

---

# Multiple learning in recommender systems

---

A Preprint

16 апреля 2024 г.

## Abstract

This paper addresses the issue of evaluating the quality of recommender systems in the long term, taking into account the evolution of consumers and product assortments. We consider the dynamical system of changes in consumers and products over time. The main purpose of the study is to identify the conditions under which degeneracies in audience, assortment, or transaction distribution occur in a given repeated machine learning system, and how such phenomena depend on the learning algorithms and recommendation models. Using the obtained results, we can present a model that is able to increase the metrics in the recommendation systems without degenerating the distributions on products and customers. We conduct a series of computational experiments on the synthetic datasets, the results of the experiments correspond to the theoretical predictions derived from the dynamical model

Keywords Repeated Machine Learning · Feedback loop

## 1 Introduction

Recommender systems are an important component of many online services, such as search engines, e-commerce platforms, news services, and social networks. They are very convenient tools because their main task is to offer users the most relevant items based on the available information. Modern recommender system models are adaptable to users, but it is also true that recommender systems influence user behavior. This work explores the problem of multiple training in recommender systems. Multiple training refers to a machine learning method in which data becomes available sequentially and is used to improve predictions for subsequent data.

The importance of recommender systems is supported by numerous studies [2, 3]. In multiple training models, unexpected effects can arise, leading to suboptimal results. For example, excessive personalization can trap users in so-called "filter bubbles," increasing user bias [1]. Also, in multiple training, "feedback loops" can occur, calling into question the quality of recommendations [4]. Another effect that arises in multiple training is the degeneration of the distribution of original items [5]. We specifically address this issue in the recommender system model and aim to propose an algorithm to prevent it.

Existing literature explores various methods for solving similar problems, emphasizing the complexity of optimizing recommendation metrics while ensuring stability in distribution patterns over time. One of the main focuses of our research is feedback loops resulting from user interaction with the recommender system. Previously, the problem was approached from a different angle, describing how to overcome input data bias to improve the algorithm [8]. Some sufficient conditions have also been identified for when a dynamic system with multiple training leads to distribution degeneration [9].

In this article, we propose a new mathematical model for the process of multiple learning in recommender systems not previously discussed in the literature. Our goal is to propose an algorithm that improves known metrics for recommender algorithms, such as nDCG, RMM, map@K [6, 7], while preventing the degeneration of user and item distributions.

## 2 Постановка задачи

Цель работы — предложить алгоритм, который улучшает стандартные метрики для рекомендательных алгоритмов (p@K, map@K, nDCG, MRR) при условии, что не возникает вырождения распределения товаров и пользователей, или доказать, что такого не существует.

Покупатели  $c$  и товары  $w$  описываются конечным числом признаков, то есть  $c \in C \subset \mathbb{R}^{d_c}$ ,  $w \in W \subset \mathbb{R}^{d_w}$ . На каждом шаге  $t$  имеется совместное распределение:  $(c, w)^T \sim p_{c,w}^t(x_c, x_w)$ . Изменение этого распределения от шага  $t$  к шагу  $t+1$  определяет оператор эволюции  $D_t : \mathbb{R}_{d_c+d_w} \rightarrow \mathbb{R}_{d_c+d_w}$ , где  $\mathbb{R}_n$  — множество всех функций плотности на  $\mathbb{R}^n$ . 1

$$\mathbf{R}_n := \left\{ f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+ \text{ and } \int_{\mathbb{R}^n} f(x) dx = 1 \right\}$$

Таким образом,  $p^{t+1}(x_c, x_w) = D_t(p^t)(x_c, x_w)$ .

Введем функцию  $u_{\text{true}} : \mathbb{R}^{d_c} \times \mathbb{R}^{d_w} \times \Omega_z \rightarrow \mathbb{R}$ , которая для потребителя с признаками  $x_c \in \mathbb{R}^{d_c}$ , товара с признаками  $x_w \in \mathbb{R}^{d_w}$  и каких-то неизвестных для нас признаков  $x_z \in \Omega_z$  определяет истинную полезность. Чем больше значение функции  $u_{\text{true}}$ , тем более полезным считается товар для пользователя. Рекомендательному алгоритму неизвестны  $x_z$ ,  $\Omega_z$  и функция  $u_{\text{true}}$ .

