# Предсказание показания фМРТ по видео, показанному человеку

Дорин Даниил Дмитриевич

Московский физико-технический институт

10 мая 2023 г.

# Цель работы

#### Исследуется

Зависимость между показаниями датчиков фМРТ и видеорядом, просматриваемым человеком.

#### Требуется

Предложить метод предсказания снимка фМРТ по видеоряду и нескольким предыдущим измерениям фМРТ того же испытуемого.

#### Основные предположения

- Наличие корреляции между снимками и изображениями из видеоряда.
- Реакция мозга, фиксируемая фМРТ, на информацию, поступающую от зрительных органов, происходит не мгновенно, а с некоторой задержкой  $\Delta t$ .

## Постановка задачи

Пусть  ${\cal P}$  — видеоряд,  $\nu$  — частота изображений в видеоряде, t — продолжительность видеоряда:

$$\mathcal{P} = (\mathbf{p}^1, \dots, \mathbf{p}^{\nu \cdot t}), \ \mathbf{p}^l \in \mathbb{R}^{W_{\mathbf{p}} \times H_{\mathbf{p}} \times C_{\mathbf{p}}}$$

где  $W_p$  — ширина изображения,  $H_p$  — высота изображения и  $C_p$  — число каналов.

 $\mathcal{S}$  — последовательность фМРТ снимков некоторого испытуемого,  $\mu$  — частота снимков фМРТ:

$$\mathcal{S} = (\mathbf{s}^1, \dots, \mathbf{s}^{\mu \cdot t}), \ \mathbf{s}^l \in \mathbb{R}^{X_{\mathbf{s}} \times Y_{\mathbf{s}} \times Z_{\mathbf{s}}}$$

где  $X_s,\ Y_s,\ Z_s$  — размерности тензора снимка фМРТ.

Считаем, что известно несколько предыдущих измерений фМРТ  $\mathcal{S}_0$  того же испытуемого. Необходимо построить отображение f:

$$f(\boldsymbol{p}^1,\ldots,\boldsymbol{p}^{k_i-\nu\cdot\Delta t},\mathcal{S}_0)=s^i,\,\mathcal{S}_0=(s_0^1,\ldots,s_0^{i-1})$$

которое учитывает задержку  $\Delta t$ .

$$k_i = \frac{\nu \cdot i}{\mu}$$

# Описание модели

Предположение марковости:  $s^i$  зависит лишь от  $s^{i-1}$  и  $p^{k_iu\cdot\Delta t}$ 

Отображение: 
$$f(p^{k_i-\nu\cdot\Delta t})=\delta^i,\ i=2,\ldots,L_{\Delta t},$$
  $f=g\circ v,$   $v:\ \mathbb{R}^{W_p imes H_p imes C_p} o\mathbb{R}^d,\ g:\ \mathbb{R}^d o\mathbb{R}^{X_s imes Y_s imes Z_s}.$ 

- ullet  $L_{\Delta t}$  число пар снимок-изображение из обучающей выборки
- $\delta^i = s^i s^{i-1}$ ,  $s^k \in \mathbb{R}^{X_s \times Y_s \times Z_s}$
- $\bullet$   $\delta_{ijk}$  компонента тензора  $\delta$ .
- $\mathbf{x} = \mathbf{v}(\mathbf{p})_{:,,\mathbf{x}} = [x_1,...,x_d]^T$  вектор признаков изображения
- $oldsymbol{\mathbf{w}}_{ijk} = [w_1^{ijk}, \dots, w_d^{ijk}]^T$  вектор весов элемента тензора  $\delta_{ijk}$

Для восстановления разности значений в каждом вокселе используется линейная модель

$$g_{ijk}(\mathbf{x},\mathbf{w}_{ijk}) = \langle \mathbf{x},\mathbf{w}_{ijk} \rangle.$$

Для каждого вокселя в снимке задана обучающая выборка. N — число объектов тренировочной выборки. Функция потерь:

$$\mathcal{L}_{ijk}(\boldsymbol{w}_{ijk}, \Delta t, \alpha) = \frac{1}{2} \sum_{l=2}^{N+1} (g_{ijk}(\boldsymbol{x}^l, \boldsymbol{w}_{ijk}) - \delta_{ijk}^l)^2 + \frac{\alpha}{2} \|\boldsymbol{w}_{ijk}\|_2^2.$$

### Описание модели

Требуется минимизировать функцию потерь  $\mathcal{L}_{ijk}(\mathbf{\textit{w}}_{ijk}, \Delta t, \alpha)$  при фиксированных гиперпараметрах  $\Delta t$  и  $\alpha$ :

$$\hat{\mathbf{w}}_{ijk} = \underset{\mathbf{w}_{ijk}}{\operatorname{arg min}} \mathcal{L}_{ijk}(\mathbf{w}_{ijk}, \Delta t, \alpha).$$

Определим матрицу объектов тренировочной выборки

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}^{2^T}, \dots, \mathbf{x}^{N+1^T}]^T = [x_j^i] \in \mathbb{R}^{N \times d}$$

и вектор, компонентами которого являются разности значений одного и того же вокселя в снимках тренировочной выборки,

$$\boldsymbol{\Delta}_{\textit{ijk}} = [\delta_{\textit{ijk}}^2, \dots, \delta_{\textit{ijk}}^{\textit{N}+1}]^{\textit{T}} \in \mathbb{R}^{\textit{N}}.$$

Тогда решение МНК можно записать в виде:

$$\hat{\mathbf{w}}_{ijk} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{\Delta}_{ijk}.$$

# Вычислительный эксперимент

#### Цели эксперимента

- Проверка работоспособности и корректности предложенного метода.
- ② Проверка предположения о наличии зависимости между показаниями датчиков фМРТ и восприятием внешнего мира человеком и наличии задержки  $\Delta t$ .

