# Анализ смещения распределений в контрастивном обучении

Лидия Троешестова Роман Исаченко

Московский физико-технический институт

3 мая 2023 г.

## Цель исследования

# Цель

Исследовать влияние смещения распределения  $p_x^+$  в задаче построения представлений без учителя.

# Проблема

Наличие смещения в распределениях классов приводит к некорректным представлениям объектов.

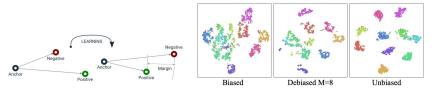
### Идея

Учесть смещения распределений классов путем построения несмещенной функции потерь.

$$L^{N}_{\mathsf{Unbiased}}(f) = \mathbb{E}_{\substack{\mathbf{x} \sim \rho, \mathbf{x}^{+} \sim \rho_{\mathbf{x}}^{+}, \\ \mathbf{x}^{-} \sim \rho_{\mathbf{y}}^{-}}} \left[ -\log \frac{\exp(\mathsf{sim}_{f}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{+}))}{\exp(\mathsf{sim}_{f}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{+}) + \sum_{i=1}^{N} \exp(\mathsf{sim}_{f}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{-}))} \right]$$

# Смещение распределений при построении представлений

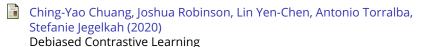
- $p_{x}^{+}(\mathbf{x}')$  вероятность взять  $\mathbf{x}'$  как позитивный объект для  $\mathbf{x}$ .
- $p_x^-(\mathbf{x}')$  вероятность взять  $\mathbf{x}'$  как негативный объект для  $\mathbf{x}$ .
- $\tau^+$  вероятность 1 класса;
- $au^- = 1 au^+$  вероятность любого другого класса
- $p(\mathbf{x}') = \tau^+ p_x^+(\mathbf{x}') + \tau^- p_x^-(\mathbf{x}')$



Найти  $L^N_{ ext{DebiasedPos}}$ , минимизирующее  $\lim_{N o \infty} ig| L^N_{ ext{DebiasedPos}}(f) - L^N_{ ext{Unbiased}}(f) ig|$ .

$$L^{N}_{\mathsf{Unbiased}}(f) = \mathbb{E}_{\substack{\mathbf{x} \sim p, \mathbf{x}^{+} \sim p_{x}^{+}, \\ \mathbf{x}^{-} \sim p_{x}^{-}}} \left[ -\log \frac{\exp(\mathsf{sim}_{f}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{+}))}{\exp(\mathsf{sim}_{f}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{+}) + \sum_{i=1}^{N} \exp(\mathsf{sim}_{f}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{-}))} \right]$$

# Список литературы



- Prannay Khosla, Piotr Teterwak, Chen Wang, Aaron Sarna, Yonglong Tian, Phillip Isola, Aaron Maschinot, Ce Liu, Dilip Krishnan (2021)
  Supervised Contrastive Learning
- CTing Chen, Simon Kornblith, Mohammad Norouzi, Geoffrey Hinton (2020)
  A Simple Framework for Contrastive Learning of Visual Representations
- Sohn, Kihyuk (2016)
  Improved Deep Metric Learning with Multi-class N-pair Loss Objective
- Florian Schroff, Dmitry Kalenichenko, James Philbin (2015)
  FaceNet: A Unified Embedding for Face Recognition and Clustering

# Учет ошибок первого рода

Обозначим  $h(\mathbf{x}, \widetilde{\mathbf{x}}) := e^{f(\mathbf{x})^T f(\widetilde{\mathbf{x}})}$ .

# Лемма

При N  $ightarrow \infty$ :

$$L^{N}_{Unbiased}(f) \longrightarrow \mathbb{E}_{\substack{\mathbf{x} \sim \rho \\ \mathbf{x}^{-} \sim \rho_{\mathbf{x}}^{-}}} \left[ -\log \frac{R}{R + N \mathbb{E}_{\mathbf{x}^{-} \sim \rho_{\mathbf{x}}^{-}} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{-})} \right],$$

где

$$R = \frac{1}{\tau^+} \big( \mathbb{E}_{\mathbf{x}' \sim \rho} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}') - \tau^- \mathbb{E}_{\mathbf{x}^- \sim \rho_{\mathbf{x}}^-} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}^-) \big).$$

$$\widetilde{L}_{\mathsf{DebiasedPos}}^{N}(f) = \mathbb{E}_{\substack{\mathbf{x} \sim \rho \\ \mathbf{x}^{-} \sim \rho_{\mathbf{x}}^{-}}} \left[ -\log \frac{\mathbb{E}_{\mathbf{x}' \sim \rho} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}') - \tau^{-} \mathbb{E}_{\mathbf{x}^{-} \sim \rho_{\mathbf{x}}^{-}} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{i}^{-})}{\mathbb{E}_{\mathbf{x}' \sim \rho} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}') + (N\tau^{+} - \tau^{-}) \mathbb{E}_{\mathbf{x}^{-} \sim \rho_{\mathbf{x}}^{-}} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{i}^{-})} \right]$$

Оценим неизвестные матожидания эмпирически:

$$P_{\text{emp}}(\mathbf{x}, \{\mathbf{u}_i\}_{i=1}^N, \mathbf{v}) = \frac{1}{N+2} \left( \sum_{i=1}^N h(\mathbf{x}, \mathbf{u}_i) + h(\mathbf{x}, \mathbf{v}) + h(\mathbf{x}, \mathbf{x}) \right); P_{\text{emp}}^-(\mathbf{x}, \{\mathbf{u}_i\}_{i=1}^N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(\mathbf{x}, \mathbf{u}_i).$$

