Вырождение распределений при многократном обучении в рекомендательных системах

Николай Александрович Крехов

Московский физико-технический институт

Курс: Моя первая научная статья

Эксперт: к.ф.-м.н. А. С. Хританков

Консультант: А. С. Веприков

2024

Цель исследования

Мы рассматриваем системы рекомендации товаров пользователям. Изучаем поведение таких системы во времени. Наша задача состоит в том, чтобы развить результат полученный в статье [1] с учетом эффектов feedback loops [2] и filter bubbles [3].

Цель

Исследование изменений распределений пользователей и товаров в динамической системе с рекомендательным алгоритмом.

Задача

Предложить алгоритм, который повышает качество рекомендаций при условии, что не происходит вырождения(т.е. снижения разнообразия) товаров и пользователей.

Математическая постановка задачи

Пользователи и товары: $C \subset \mathbb{R}^d, W \subset \mathbb{R}^l$. На каждом шаге t имеется совместное распределение: $(c, w)^T \sim p^t_{c,w}(x_c, x_w)$

Предполгаем, что существует функция $u_{\text{true}}(c, w, z)$, которая показывает вероятность совершения сделки.

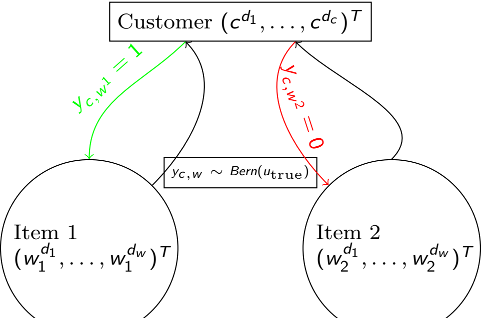
Рассмтриваемый класс рекомендательных алгоримтов:

1. Строит функцию $u^t_{\text{pred}}(c, w)$, которая оценивает функцию u^t_{true}
2. Для каждого c по функци u_{pred} выбирает множество товаров размера k для рекомендации: $\{w_{i_1}, \ldots, w_{i_k}\}$

D_t - оператор эволюции распределения: $p^{t+1}(x_c, x_w) = \mathrm{D}_t(p^t)(x_c, x_w)$

Будем говорить, что распределение $p(x)$ вырождается, если

$$\mu(\operatorname{supp} p(x)) = 0,$$



Введем функционал

$$L^t(c, w) = \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z) - u_{\text{pred}}(c, w))^2],$$

Согласно ему, начиная с некоторого $t = \tau$ и будет изменяться распределение:

$$p^{t+1}_{c,w} \propto L^t(c, w)^{-1}$$

Критерии качества модели

Мы должны найти такой алгоритм, при использовании которого в динамичесеой системе не происходит вырождение распределения $p_{c,w}^t$ пользователей-товаров.

- Вырождение распределения невязок: $u_{\text{true}} - u_{\text{pred}} \sim \delta(x)$, где $\delta(x)$ - дельта-функция Дирака.
  Условия такого вырождения описаны в статье [1], однако никаких гарантий на отсутствие выраждения $p_{c,w}^t$ нет.
- $y_{\text{true}} := Bern(u_{\text{true}})$, $y_{\text{pred}} := Bern(u_{\text{pred}})$
  Для каждого пользователя считаем
  $accuracy@K = \frac{\sum_{k=1}^{K}(\mathbb{I}\{y_{\text{pred}}^k = y_{\text{true}}^k\})}{K}$ и затем усредняем по всем пользователям.

Основные результаты

Theorem

Пусть пользователи и площадка с товарами ведут себя рационально, т.е. $p_{c,w}^{t+1} \propto L^t(c,w)^{-1}$, где а функция $u_{\text{true}}(c,w,z)$ существует. Тогда множество вырождения Φ^t для $p_{c,w}^t$ в зависимости от u_{pred} будет иметь следующий вид;

1. $u_{\text{pred}}(c,w) = \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)]$
   $\Phi^t = \left\{ (x_c, x_w)^T \in \mathbb{R}^{d_c+d_w} \mid \mathbb{D}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)] = 0 \right\}$
2. $u_{\text{pred}}(c,w) = \begin{cases} 1, & \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c,w,z)] \geq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$
   $\Phi^t = \left\{ (x_c, x_w)^T \in \mathbb{R}^{d_c+d_w} \mid \text{для п.в. } x_z \in \Omega_z \ u_{\text{true}}(c,w,z) = 1 \text{ или } 0 \right\}$
   Лемма: при таком u_{pred} максимизируется $\mathbb{P}(y_{\text{true}} = y_{\text{pred}})$
3. $u_{\text{pred}}(c,w) = a = const$
   $\Phi^t = \left\{ (x_c, x_w)^T \in \mathbb{R}^{d_c+d_w} \mid \text{для п.в. } x_z \in \Omega_z \ u_{\text{true}}(c,w,z) = a \right\}$

Выполнены вложения $\Phi_2^t \subset \Phi_1^t$ и $\Phi_3^t \subset \Phi_1^t$. Обратим внимание, что на точки, подходящие для Φ_2^t или Φ_3^t накладываются достаточно сильные ограничения. Это позволяет выдвинуть гипотезу, что вырождения при $u_{\text{pred}}(c,w) := u_{\text{pred}}^{2,3}(c,w)$ не будет, если u_{true} почти всюду не равно 1 или 0.

