un elemento es la tensión de CC a través del componente dividido por la corriente continua a través del componente. Tenga en cuenta que la resistencia es un parámetro de CC. Cuando la tensión es variable en el tiempo (es decir, "AC"), las cosas son más complicadas.

Queremos continuar utilizando la idea de que la oposición al flujo de corriente está definida por la tensión dividido por la corriente. Sin embargo, los condensadores y los inductores son componentes que pueden almacenar energía eléctrica. Este la capacidad de almacenamiento conduce a una situación en la que la corriente y la tensión están ***desfasadas***. Resulta que el álgebra de números complejos proporciona un buen modelo del comportamiento de AC porque en él se pueden acomodar los comportamientos de amplitud y fase.

Representación gráfica de un complejo

Para representar números reales se ha utilizado la recta numérica que tiene solo una dimensión. Pero los números complejos tienen dos dimensiones: la parte real y la parte imaginaria. Esto nos sugiere que serán necesarios dos ejes para representar gráficamente a estos números, el eje real y el eje imaginario. Para visualizar esta idea en la siguiente figura representamos el número complejo *a+bi*.

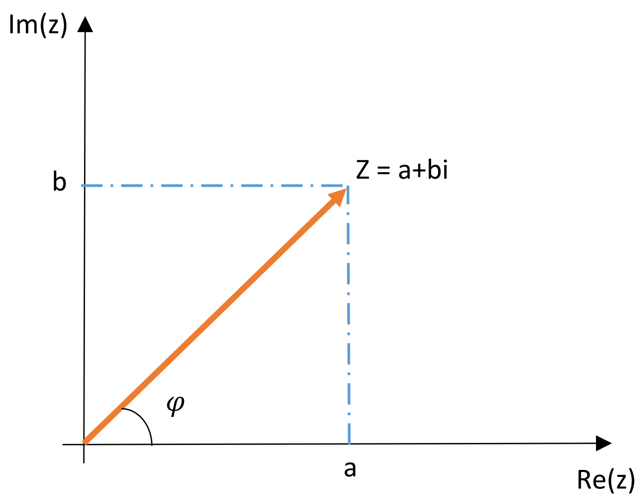


Figura 1: representación de un numero complejo

Módulo del complejo z:

$$|z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Argumento de z:

$$\arg(z) = \varphi = ArcTan\left(\frac{b}{a}\right)$$

Formas de escritura de un complejo

$$\underbrace{a + bi}_{binómica} = \underbrace{\rho\big(Cos(\varphi) + i\,Sin(\varphi)\big)}_{trigonométrica}$$

Por otro lado, un numero complejo se puede expresar con la forma exponencial de Euler:

$$e^{ix} = Cos(x) + i\,Sin(x)$$

Reemplazando:

$$\boxed{\rho\big(Cos(\varphi) + i\,Sin(\varphi)\big) = \rho\, e^{i\,\varphi}}$$

La impedancia se generalizada usando la definición (ley de Ohm):

$$\boxed{Z = \frac{V}{I}}$$

donde ahora la tensión V y la corriente I son sinusoidales a una frecuencia específica. Estas señales son representadas por números complejos llamados fasores. Dicha señal sinusoidal en función del tiempo se puede representar mediante la función:

$$V(t) = V_0\, Cos(\omega\, t + \delta)$$

Donde:

t = tiempo en segundos

ω = frecuencia angular en rad/seg

δ = corrimiento de fase en radianes

V_0 = Tensión pico a pico en volts

Una observación útil es que los fasores (de tensión y corriente) satisfacen las leyes de Kirchoff, que son expresiones de la conservación de la energía y la carga. Usando la fórmula de Euler, podemos representar una tensión senoidal general mediante la expresión:

$$V(t) = V_0\, e^{i\,\delta}\, e^{i\,\omega t} \quad [1]$$

La convención es usar la parte real de la ecuación [1] para dar la función sinusoidal del tiempo. La parte real es $V_0\, Cos(\omega t + \delta)$. Esta es la razón por la que se usa el coseno para la senoidal en lugar del seno. ***Una curva de coseno es un seno que se desplaza un ángulo recto (90°).***

Para nuestro caso tenemos que:

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_0\, e^{i\,\delta}\, e^{i\,\omega t}}{I_0\, e^{i\,\delta}\, e^{i\,\omega t}} = \frac{V_0}{I_0}\, e^{i\,\theta}$$