Функция  $u_{\text{pred}} : \mathbb{R}^{d_c} \times \mathbb{R}^{d_w} \rightarrow \mathbb{R}$  — оцененная рекомендательным алгоритмом функция полезности. Рассмотрим множество сделок  $F = \{(c, w, u_{\text{true}}(c, w))^T | c, w \sim p_{c,w}(x_c, x_w)\} \subseteq \mathbb{R}^{d_c+d_w+1}$  и введем на нем функцию  $p_u((x_c, x_w, u)^T) := u - u_{\text{pred}}(x_c, x_w) \in \mathbb{R}$

Будем говорить, что распределение  $p^t(x)$  вырождается, если

$$\exists \phi(x) : \supp p^\infty(x) = \{x | \phi(x) = 0\}$$

где  $p^\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} p^t(x)$

Множеством вырождения на шаге будем называть  $\Phi = \{x | \phi(x) = 0\}$

Улучшение метрик означает, что должно происходить вырождение распределения на множестве  $F$ , однако тут в качестве  $\phi$  мы возьмем конкретную функцию, а именно  $p_u(x)$ .

Итак, нужно предложить алгоритм, при использовании которого:

1.  $\neg \exists \phi(x) : \supp p_{c,w}^\infty(x_c, x_w) = \{x | \phi(x) = 0\}$
2.  $p_u^\infty((x_c, x_w, u)^T) = \delta(x)$ , где  $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака

или доказать, что такого не существует.

Критерии качества модели

Необходимым условием является невырождение распределения  $p_{c,w}^t$  пользователей-товаров.

- Вырождение распределения невязок:  $u_{\text{true}} - u_{\text{pred}} \sim \delta(x)$ , где  $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака. Условия такого вырождения описаны в статье [1], однако никаких гарантий на отсутствие выраждения  $p_{c,w}^t$  нет.

- $y_{\text{true}} := \text{Bern}(u_{\text{true}})$ ,  $y_{\text{pred}} := \text{Bern}(u_{\text{pred}})$

Для каждого пользователя считаем  $\text{accuracy@K} = \frac{\sum_{k=1}^K (\mathbf{1}\{y_{\text{pred}}^k = y_{\text{true}}^k\})}{K}$  и затем усредняем по всем пользователям.

## 3 Основные результаты

Для доказательства утверждений нужно сделать важное предположение о поведении пользователей и площадок с товарами.

Предположение: Пользователи и площадка с товарами ведут себя рационально, т.е.  $p_{c,w}^{t+1} \propto L^t(c, w)^{-1}$ .

4  $L^t(c, w) = \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z) - u_{\text{pred}}(c, w))^2]$  переписывается в виде:  $L^t(c, w) = \mathbb{D}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z))] + (\mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z)) - u_{\text{pred}}(c, w)]^2)$  Обозначим за  $\Phi^t$  - множество вырождения для  $p_{c,w}^t$ . Тогда, если

1.  $u_{\text{pred}}(c, w) = \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z))]$ , тогда  $L^t(c, w) = \mathbb{D}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z))]$   
 $\Phi^t = \{(x_c, x_w)^T \in \mathbb{R}^{d_c+d_w} | \mathbb{D}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z))] = 0\}$

$\Phi^t$  - «большое», поэтому вырождение пользователей-товаров может быть. Предполагается вырождение по «невязкам».

$$2. u_{\text{pred}}(c, w) = \begin{cases} 1, & \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z))] \geq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$L^t(c, w) = \mathbb{D}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z))] + \min(\mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z))^2]; 1 - \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z))]^2)$$

$$\Phi^t = \{(x_c, x_w)^T \in \mathbb{R}^{d_c+d_w} \mid \text{для п.в. } x_z \in \Omega_z \text{ } u_{\text{true}}(c, w, z) = 1 \text{ или } 0\}$$

$\Phi^t$  - «маленькое», поэтому вырождения пользователей-товаров скорее всего не будет.