## Учет ошибок первого рода

$$\tilde{L}_{\mathsf{DebiasedPos}}^{N}(f) = \mathbb{E}_{\substack{\mathbf{x} \sim p \\ \mathbf{x}^{-} \sim p_{x}^{-}}} \left[ -\log \frac{\mathbb{E}_{\mathbf{x}' \sim p} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}') - \tau^{-} \mathbb{E}_{\mathbf{x}^{-} \sim p_{x}^{-}} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{i}^{-})}{\mathbb{E}_{\mathbf{x}' \sim p} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}') + (N\tau^{+} - \tau^{-}) \mathbb{E}_{\mathbf{x}^{-} \sim p_{x}^{-}} h(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{i}^{-})} \right]$$

Финальная оценка:

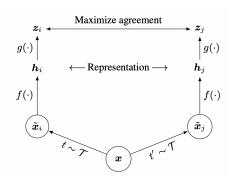
$$L_{\text{DebiasedPos}}^{N}(f) = \mathbb{E} \underset{\substack{\{\mathbf{u}_{i}\}_{i=1}^{N} \sim p_{x}^{-N} \\ \mathbf{v} \sim p_{x}^{+}}}{\mathbf{x} \sim p} \left[ -\log \frac{P_{\text{emp}} - \tau^{-} P_{\text{emp}}^{-}}{P_{\text{emp}} + (N\tau^{+} - \tau^{-})P_{\text{emp}}^{-}} \right].$$

# Теорема

Для произвольного представления f и произвольного  $\delta>0$  существует достаточно большое N, что

$$\left| \tilde{L}_{\textit{DebiasedPos}}^{\textit{N}}(f) - L_{\textit{DebiasedPos}}^{\textit{N}}(f) \right| \leq \left[ \left( 1 + \frac{\tau^-}{\tau^+} + \delta \right) \sqrt{\frac{\pi}{2N}} + \left( 1 + \frac{1}{\tau^+} \right) \sqrt{\frac{\pi}{2N+2}} \right] e^{3/2}$$

# Использование SimCLR CTing Chenet al., 2020



- $\mathcal{T}-$  семейство аугментаций (color distortion, Gaussian blur)
- ullet Семплируются 2 аугментации  $t,t'\sim \mathcal{T}$ , применяются к каждому объекту.
- Обучаем сеть-энкодер  $f(\cdot)$  и MLP сеть-проекцию  $g(\cdot)$ , максимизируя соответствие представлений.

# Вычислительный эксперимент

# <u>Цель</u> эксперимента

Сравнить качество представлений при использовании 3 функций потерь: Contrastive, DebiasedNeg и DebiasedPos.

# Обучение

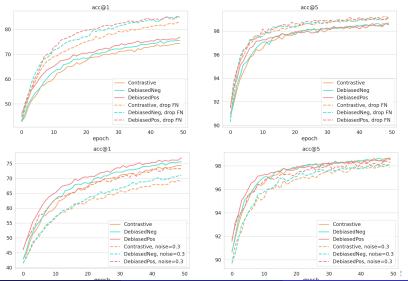
- Обучаем SimCLR с энкодером ResNet-18 и оптимизатором Adam, 50 эпох с размером батча 512.
- Фиксируем выученные представления изображений из CIFAR10 на обучающей выборке.

## Валидация

На тестовой выборке классифицируем объект, применяя top-K к банку представлений, считаем top-1 и top-5 accuracy.

# Эксперимент с удалением FN, эксперимент с добавлением FP

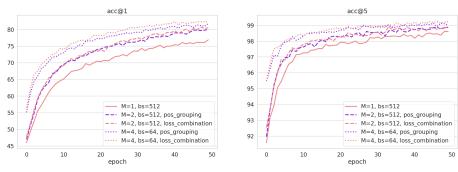
Функция потерь DebiasedPos устойчива к шуму и имеет превосходство на ранних эпохах.



#### Увеличение кол-ва позитивных объектов *М*

Способы агрегации по М:

- 1 pos-grouping: внутри оценки  $P_{\text{emp}}(\mathbf{x}, \{\mathbf{u}_i\}_{i=1}^N, \{\mathbf{v}_j\}_{j=1}^M)$  вместо  $h(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  используем  $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M h(\mathbf{x}, \mathbf{v}_i)$ .
- 2 loss-combination: для каждой пары позитивных объектов считаем  $L^N_{\text{DebiasedPos}}(f)$  и берем среднее по всем значениям функции потерь.

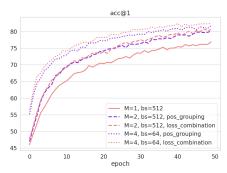


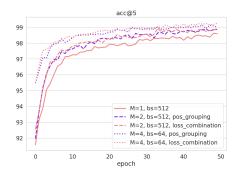
При увеличении M точность значительно возрастает, причем loss-combination лучше, чем pos-grouping.

#### Увеличение кол-ва позитивных объектов *М*

Method	М	bs	Training time (min)	acc@1	acc@5
-	1	512	122.85	76.76	98.61
pos-grouping loss-combination	2	512 512	<b>181.87</b> 192.82	80.1 <b>80.5</b>	98.86 <b>98.93</b>
pos-grouping loss-combination	4 4	64 64	<b>278.88</b> 308.25	81.75 <b>82.44</b>	99.01 <b>99.25</b>

#### Есть trade-off между производительностью и точностью.





#### Заключение

 При верности предположения о правильности негативных объектов функция потерь DebiasedPos работает корректно.

 DebiasedPos более устойчив к шумным датасетам: когда увеличена доля ошибок I рода, DebiasedPos имеет большое преимущество в точности.

• При увеличенном кол-ве позитивных объектов точность для всех рассмотренных функций потерь возрастает.

• Способ агрегации pos-grouping менее затратный, a loss-combination более точный.