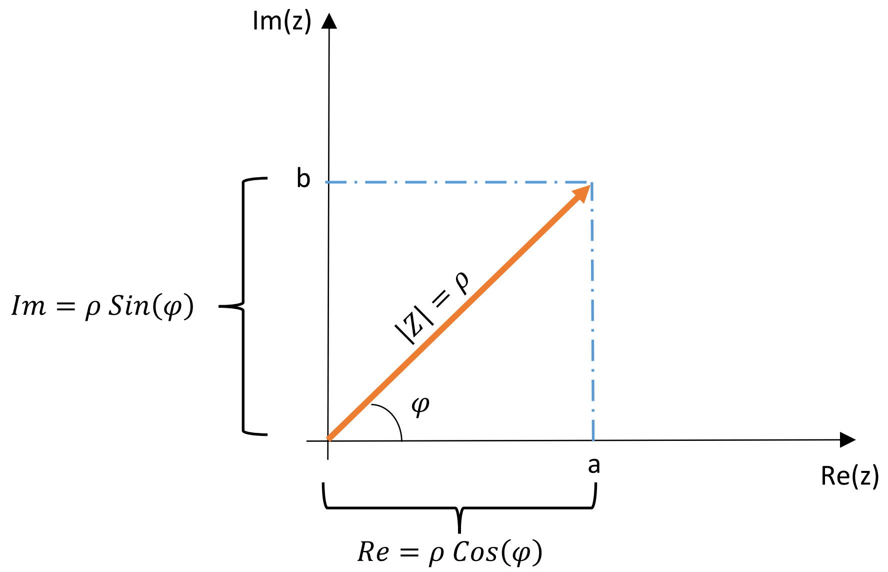


Figura 2: representación de un fasor

Debe enfatizarse nuevamente que esta impedancia compleja es un fasor. Si la frecuencia cambia, la impedancia generalmente cambiará. El medidor LCR típico mide la magnitud |Z| y el ángulo de fase φ directamente para cálculos posteriores. Las ecuaciones nos permiten escribir las expresiones para las reactancias de inductores y condensadores son:

$$\boxed{X_L = \omega\ L \quad [2]}$$

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega\ C} \quad [3]}$$

La fase de la impedancia determina la fase relación entre la tensión y la corriente, y también determina la potencia real disipada en el circuito. La utilidad de la impedancia es la misma que la de la resistencia, ya que la formulación y las matemáticas permiten impedancias en serie se sumen algebraicamente e impedancias en paralelo se sumen de la misma manera que en paralelo las resistencias lo hacen. Por lo tanto, el análisis de CA de estado estacionario es muy parecido al análisis de circuito de CC, excepto que está en una frecuencia particular.

Modelo de un capacitor

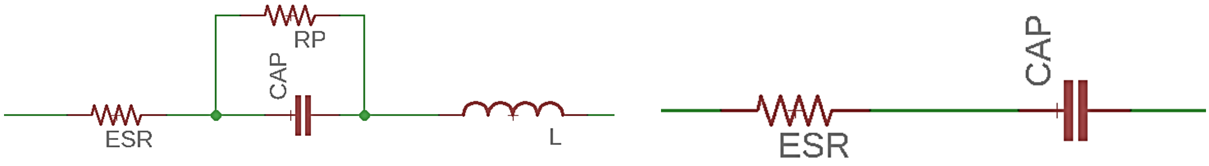


Figura 3: modelos equivalentes de un capacitor

Factor de disipación D

El factor de disipación D es una cantidad adimensional que representa la relación de la parte real de la impedancia a la parte imaginaria.

$$\boxed{D = \frac{R}{X_C} \quad [4]}$$

Para un capacitor podemos reemplazar [3] en [4]:

$$D = \frac{R}{\frac{1}{\omega\, C}} = \omega\, R\, C \;\Rightarrow$$

$$\boxed{R_{ESR} = \frac{D}{\omega\, C}}$$

Modelo de un inductor

Figura 4: modelos equivalentes de un inductor

Factor de calidad Q

Para inductores, es convencional utilizar el factor de calidad Q, que es el recíproco de D. Altos valores de Q a menudo se desean en inductores.