Лемма: при таком  $u_{\text{pred}}$  максимизируется  $\mathbb{P}(y_{\text{true}} = y_{\text{pred}})$

$$3. u_{\text{pred}}(c, w) = a \text{ (random)} \quad \Phi^t = \{(x_c, x_w)^T \in \mathbb{R}^{d_c+d_w} \mid \text{для п.в. } x_z \in \Omega_z \text{ } u_{\text{true}}(c, w, z) = a\}$$

$\Phi^t$  - очень «маленькое», поэтому вырождения пользователей-товаров скорее всего не будет (это и ожидается, так как алгоритм случайный). Вырождения на невязках при этом точно не будет.

$$4. u_{\text{pred}}(c, w) = u_{\text{true}}(c, w, z) \text{ (oracle)}$$

## 4 Вычислительный эксперимент

6

### 4.1 Данные

Данные используются синтетические, пользователи и товары имеют по одному параметру:

$$c \sim \mathcal{N}(0.6, 0.2), \quad w \sim \mathcal{N}(0, 0.4), \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, \frac{0.05}{t}),$$

Функция

$$u_{\text{true}}(c, w, z) = \frac{\arctan(c - w + z_t)}{\pi} + 0.5$$

### 4.2 Описание эксперимента

7 Теперь рассмотрим конкретный пример динамической системы. Теперь опишем одну итерацию в модели работы динамической системы:

8

1. Происходит сэмплирование выборок произвольного размера покупателей и товаров из распределений  $f_c^t$  и  $f_w^t$ :  $c_1^t, \dots, c_n^t \sim f_c^t$ ,  $w_1^t, \dots, w_k^t \sim f_w^t$ .
2. Рекомендательная система подбирает для каждого покупателя из выборки подмножество товаров из  $w_1^t, \dots, w_k^t$
3. Покупатели совершают покупку с вероятностью  $u(c, w)$ , где  $u : C \times W \rightarrow [0, 1]$  — фиксированная функция полезности товара для данного пользователя. Далее рекомендательная система дообучается на полученном фидбэке, используя базовый алгоритм рекомендательной системы.
4. Шаги 2-3 повторяются произвольное количество раз.
5. Далее происходит обновление распределений товаров и пользователей в соответствии с новой функцией  $\mu_{t+1}$ . Будем это делать при помощи сглаживания Лапласа:  $f_w^{t+1}(w_i) = \frac{\sum_{c \in C} (\mu_{t+1}(c, w_i) + \delta)}{\sum_{w \in W, c \in C} (\mu_{t+1}(c, w) + \delta)}$ , где  $\delta > 0$  — небольшая константная поправка. Поправка используется для того, чтобы ещё ни разу не показанные товары всё ещё попасть в систему с ненулевой вероятностью. Аналогично обновляется  $f_c^{t+1}$ .

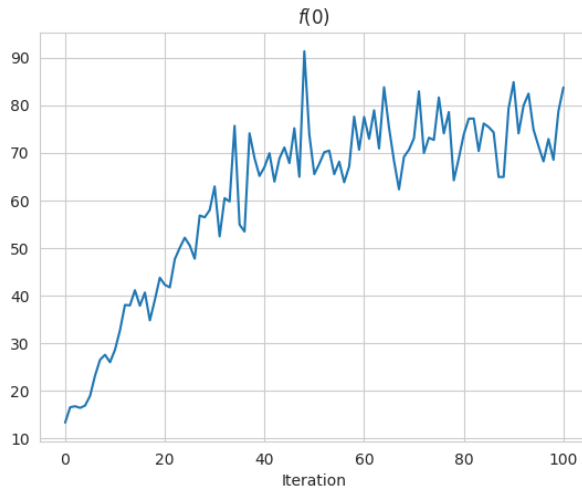
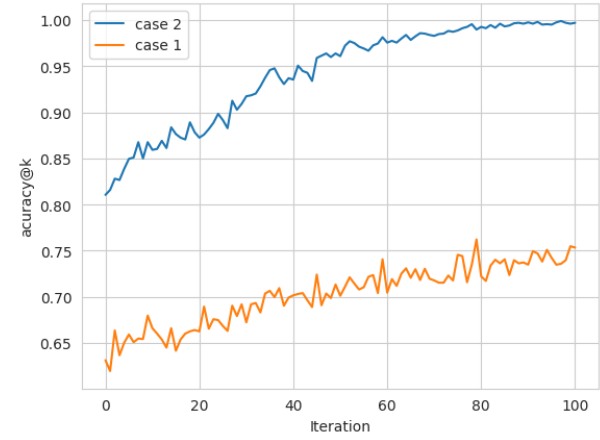
### 4.3 Результаты эксперимента

Рассмотрим эксперимент, когда присутствует вырождение на товарах. Это можно видеть из графика распределений на Рис. 2. Как мы видим на графике Рис. 1а, значение  $p_u(0)$  растёт. Это тоже нам говорит о том, что распределение на сделках вырождается все больше с каждой итерацией и  $p_u^t \rightarrow \delta(x)$ . Значение

метрики ассигасу@K тоже растёт, при этом, как и ожидалось,  $u_{\text{pred}} = \begin{cases} 1, & \mathbb{E}_z[(u_{\text{true}}(c, w, z))] \geq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$  максимизирует эту метрику.

