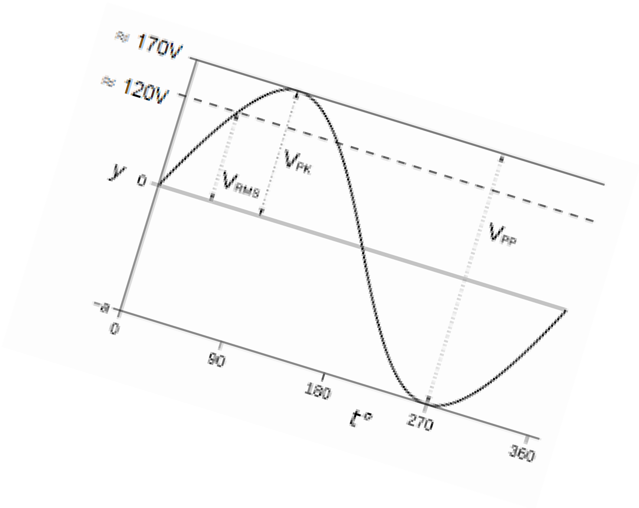
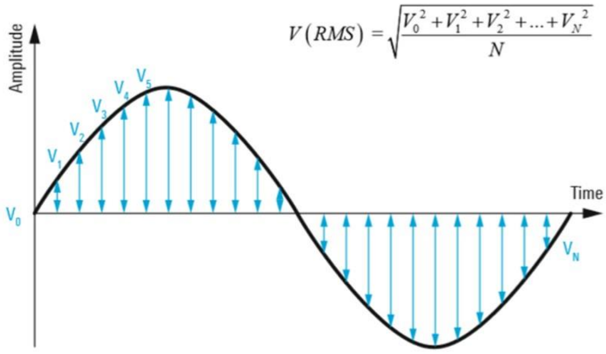
INTRONIC



Medidor RMS



www.intronic.com.ar

Introducción

Las magnitudes eléctricas que se presentan en los circuitos pueden ser constantes o variables en el tiempo. En el primer caso, se habla de circuitos de corriente continua. En ellos, las magnitudes no tienen variación con el tiempo. En caso de que existan variaciones en el tiempo se deben distinguir diversos casos. En una clasificación elemental se pueden diferenciar las que varían de forma periódica de las que ***no***.

Magnitudes asociadas a una señal periódica

Una señal periódica será representada por la expresión analítica de su función, que en general tiene la forma:

$$\boxed{y(t) = y(t + T)}$$

en donde ***T*** representa el periodo. Cualquier función periódica se caracteriza por los siguientes conjuntos de parámetros:

- Ciclo: es una parte de la señal para la que la función toma una serie completa de valores que luego se repite de forma sistemática.
- Periodo (*T*): Es el tiempo de duración de un ciclo
- Frecuencia (*f*): es el numero de ciclos que se presentan en un segundo. Su unidad es ciclos por segundo o Hertz [Hz].
- Amplitud (*A*): es el máximo valor absoluto en un ciclo. También se denomina valor de pico.
- Valor pico a pico: es la diferencia algebraica entre el mayor valor positivo y el mayor valor negativo que se presenta en un ciclo.

Para el caso de una señal senoidal, la función viene dada por:

$$\boxed{v(t) = v_{max}\, Sin(\omega\, t + \varphi)}$$

Ejemplo:

$$f = 50\ Hz$$

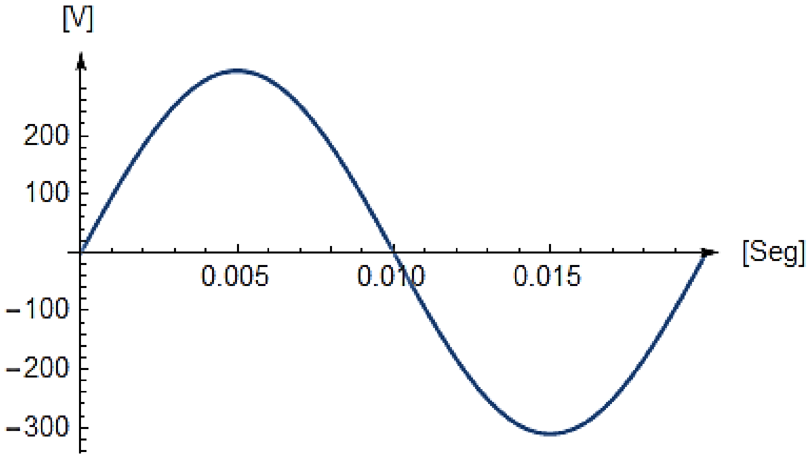
$$T = \frac{1}{50\ Hz} = 0{,}02\ s$$

$$\omega = 2\,\pi\, f = 2\,\pi\, 50 = 100\,\pi \frac{rad}{s}$$

$v_{Max} = 311\ V$

$\varphi = 0$

$$v(t) = 311\ Sin\left(100\ \pi \frac{rad}{s}\ t\right)$$



$$Sin(\omega\ t + \varphi) = Sin[\omega\ (t + T) + \varphi]$$

$$2\ \pi + (\omega\ t + \varphi) = \omega\ (t + T) + \varphi$$

$$\omega\ T = 2\ \pi \quad \Longrightarrow \quad \boxed{T = \frac{2\ \pi}{\omega}}$$

$$\boxed{\omega = \frac{2\ \pi}{T}} \qquad \therefore \qquad \boxed{\omega = 2\ \pi\ f}$$