Вычислительный эксперимент

Данные будут использоваться синтетические:

$u_{\text{true}}(c, w, z) = 0.95 \cdot \exp(-0.5((c - c_0)^2 + (w - w_0)^2 + z^2)), c_0 = 1, w_0 = 0.1$

Синтетический датасет:
$c \sim \mathcal{N}(0.7, 0.3), \qquad w \sim \mathcal{N}(0, 0.6), \qquad z \sim \mathcal{N}(0, 0.05),$
Реализован макет динамичекой системы во времени. Итерация системы выглядит следующим образом:

1. Генерируем распределение пользователей и товаров
2. Оцениваем u_{true} рекомендательным алгоритмом
3. С вероятностью, полученной из функции u_{true} совершаем сделку
4. На полученной информации о новых сделках строим новое распределение пользователей и товаров: p_c^t и p_w^t и обучаем модель на новых данных.

Эксперимент проводился на 50 итерациях. На каждой измерялись значения $accuracy@8$,значение функции распределения невязок в точке 0, среднего значения функконала $L(c, w)$, дисперсии параметров пользователей и товаров.

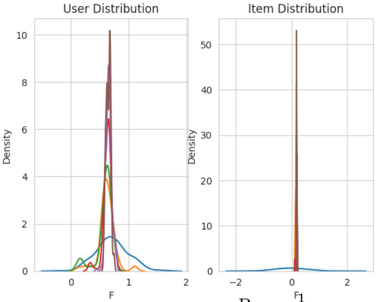
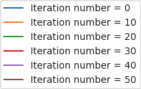


Рис.: u^1_{pred}



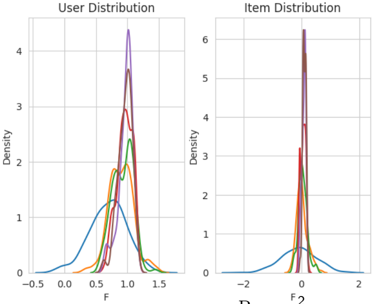


Рис.: u^2_{pred}

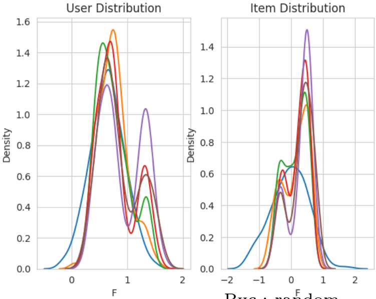
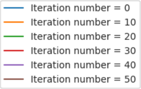


Рис.: random



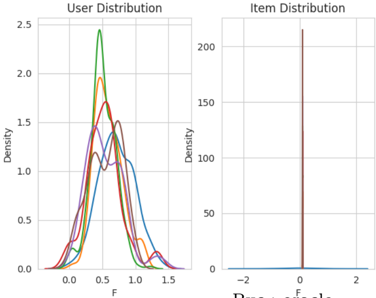


Рис.: oracle

Изменение дисперсий пользователей и товаров со временм

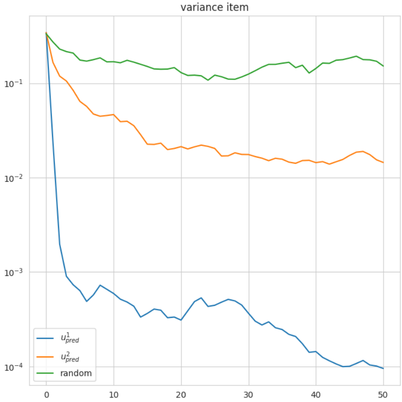


Рис.: товары

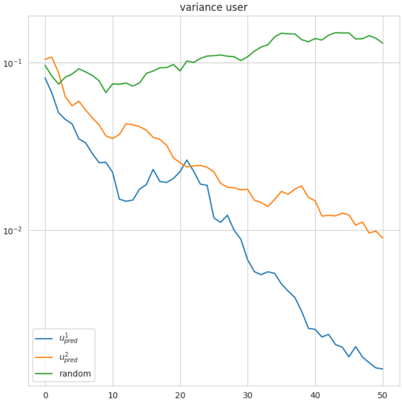


Рис.: пользователи

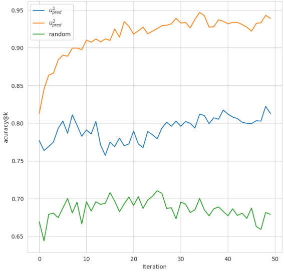


Рис.: Значение accuracy@8

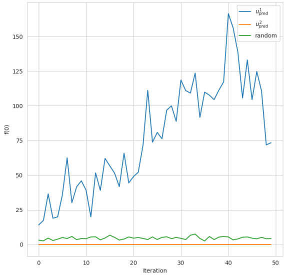


Рис.: Значение распределения невязок в точке 0

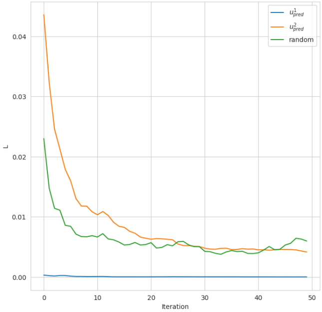


Рис.: Значение функционала L

Заключение

- Построена математическая модель динамической во времени рекомендательной системы.
- Для определенного вида алгоримтов удалось найти вид множества вырождения пользователей-товаров.
- Предложены гипотезы о вырождениях распределений в зависимости от алгоритма рекомендации.
- Проведен вычислительный эксперимент на синтетических данных, который подтвердил теоретические результаты.

Публикации по теме

- [1] A. S. Vepricov, A. S. Khritankov. On the problem of repeated supervised learning https://github.com/intsystems/2023-Project-119/blob/master/paper/M1P.pdf.
- [2] Anton Khritankov. Positive feedback loops lead to concept drift in machine learning systems.
- [3] Jiang, Ray Chiappa, Silvia Lattimore, Tor György, András Kohli, Pushmeet. (2019). Degenerate Feedback Loops in Recommender Systems