$$\boxed{Q = \frac{1}{D} \quad [5]}$$

$$Q = \frac{1}{\frac{R}{X_L}} = \frac{X_L}{R} \Rightarrow$$

$$\boxed{R_{ESR} = \frac{X_L}{Q} = \frac{\omega\, L}{Q}}$$

Por lo tanto, un inductor de alto Q tiene una resistencia en serie equivalente baja y pierde poca potencia frente a esta ESR. Los componentes de alto Q y bajo D pueden ser deseables en los circuitos porque pueden permitir una transferencia eficiente de energía entre capacitores e inductores en circuitos, y almacenar energía eficientemente con poca pérdida por calor residual. D para un capacitor normalmente aumentará de forma no lineal con la frecuencia y temperatura.

Modelo de medición serie y paralelo

Existen dos formas de medición, ellas son: la serie y paralelo. Estos modelan la impedancia medida del componente por una resistencia y una reactancia ideales en serie o en paralelo.

Figura 5: formas de medición

$$Z = R_S + j\,X_S \quad [6]$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R_P} + j\,\frac{1}{X_P} \quad [7]$$

Estos modelos de circuitos son matemáticamente equivalentes. El medidor LCR mide una impedancia, que da dos números independientes, la magnitud y la fase de la impedancia. Estos son cambiados en componentes rectangulares R y X, dando la parte real e imaginaria de la impedancia. Estas componentes rectangulares se pueden transformar en un circuito en serie o en paralelo de un circuito dado.

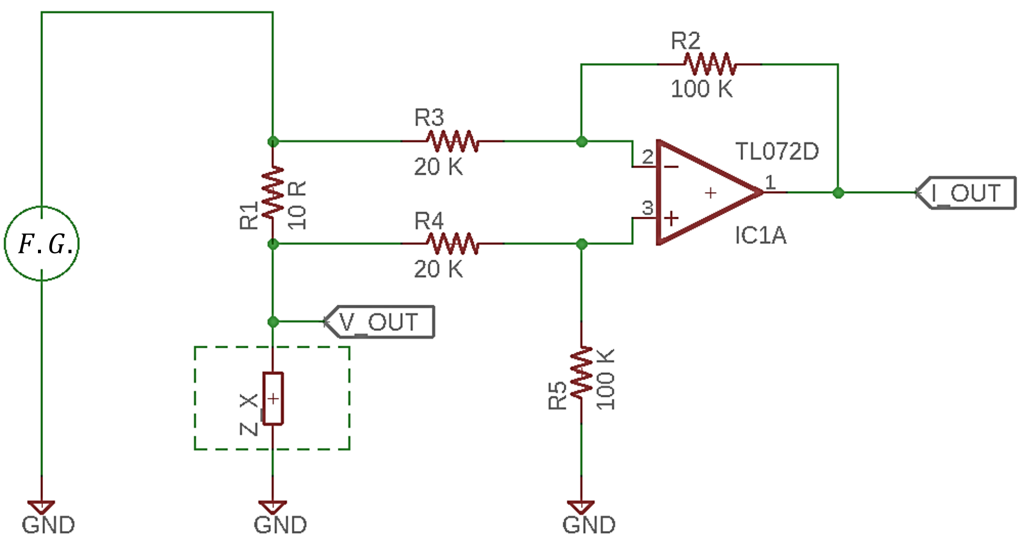
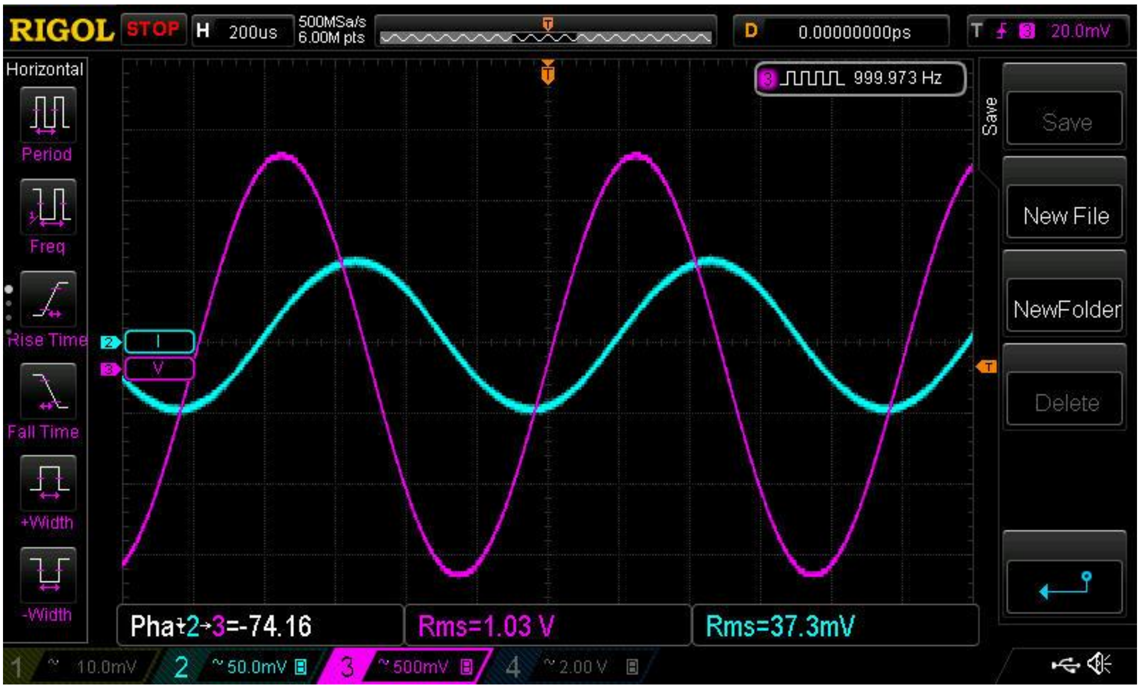


