
Непрерывное тензорное представление сигнала при построении нейроинтерфейса BCI.

Препринт

Соболевский Ф. А.
Кафедра интеллектуальных систем
ФПМИ МФТИ
`sobolevskii.fa@phystech.edu`

Консультант: Самохина А. М.
Кафедра интеллектуальных систем
ФПМИ МФТИ
`alina.samokhina@phystech.edu`

Эксперт: д.ф.-м.н. Стрижов В. В.
Вычислительный центр им. А. А. Дородницына
ФИЦ ИУ РАН
`strijov@phystech.edu`

22 апреля 2024 г.

Аннотация

В задачах декодирования сигналов входные данные представляют собой временные ряды. Применение методов, основанных на нейронных дифференциальных уравнениях, позволяет работать с временными рядами как с непрерывными по времени. Подобные методы могут давать заметно более точные по метрикам качества результаты в задачах классификации сигналов, чем методы, работающие с дискретным представлением временных рядов. В данной работе рассматривается метод, основанный на непрерывном тензорном представлении временных рядов, в приложении к задаче классификации электроэнцефалограмм (ЭЭГ) и аппроксимации исходного сигнала. Основным результатом работы — построение модели, работающей с непрерывным по времени тензорным представлением сигнала и анализ эффективности данного метода в сравнении с современными методами обработки сигнала, использующими его дискретное представление и непрерывное представление без тензоризации.

Ключевые слова: ЭЭГ · непрерывные временные ряды · Neural CDE · тензорное представление сигнала · CWT

1 Введение

Данная работа посвящена декодированию и классификации сигналов. Примерами задач декодирования сигналов являются задачи расшифровки сигналов акселерометров, пульсометров, электроэнцефалограмм (ЭЭГ) и электрокортикограмм (ЭКоГ). Многие сигналы, с которыми приходится работать в практических задачах, по природе своей непрерывны по времени, однако распространенный подход к расшифровке сигнала — работа с ним, как с дискретным временным рядом. Основной проблемой при применении такого подхода является нерегулярность данных: данные могут иметь неравные отсчёты по времени или пропуски, что несколько усложняет их обработку.

В ряде недавних работ по обработке временных рядов были предложены новые методы, позволяющие работать с временными рядами как с непрерывными по времени. Таковыми являются, например, методы, основанные на применении нейронных обыкновенных дифференциальных уравнений (НОДУ) в качестве скрытого слоя рекуррентной нейронной сети (1). В работе (2) был предложен подход, основанный на применении нейронных управляемых дифференциальных уравнений, устраняющий неоднозначную зависимость решения дифференциального уравнения от начальных данных и корректирующий предсказания нейросети на основе данных, поступающих после исходного предсказания. Другие методы, работающие с непрерывным представлением сигналов, включают в себя нейронные стохастические дифференциальные уравнения (3), алгоритм S4 (4) и другие.

Предполагается, что подходы, работающие с непрерывными по времени данными, устраняют проблемы, связанные с нерегулярностью данных, а также позволяют получить больше информации о природе сигнала. В некоторых задачах декодирования сигналов методы, основанные на нейронных ДУ, и другие методы, работающие с непрерывным представлением сигнала, показали большую точность, чем методы декодирования дискретных последовательностей (1), (2).

В качестве основной задачи декодирования сигнала в данной работе рассматривается классификация ЭЭГ. В последнее время большое количество работ посвящено методам считывания мозговой активности и декодирования информации (5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12). Основным приложением данных методов являются нейрокомпьютерные интерфейсы (НКИ) — технология, позволяющая человеку взаимодействовать с компьютером с помощью анализа данных о мозговой активности.

Целью данной работы является исследование алгоритмов, основанных на нейронных дифференциальных уравнениях (НДУ), в задаче декодирования ЭЭГ для последующего восстановления непрерывной зависимости движения конечности, и сравнение точности с результатами, полученными методами, работающими с дискретным представлением времени. Для этого указанные методы применяются на выборке P300, содержащей данных ЭЭГ и сведения о наличии импульса P300 в сигнале (13), с целью достижения высокой точности декодирования сигнала и оптимальной скорости обучения модели.

Применение методов, основанных на НДУ и тензорном представлении сигналов, позволяет работать с ЭЭГ как с непрерывными по времени, что предоставляет возможности дальнейшего исследования непрерывных сигналов, например, в контексте построения фазовых пространств для непрерывных времени, частоты и/или пространства. Применимость вышеуказанных методов для решения актуальных задач декодирования сигналов может послужить мотивацией для развития теории моделей машинного обучения, работающих с непрерывными объектными пространствами.