Теперь эксперимент, когда вырождение отсутствует:

9

(a)  $p_u(0)$ 

(b) accuracy@K

Рис. 1: Значения метрик от номера итерации

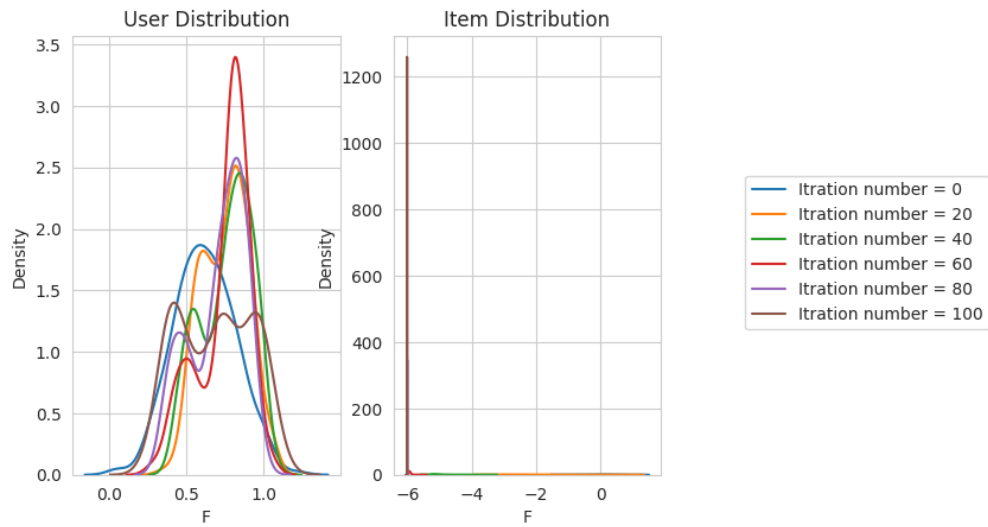


Рис. 2: Распределение фичей пользователей и товаров в зависимости от номер итерации

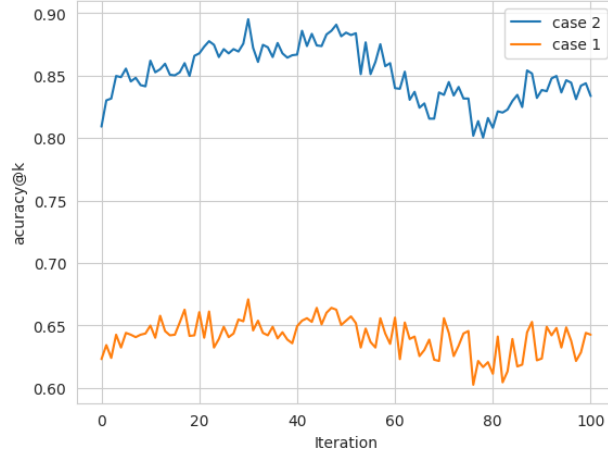
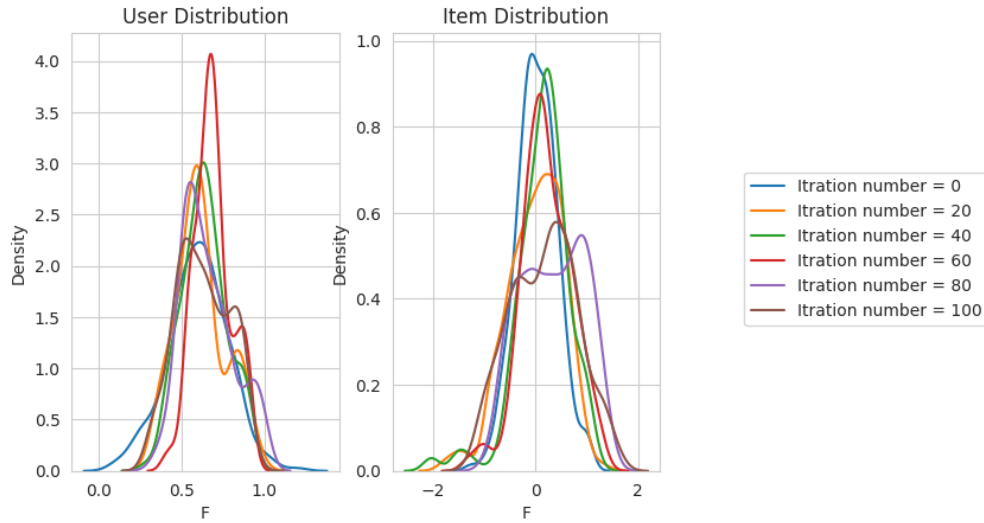
Рис. 3:  $p_u(0)$ 

