Вырождение распределений при многократном обучении в рекомендательных системах

Николай Александрович Крехов

Московский физико-технический институт

Курс: Моя первая научная статья
Эксперт: к.ф.-м.н. А. С. Хританков
Консультант: А. С. Веприков

2024

Цель исследования

Цель

Исследование вырождения распределений пользователей и товаров в динамической системе с рекомендательным алгоритмом.

Задача

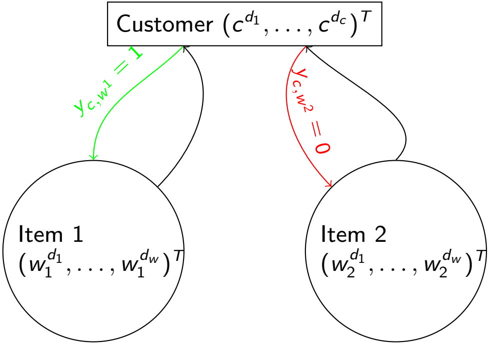
Предложить алгоритм, который улучшает стандартные метрики для рекомендательных алгоримтов при условии, что в пределе не возникает вырождения распределения товаров и пользователей.

Алгоритм рекомендации

Функция $u_{\text{true}}(c, w, z)$ отражает интерес пользователя c к товару

Сделка: $y_{c,w} \sim Bern(u_{\text{true}}(c, w, z))$

Рассматриваем класс рекомендательных алгоритмов, которые оценивают $u_{\text{true}}(c, w, z)$ через $u_{\text{pred}}(c, w)$



Рекомендательный алгоритм:

1. Вычисляет функцию $u_{\text{pred}}(c, w)$ для всех c, w
2. Для каждого c по функци u_{pred} выбирает множество товаров размера k для рекомендации: $\{w_{i_1}, \dots, w_{i_k}\}$

Примеры алгоритмов:

- TopPopularity
- Random
- Collaborative Filtering using SVD

Математическая постановка задачи

Пользователи и товары: $C \subset \mathbb{R}^d$, $W \subset \mathbb{R}^l$. На каждом шаге t имеется совместное распределение: $(c, w)^T \sim p^t_{c,w}(x_c, x_w)$

$u^t_{\mathrm{true}} : \mathbb{R}^{d_c} \times \mathbb{R}^{d_w} \times \Omega_z \to [0; 1]$ - функция полезности товара для данного пользователя.

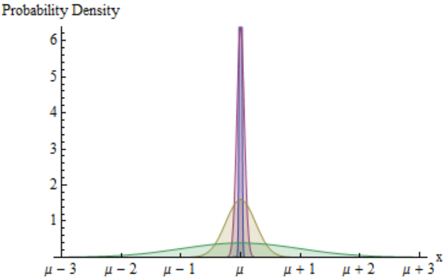
$u^t_{\mathrm{pred}} : \mathbb{R}^{d_c} \times \mathbb{R}^{d_w} \to [0; 1]$ - оценивающая u^t_{true} функция.

D_t - оператор эволюции распределения: $p^{t+1}(x_c, x_w) = \mathrm{D}_t(p^t)(x_c, x_w)$

Будем говорить, что распределение $p^t(x)$ вырождается, если

$$\mu(\operatorname{supp} p^{\infty}(x)) = 0,$$

где $p^{\infty} = \lim_{t\to\infty} p^t(x)$



Введем функционал

$$L^t(c, w) = \mathbb{E}_z[(u_{\mathrm{true}}(c, w, z) - u_{\mathrm{pred}}(c, w))^2],$$

Согласно ему, начиная с некоторого $t = \tau$ и будет изменяться распределение:

$$p^{t+1}_{c,w} \propto L^t(c, w)^{-1}$$

Публикации по теме

- [1] A. S. Vepricov, A. S. Khritankov. On the problem of repeated supervised learning https://github.com/intsystems/2023-Project-119/blob/master/paper/M1P.pdf.
- [2] Anton Khritankov. Positive feedback loops lead to concept drift in machine learning systems.
- [3] Jiang, Ray Chiappa, Silvia Lattimore, Tor György, András Kohli, Pushmeet. (2019). Degenerate Feedback Loops in Recommender Systems

Критерии качества модели

Необходимым условием является невырождение распределения $p^t_{c,w}$ пользователей-товаров.

- Вырождение распределения невязок: $u_{\text{true}} - u_{\text{pred}} \sim \delta(x)$, где $\delta(x)$ - дельта-функция Дирака.
  Условия такого вырождения описаны в статье [1], однако никаких гарантий на отсутствие выраждения $p^t_{c,w}$ нет.
- $y_{\text{true}} := Bern(u_{\text{true}})$, $y_{\text{pred}} := Bern(u_{\text{pred}})$
  Для каждого пользователя считаем $accuracy@K = \frac{\sum_{k=1}^{K}(\mathbf{I}\{y^k_{\text{pred}} = y^k_{\text{true}}\})}{K}$ и затем усредняем по всем пользователям.

Основные результаты

Предположение: Пользователи и площадка с товарами ведут себя рационально, т.е. $p_{c,w}^{t+1} \propto L^t(c,w)^{-1}$.