2 Постановка задачи

В задаче классификации сигнала рассматривается выборка отрезков ЭЭГ, размеченных в зависимости от наличия в них целевого стимула. Выборка является регулярной по времени. Пусть в выборке присутствует M наблюдений. Тогда сигнал и целевая переменная определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{X} &= \{\mathbf{X}_i\}_{i=1}^M, \\ \mathbf{X}_i &= \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^E, T = \{t_i\}_{i=1}^N, t_i \in \mathbb{R}, \\ \mathbf{Y} &= \{y_i\}_{i=1}^M, y_i \in \{0, 1\},\end{aligned}$$

$$\Delta t = t_i - t_{i-1} = \text{const},$$

$$E = 8 \text{ — количество электродов,}$$

$$N = 40 \text{ — количество наблюдений в одном отрезке ЭЭГ.}$$

Определение сигнала для разложенных по частотам данных:

$$\mathbf{X}_i = \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times V}, T = \{t_i\}_{i=1}^N, t_i \in \mathbb{R}$$

где $|T| = 40$ — количество отсчётов по времени, $E = 8$ — количество электродов, $V = 8$ — количество частот в частотном диапазоне.

Постановка задачи классификации. В парадигме P300 решается задача бинарной классификации отрезков ЭЭГ. Задача — определить наличие в отрезке ЭЭГ потенциала P300.

Для данных, рассмотренных в двух предыдущих разделах, требуется получить целевую функцию:

$$g_\theta : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}.$$

Критерием качества в данной задаче является бинарная кросс-энтропия:

$$L = -\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[y_m \log p_m + (1 - y_m) \log(1 - p_m) \right]$$

$$p_m = g_\theta(\mathbf{X}_m) \text{ — вероятность 1 класса для } \mathbf{X}_m$$

Решается оптимизационная задача:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} L(\theta, \mathbf{X}).$$

Внешним критерием качества для задачи классификации является точность классификации.

3 Методы и модели

3.1 ERPCov TS LR

В качестве базовой модели для сравнения в данной работе выбран алгоритм ERPCov TS LR, основанный на Римановой геометрии. Данный алгоритм является одним из наиболее успешных в приложении к задаче классификации ЭЭГ (12).

Пусть одна запись ЭЭГ представляется как

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} x_{1,1}^i & x_{1,2}^i & \dots & x_{1,N}^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{E,1}^i & x_{E,2}^i & \dots & x_{E,N}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1 \\ \dots \\ \mathbf{t}_E \end{bmatrix}$$

Для распознавания P300 в данном алгоритме используется расширенная матрица ковариации: матрица ковариации потенциалов связанных с событием (Event-related potential covariance, ERPCov)

$$\mathbf{C}_i = \frac{1}{T-1} \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i^T, \mathbf{C}_i \in \mathbb{R}^{E(c+1) \times E(c+1)} \forall i \in \{1, \dots, N\}$$

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{X}_i \end{bmatrix}$$

где \mathbf{P}_0 и \mathbf{P}_1 — средние геометрические классов 0 и 1 соответственно:

$$\mathbf{P}_i = \arg \min_{\mathbf{P}_i \in \mathbb{R}^{E \times T}} \sum_{m=1}^M \mathcal{I}[\mathbf{Y}_m == i] \delta_R^2(\mathbf{P}_i, \mathbf{X}_m)$$

Пространство положительно определенных симметричных матриц является римановым многообразием. Матрицы ковариации являются положительно определенными и симметричными, поэтому дальнейшая работа с ними производится как с элементами Риманова многообразия. В каждой точке \mathbf{C} Риманова многообразия имеется касательная плоскость (tangent space, TS) с определенным на ней скалярным произведением. Построив касательную плоскость в точке среднего геометрического известных ковариационных матриц по Римановой метрике, получим общую касательную плоскость для отображения всех матриц ковариации нашей выборки.

