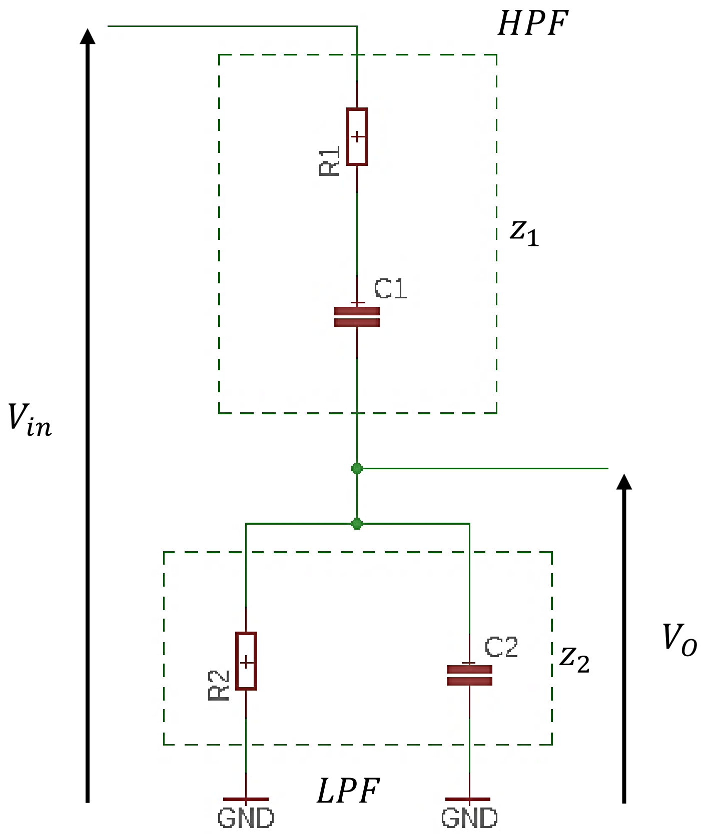
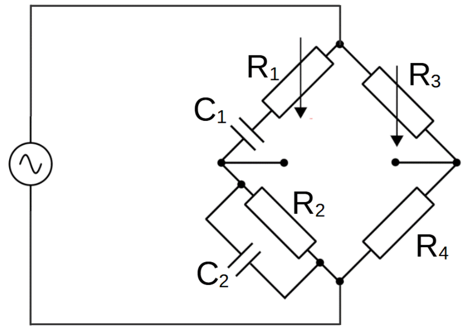
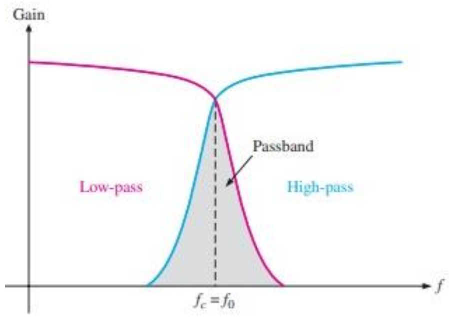
Oscilador en puente de Wien







$$z_1 = R_1 + \frac{1}{j\,\omega\,C_1}$$

Desarrollando el paralelo de impedancias tenemos que:

$$z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\,\omega\,C_2} = \frac{R_2}{1 + j\,\omega\,R_2\,C_2}$$

Utilizando la fórmula para un divisor de tensión:

$$V_O = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\,V_{in}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{\dfrac{R_2}{1 + j\,\omega\,R_2\,C_2}}{R_1 + \dfrac{1}{j\,\omega\,C_1} + \dfrac{R_2}{1 + j\,\omega\,R_2\,C_2}}$$

Haciendo $R_1 = R_2$ y $C_1 = C_2$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{\dfrac{R}{1 + j\,\omega\,R\,C}}{R + \dfrac{1}{j\,\omega\,C} + \dfrac{R}{1 + j\,\omega\,R\,C}}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{\dfrac{R}{1 + j\,\omega\,R\,C}}{\dfrac{1 + j\,\omega\,R\,C}{j\,\omega\,C} + \dfrac{R}{1 + j\,\omega\,R\,C}}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{\dfrac{R}{1 + j\,\omega\,R\,C}}{\dfrac{(1 + j\,\omega\,R\,C)\,(1 + j\,\omega\,R\,C) + R\,(j\,\omega\,C)}{(j\,\omega\,C)\,(1 + j\,\omega\,R\,C)}}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{\dfrac{R}{1 + j\,\omega\,R\,C}}{\dfrac{(1 + j\,\omega\,R\,C)^2 + R\,(j\,\omega\,C)}{(j\,\omega\,C)\,(1 + j\,\omega\,R\,C)}}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{\dfrac{R}{1 + j\,\omega\,R\,C}}{\dfrac{1 + 2\,j\,\omega\,R\,C + (j\,\omega\,R\,C)^2 + j\,\omega\,R\,C}{(j\,\omega\,C)\,(1 + j\,\omega\,R\,C)}}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{\frac{R}{1 + j\,\omega\,R\,C}}{\frac{1 + 3\,j\,\omega\,R\,C - (\omega\,R\,C)^2}{(j\,\omega\,C)\,(1 + j\,\omega\,R\,C)}}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{R\,(j\,\omega\,C)\,(1 + j\,\omega\,R\,C)}{(1 + 3\,j\,\omega\,R\,C - (\omega\,R\,C)^2)\,(1 + j\,\omega\,R\,C)}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{R\,(j\,\omega\,C)}{(1 + 3\,j\,\omega\,R\,C - (\omega\,R\,C)^2)}$$

Dividimos al numerador y denominador por $\frac{1}{j\,\omega\,R\,C}$:

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{j\,\omega\,R\,C}{(1 + 3\,j\,\omega\,R\,C - (\omega\,R\,C)^2)}\;\frac{\frac{1}{j\,\omega\,R\,C}}{\frac{1}{j\,\omega\,R\,C}}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{1}{\frac{1}{j\,\omega\,R\,C} + 3 - \frac{\omega\,R\,C}{j}}$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{j}\left(\frac{1}{\omega\,R\,C} - \omega\,R\,C\right)}$$

$$\frac{1}{j} = \frac{j}{(-1)} = -j$$

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{1}{3 - j\left(\frac{1}{\omega\,R\,C} - \omega\,R\,C\right)}$$

Finalmente:

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{1}{3 - j\left(\frac{1 - \omega^2\, R^2\, C^2}{\omega\, R\, C}\right)}$$

Para que el desfase de esta red sea cero, la parte imaginaria también debe ser cero.

$$\omega^2\, R^2\, C^2 = 1 \;\Rightarrow\; \omega = \frac{1}{R\, C}$$

Resultando en:

$$\frac{V_O}{V_{in}} = \frac{1}{3}$$

Analizando la ecuación anterior, se podrá demostrar que esa es la ganancia máxima y que por lo tanto se trata de la ***frecuencia de resonancia.*** Para formar un oscilador esta red se debe combinar con un amplificador no inversor que tenga una ganancia mínima de 3, haciendo que la ganancia total de la red sea ***al menos unitaria.***

$$G = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \geq 3 \;\Rightarrow$$

$$G = R_1 + R_2 \geq 3\, R_2 \;\;\Rightarrow$$

$$\boxed{G = R_1 \geq 2\, R_2}$$

$$\omega = 2\,\pi\, f = \frac{1}{R\, C} \;\Rightarrow$$

$$\boxed{f = \frac{1}{2\,\pi\, R\, C}}$$