#### Выборка

Набор данных включает в себя в себя записи фМРТ 30 участников в возрасте от 7 до 47 лет во время выполнения одинаковой задачи и записи внутричерепной электроэнцефалографии 51 участника в возрасте от 5 до 55 лет.

#### Параметры модели

**1** 
$$L_{\Delta t} = 641 - \mu \cdot \Delta t, \ \nu = 25 \text{ c}^{-1}, \ \mu = 1.64 \text{ c}^{-1}$$

**2** 
$$\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^{640 \times 480 \times 3}$$
,  $\boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^{40 \times 64 \times 64}$ 

**3** 
$$d = 2048$$

# Анализ окна задержки $\Delta t$

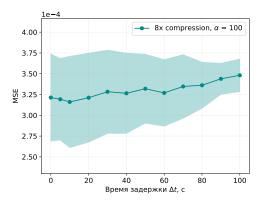
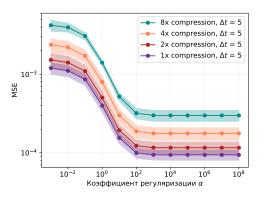


График демонстрирует наличие зависимости результата предсказания от гиперпараметра  $\Delta t$ . Причем при нефизичной задержке больше десяти секунд ошибка начинает расти. Минимум достигается в пределах 4 -10 секунд.

## Варьирование гиперпараметра $\alpha$

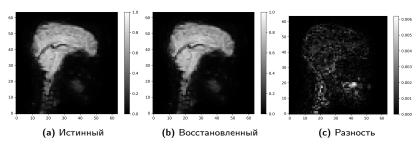
Проанализированна зависимость MSE от коэффициента регуляризации  $\alpha$ . Рассматриваются коэффициенты сжатия 1, 2, 4 и 8.



Из графиков видно, что отстуствие регуляризации ведет к переобучению модели. Оптимальное значение коэффициента  $lpha \approx 100$ .

# Демонстрация работы алгоритма

В качестве демонстрации работы алгоритма на рисунке ниже приведены срезы оригинального и предсказанного воксельного снимка фМРТ из тестовой выборки.



Значения в вокселях нормализованны на отрезок [0, 1], поэтому ошибка порядка  $10^{-3}$  говорит о достаточно хорошем качестве работы алгоритма.

# Распределения значений компонент вектора весов модели

Для построения производилось усреднение по строкам матрицы весов  $\hat{W}$ , то есть усреднение по всем вокселям.

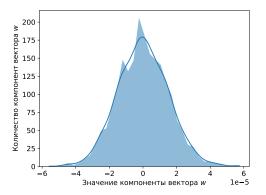


График хорошо аппроксимируется плотнотью нормального распределения, что говорит о статистической значимости весов.

## Инвариантность весов модели относительно человека

Экспериментально проверено, что модель улавливает общие для всех испытуемых зависимости между данными. Другими словами, восстановление снимка фМРТ одного человека можно производить, используя матрицу весов другого испытуемого. Результаты представлены в таблице ниже:

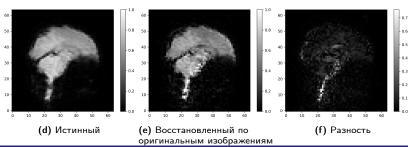
Матрица весов	Истинная	Подмешанная
MSE	$1.02 \cdot 10^{-4}$	$1.05 \cdot 10^{-4}$

MSE почти совпадают, что говорит о справедливости рассмотренного предположения.

# Результаты работы модели на случайном шуме

Проверим корректность алгоритма. Предположим, что модель не улавливает зависимость между данными, тогда результаты работы модели на случайном шумовом векторе будут по качеству не хуже снимков, предсказанных по изображениям.

Первоначально модель обучена на оригинальных изображениях из видеоряда. Получена соответствующая матрица весов  $\hat{W}$ . К первому снимку последовательно прибавляются все восстановленные изменения значений вокселей. В результате имеем последний снимок последовательности:



# Результаты работы модели на случайном шуме

Для демонстрации работы на случайном шуме сгенерирована случайная выборка из векторов признакового описания изображения размера тестовой выборки. По шумовым данным и матрице весов  $\hat{W}$  получена последовательность изменений между соседними снимками фМРТ. В результате аналогично предсказанию в случае оригинальных изображений имеем последний снимок последовательности, получаенный по шумовым данным.

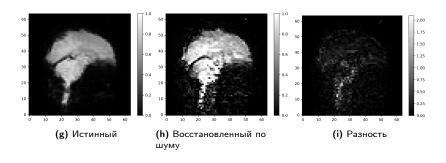
В таблице приведены среднеквадратичные ошибки в случае истинной выборки и в случае выборки со случайным шумом.

Выборка	Истинная	Случайный шум
MSE	$2 \cdot 10^{-3}$	$10^{-1}$

Ошибка на шуме на порядок больше, что подтверждает наличие зависимости между показаниями датчиков и изображениями из видеоряда.

## Результаты работы модели на случайном шуме

Приведенные ниже срезы подтверждают численнный результат, видно, что качество предсказания по шуму гораздо хуже предсказания по оригинальным снимкам.



## Выводы

- Построен метод аппроксимации показаний датичков фМРТ по видеоряду, просматриваемому человеком.
- Проверено, что качество работы модели на случайном шуме горазда хуже, чем на оригинальных изображениях из видеоряда.
- Проверено, что веса модели инвариантны относительно человека
- Результаты экспериментов подтверждают наличие зависимости между показаниями датчиков фМРТ и восприятием внешнего мира человеком.
- Приведенные графики подтверждают предположение о наличии задержки между моментом получения информации зрительными органами и реакцией мозга на эту информацию.