Valor medio

El valor medio de una función $v(t)$ en un intervalo dado, se define como:

$$\boxed{V_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt}$$

Lo que significa obtener el promedio de los valores dentro del periodo, o también el área encerrada entre la función y el eje de abscisas, dividida por la duración del intervalo. Si la función toma valores positivos y negativos, el área total que encierra será igual a la suma algebraica de la áreas positivas y negativas. Cuando la función toma valores positivos y negativos iguales, entonces las áreas encerradas son iguales y el valor medio será cero.

Ejemplo 1:

Calcular el valor medio de la siguiente función:

$$v(t) = Sin(t)$$

$$\omega = 1$$

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega} = 2\,\pi$$

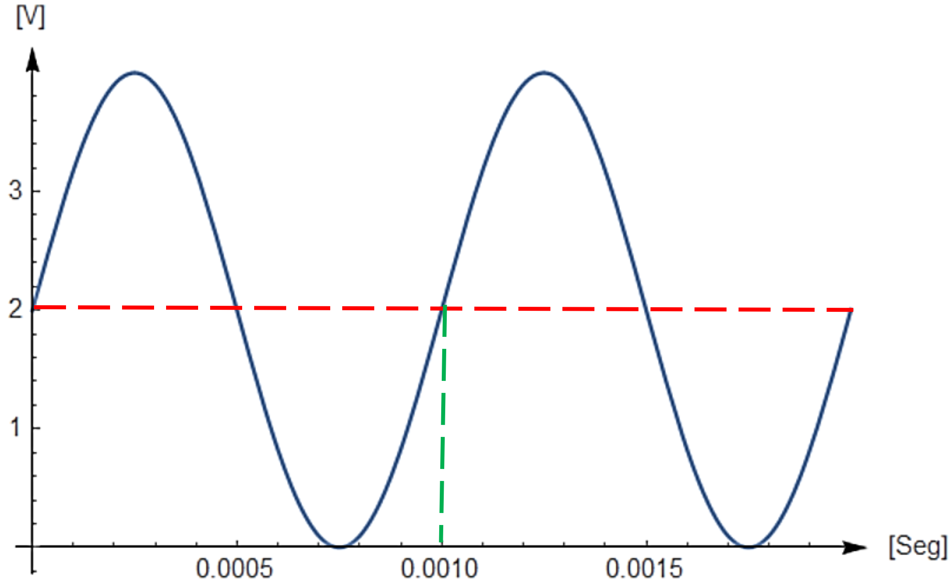
$$V_{med} = \frac{1}{2\,\pi}\int_0^{2\,\pi} Sin(t)\,dt = \frac{1}{2\,\pi}\; - Cos(t)\,\Big|_0^{2\,\pi}$$

$$V_{med} = \frac{-1}{2\,\pi}\,\big(Cos(2\,\pi) - Cos(0)\big)$$

$$\boxed{V_{med} = 0}$$

Ejemplo 2:

Calcular el valor medio de la siguiente función



$T = 0{,}001\ s$

$f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{0{,}001\ s} = 1\ KHz$

$\omega = 2\,\pi\,f = 2\,\pi\,1000 = 2000\,\pi$

$v_{max} = 2\ V$
$V_{off} = 2\ V$

$$v(t) = V_{off} + v_{max}\ Sin(\omega\ t)$$

$$v(t) = 2 + 2\ Sin(2000\,\pi\,t)$$

$$V_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt = \frac{1}{0{,}001}\int_0^{0{,}001} 2 + 2\ Sin(2000\,\pi\,t)\,dt$$

$$V_{med} = \frac{1}{0{,}001}\left[\int_0^{0{,}001} 2\,dt + \underbrace{\int_0^{0{,}001} 2\ Sin(2000\,\pi\,t)\,dt}_{=0}\right]$$

$$V_{med} = \frac{1}{0{,}001} \int_{0}^{0{,}001} 2\, dt = \frac{1}{0{,}001}\, 2\, t \,\Big|\begin{matrix} 0{,}001 \\ 0 \end{matrix} = \frac{1}{0{,}001}\, 2\, (0{,}001 - 0)$$

$$\boxed{V_{med} = 2\, V = V_{off}}$$

Cuando una señal eléctrica tiene valor medio nulo se dice que no tiene componente de continua, en el presente caso, la componente de continua de una determinada señal será igual al valor medio (en este caso llamado offset). A continuación, se calculará el valor medio del ejemplo 1 pero considerando medio periodo y V_{max}.