Рис. 4: Распределение фичей пользователей и товаров в зависимости от номер итерации

## Список литературы

- [1] Dominic Spohr. Fake news and ideological polarization: Filter bubbles and selective exposure on social media.
- [2] Billsus, Daniel Pazzani, Michael. (2003). User Modeling for Adaptive News Access. User Modelling and User-Adapted Interaction. 10. 10.1023/A:1026501525781.
- [3] Pedreschi, D. and Miliou, I. and European Parliament. Directorate-General for Internal Policies of the Union Artificial Intelligence (AI): new developments and innovations applied to e-commerce European Parliament, 2020.
- [4] Krauth K., Wang Y., Jordan M. I. Breaking feedback loops in recommender systems with causal inference //arXiv preprint arXiv:2207.01616. – 2022.
- [5] Khritankov, Anton. 2023. “Positive Feedback Loops Lead to Concept Drift in Machine Learning Systems.” Applied Intelligence 53 (19): 22648–66. <https://doi.org/10.1007/s10489-023-04615-3>.
- [6] Yongfeng Zhang, Xu Chen, Qingyao Ai, Liu Yang, and W. Bruce Croft. 2018. Towards Conversational Search and Recommendation: System Ask, User Respond. In Proceedings of the 27th ACM International Conference on Information and Knowledge Management (CIKM '18). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 177–186. <https://doi.org/10.1145/3269206.3271776>
- [7] Wang, Y., Wang, L., Li, Y., He, D. and Liu, T.. (2013). A Theoretical Analysis of NDCG Type Ranking Measures. <i>Proceedings of the 26th Annual Conference on Learning Theory</i>, in <i>Proceedings of

Machine Learning Research</i> 30:25-54 Available from <https://proceedings.mlr.press/v30/Wang13.html>.  
[8] Krueger, D., Maharaj, T., Leike, J. (2020). Hidden incentives for auto-induced distributional shift. arXiv preprint arXiv:2009.09153. [9] Burtini, Giuseppe Loeppky, Jason Lawrence, Ramon. (2015). Improving Online Marketing Experiments with Drifting Multi-Armed Bandits. ICEIS 2015 - 17th International Conference on Enterprise Information Systems, Proceedings. 1. 10.5220/0005458706300636.

0. Замечания 1, 3, 4, 5, 7, 8 (под вопросом) из предыдущих моих комментариев все еще актуальны

1. Обсудите с Антоном нотацию. Я бы предложил ту, что мы обсуждали на занятии (векторы и матрицы - жирным, матрицы - заглавными буквами)

2. точка с двоеточием

3. не очень ясна эта формула, из какого множества функций берется  $\varphi$ ?  
Это нужно пояснить, и возможно добавить еще пояснение текстом

4. Предложения с формулы лучше не начинать, это нужно переписать

5. Этот текст очень сложно читать, непонятно где начинаются/заканчиваются предположения и леммы, где доказательства. Нужно переструктурировать. И лучше снабжать голые формулы поясняющим текстом, сейчас его мало.

6. Стараются не делать пустую секцию перед подсекцией. Здесь нужно написать абзац о целях проведения эксперимента

7. Поясняющие слова типа "теперь" по тексту лучше убрать, пользы они не дают. Конкретно здесь оно дублируется в двух идущих подряд предложениях

8. Возможно лучше "порождение". Обсудите с Антоном

9. Текст не окончен, нужны выводы и заключение.