Figura 6: amplificador diferencial, G = 5

Ejemplo de cálculo



Datos:

$$V(t) = 1{,}03\ e^{i\,0}$$

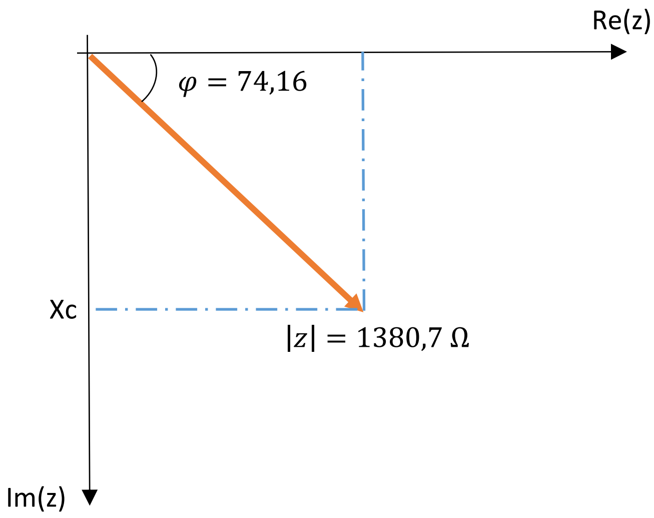
$$I(t) = 0{,}0373\ e^{-i\,74{,}16}$$

$$f = 999{,}973\ Hz$$

Se observa que la corriente adelanta a la tensión alrededor de 72° por lo tanto estamos estudiando una reactancia ***capacitiva***.

$$I(t) = \frac{\dfrac{0{,}0373\ e^{-i\,74{,}16}}{5}}{10} = \frac{0{,}0373\ e^{-i\,74{,}16}}{50}$$

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{1{,}03\ e^{i\,0}}{\dfrac{0{,}0373}{50}\ e^{-i\,74{,}16}} = 1380{,}7\ \ e^{i\,74{,}16}$$



$$\boxed{Z = 1380{,}7\ \ e^{i\,74{,}16} = 376{,}86 + j\ 1328{,}27}$$

De [3] sabemos que:

$$X_C = \frac{1}{\omega\ C} \ \Rightarrow$$

$$C = \frac{1}{X_C\ 2\ \pi\ f}$$

$$C = \frac{1}{1328{,}27\ 2\ \pi\ 999{,}973} = 119{,}82\ nF$$

$$D = \frac{R}{X} = \frac{376{,}86}{1328{,}27} = 0{,}283$$

$$R_{ESR} = \frac{D}{2\ \pi\ f\ C} = \frac{0{,}283}{2\ \pi\ 999{,}97\ Hz\ 119{,}82\ nF} = 375{,}91\ \Omega$$