Ejemplo 3:

Calcular el valor medio de una señal senoidal considerando medio periodo.

$$v(t) = v_{max}\, Sin(t)$$

$$\omega = 1$$

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega} = 2\,\pi \quad \Longrightarrow \quad \frac{T}{2} = \pi$$

$$V_{med} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\pi} v_{max}\, Sin(t)\, dt = \frac{1}{\pi}\, - Cos(t)\, \Big|_{0}^{\pi}$$

$$V_{med} = \frac{-1\, v_{max}}{\pi} \big(Cos(\pi) - Cos(0)\big) = \frac{-\, v_{max}}{\pi} \big((-1) - 1\big)$$

$$\boxed{V_{med} = \frac{2\, v_{max}}{\pi} \cong 0{,}64\, v_{max}}$$

Valor eficaz

El valor eficaz de una señal en un ciclo, también denominado valor medio cuadrático (RMS), viene dado por:

$$\boxed{V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [v(t)]^2\, dt}}$$

Dicho en otras palabras, es la raíz cuadrada del valor medio de los valores de $v(t)$ al cuadrado. Para el caso de una señal senoidal, tendremos que:

$$v(t) = v_{max}\, Sin(t)$$

$$\omega = 1$$

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega} = 2\,\pi$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\,\pi}\int_0^{2\,\pi} [v_{max}\, Sin(t)]^2\, dt} = \sqrt{\frac{1}{2\,\pi}\int_0^{2\,\pi} v_{max}^2 \left(Sin(t)\right)^2 dt}$$

$$\boxed{V_{RMS} = \frac{v_{max}}{\sqrt{2}} \cong 0{,}707\, v_{max}}$$

Del resultado anterior se deduce que, para una señal senoidal, el valor eficaz es independiente de ω, T y del ángulo de fase φ. El valor eficaz es del orden del 70% del valor pico y también mayor que el valor medio obtenido para un medio periodo.

Factor de forma

Se define factor de forma de una señal periódica como la relación entre el valor eficaz y el valor absoluto de la media en un periodo:

$$F.F. = \frac{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [v(t)]^2\,dt}}{\left|\frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt\right|}$$

En el caso de señales cuyo valor medio sea cero, se obtiene el factor de forma determinando el valor medio y eficaz de la parte del periodo en la que la señal es positiva. Por ejemplo, para una señal senoidal, el valor medio de un medio periodo ya fue determinado mientras que el valor eficaz del medio periodo es el mismo que para un periodo completo:

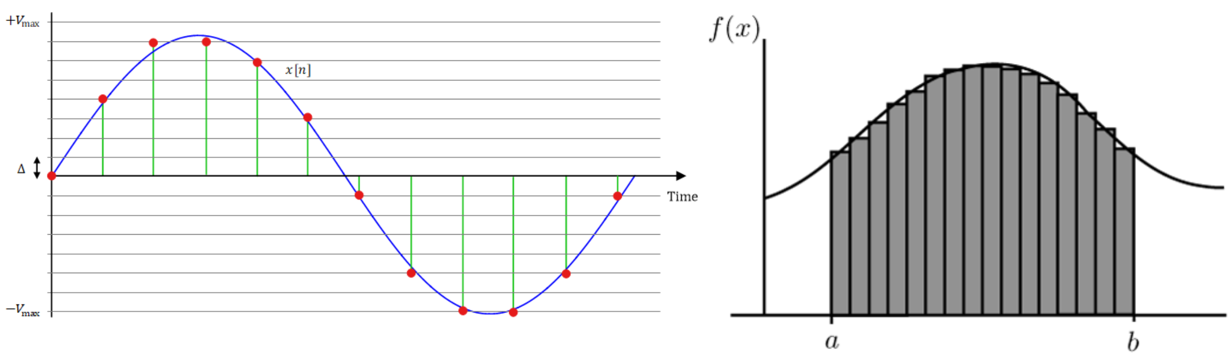
$$F.F. = \frac{\frac{v_{max}}{\sqrt{2}}}{\frac{2\,v_{max}}{\pi}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cong 1{,}11$$

Existes instrumentos de medición que basan el desplazamiento de la aguja de manera proporcional al valor medio y sin más que cambiar la graduación de la escala (multiplicada por 1,11) se puede obtener una lectura directa del valor eficaz de la magnitud.

Señales discretas

Las señales hasta ahora estudiadas están representadas por funciones temporales que abarcan todo el dominio posible. Las señales de tiempo discreto se definen por tener un dominio que se especifica únicamente para ciertos valores finitos de tiempo. Esto significa que la amplitud de la señal solo cambia en intervalos discretos de tiempo, a diferencia de las señales de tiempo continuo, en las cuales la amplitud cambia de manera continua en el tiempo.

La definición del dominio de tiempo discreto permite trabajar con señales digitales en sistemas de comunicación y procesamiento de señales, lo que resulta útil en muchas aplicaciones prácticas.



Valor medio

Para una señal definida por una función, tenemos que:

$$V_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt$$

Análogamente, para una señal discreta tenemos que:

$$\boxed{V_{med} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N}}$$

Valor eficaz

Para una señal definida por una función, tenemos que el valor medio cuadrático viene dado por:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\,\pi}\int_0^{2\,\pi}[v_{max}\,Sin(t)]^2\,dt}$$

Análogamente, para una señal discreta tenemos que:

$$\boxed{V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^2} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_N^2}{N}}}$$

Acondicionamiento de señal