$L^t(c,w) = \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z) - u_{\text{pred}}(c,w))^2]$

Обозначим за Φ^t - множество вырождения для $p_{c,w}^t$

1. $u_{\text{pred}}(c,w) = \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)]$, тогда $L^t(c,w) = \mathbb{D}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)]$
   $\Phi^t = \left\{(x_c, x_w)^T \in \mathbb{R}^{d_c+d_w} \mid \mathbb{D}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)] = 0 \right\}$
   Φ^t - «большое» , поэтому вырождение пользователей-товаров может быть. Предполагается вырождение по «невязкам».
2. $u_{\text{pred}}(c,w) = \begin{cases} 1, & \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)] \geq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$
   $L^t(c,w) =$
   $\mathbb{D}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)] + \min\left(\mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)]^2; 1 - \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)]^2\right)$
   $\Phi^t = \left\{(x_c, x_w)^T \in \mathbb{R}^{d_c+d_w} \mid \text{для п.в. } x_z \in \Omega_z \ u_{\text{true}}(c,w,z) = 1 \text{ или } 0 \ \right\}$
   Φ^t - «маленькое», поэтому вырождения пользователей-товаров скорее всего не будет.
   Лемма: при таком u_{pred} максимизируется $\mathbb{P}(y_{\text{true}} = y_{\text{pred}})$
3. $u_{\text{pred}}(c,w) = a$ (random)
   $\Phi^t = \left\{(x_c, x_w)^T \in \mathbb{R}^{d_c+d_w} \mid \text{для п.в. } x_z \in \Omega_z \ u_{\text{true}}(c,w,z) = a \right\}$
   Φ^t - очень «маленькое», поэтому вырождения пользователей-товаров скорее всего не будет (это и ожидается, так как алгоритм случайный). Вырождения на невязках при этом точно не будет.
4. $u_{\text{pred}}(c,w) = u_{\text{true}}(c,w,z)$ (oracle)

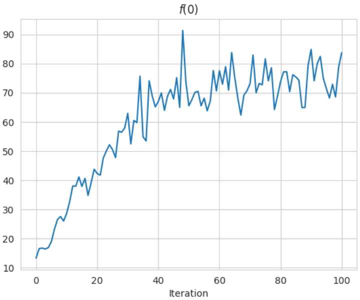
Вычислительный эксперимент

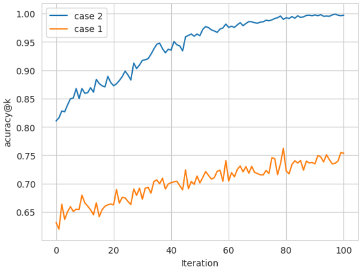
Синтетический датасет:
$c \sim \mathcal{N}(0.6, 0.2), \qquad w \sim \mathcal{N}(0, 0.4), \qquad z \sim \mathcal{N}(0, 0.05),$
Итерация системы выглядит следующим образом:

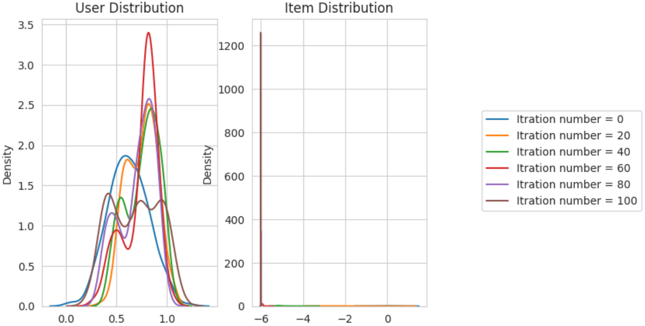
1. Генерируем распределение пользователей и товаров
2. Оцениваем u_{true} рекомендательным алгоритмом
3. С вероятностью, полученной из функции u_{true} совершаем сделку
4. На полученной информации о новых сделках строим новое распределение пользователей и товаров: p_c^t и p_w^t и обучаем модель на новых данных.

Оцениваем *accuracy*@4 и распределение $u_{true} - u_{pred}$ в точке 0

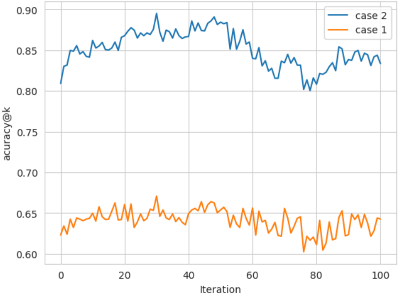
Присутствует вырождение на товарах

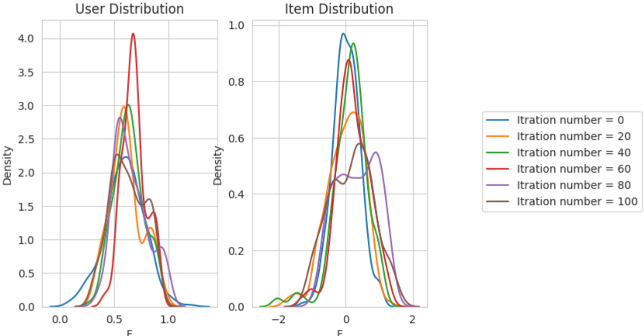






Вырождения на распределениях нет





Заключение

- Рассмотрены различные подходы к оцениванию реальной функции полезности и предложены гипотезы о вырождениях распределений в зависимости от этих функций.
- Проведен вычислительный эксперимент на синтетических данных.

Планы:
Доказать гипотезы из теории.
Поставить большее количество экспериментов с различными алгоритмами.