Геометрическое среднее симметричных положительно определённых матриц задаётся как

$$\mathbf{C} = \mathfrak{G}(\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_I) = \arg \min_{\mathbf{C} \in C(n)} \sum_{i=1}^I \delta_R^2(\mathbf{C}, \mathbf{C}_i)$$

Метрикой является риманово геодезическое расстояние

$$\delta_R(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2) = \|\log(\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{C}_2)\|_F = \left[\sum_{i=1}^n \log^2 \lambda_i \right]^{1/2}$$

λ_i — собственные числа $\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{C}_2$

Для каждой ковариационной матрицы \mathbf{C}_i существует касательный вектор \mathbf{S} . Отображение $\mathbf{C}_i \rightarrow \mathbf{S}_i$:

$$\text{Exp}_{\mathbf{C}}(\mathbf{S}_i) = \mathbf{C}_i = \mathbf{C}^{\frac{1}{2}} \exp\left(\mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{S}_i \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}}\right) \mathbf{C}^{\frac{1}{2}}$$

Операции построения ковариационных матриц и их отображения в касательное пространство выполняются при использовании библиотеки PyRiemann (14). Полученные касательные векторы используются как новое признаковое пространство и классифицируются при помощи алгоритма логистической регрессии.

3.2 Neural CDE

Модель NeuralCDE состоит из нескольких шагов:

1. аппроксимация входных данных натуральным кубическим сплайном
2. решение дифференциального уравнения относительно скрытого состояния модели
3. классификация временного ряда по информации о скрытых состояниях

Пусть $\mathbf{S}_{\mathbf{x}}(t) : [t_0, t_n] \rightarrow \mathbb{R}^{E+1}$ — аппроксимация процесса $V(t)$, реализации которого представлены в \mathbf{X} , натуральным кубическим сплайном с узлами в t_0, \dots, t_n , $S_{t_i} = (\mathbf{x}_i, t_i)$, $f_{\theta} : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{d \times (E+1)}$ — нейронная сеть, зависящая от параметров θ , d — размерность скрытого пространства.

Скрытое состояние Neural CDE — решение управляемого дифференциального уравнения

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{z}_{t_0} + \int_{t_0}^t f_{\theta}(\mathbf{z}_{\tau}) dS_{\tau} \quad \text{for } t \in (t_0, t_n]$$

Получение значения скрытого состояния: `ODESolve()`. Метод обратного распространения ошибки в данном блоке модели реализован с помощью алгоритма сопряжённого распространения ошибки (15). Функция, определяющая начальное скрытое состояние: $i_{\theta_i} : \mathbb{R}^{E+1} \rightarrow \mathbb{R}^d$. Функция классификации: $r_{\theta_r} : \mathbb{R}^d \rightarrow \{0, \dots, c\}$, c — количество классов в выборке. Результирующая модель:

$$r_{\theta_r}(\text{ODESolve}(S, i_{\theta_i}(S)))$$

3.3 TN-CDE

Предложенный в данной работе метод — использование тензорных нейронных CDE (TN-CDE) — основан применении Neural CDE на данных, тензоризованных при помощи непрерывного вейвлет-преобразования (CWT). Непрерывное вейвлет-преобразование функции $x(t)$ есть функция времени t и частоты ω :

$$X(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{\sqrt{\omega}} \psi \left(\frac{\tau - t}{\omega} \right) d\tau,$$

где ψ — материнский вейвлет. Функция `cwt`, используемая в данной работе для осуществления преобразования, даёт на выходе значения CWT для частот, соответствующих заданным масштабам ψ , поэтому модель все еще получает на вход дискретный набор данных. Во избежание усложнения структуры модели тензоризованные данные линейризуются по измерениям частоты и номера электрода. Если обозначить это отображение как `Flatten()`, то результирующая модель принимает вид:

$$r_{\theta_r}(\text{ODESolve}(S', i_{\theta_i}(S'))), \quad S' = \text{Flatten}(\text{CWT}(S)).$$

4 Вычислительный эксперимент

4.1 Постановка эксперимента

Основная цель эксперимента — сравнить точность классификации и скорость обучения моделей Neural CDE и TN-CDE и проверить, достигается ли при помощи тензоризации данных точность больше, чем у базовой модели.

Для вычислительного эксперимента использовался набор данных Event-Related Potentials (P300) (13), содержащий данные ЭЭГ для 8 здоровых пациентов, размеченные в зависимости от наличия в них целевого стимула. После выделения нужной информации итоговая выборка представляла собой 4200 отрезков ЭЭГ, снятой с $E = 8$ электродов, длиной в $N = 40$ отсчётов времени каждый. CWT проводилось с использованием составного вейвлета Морлета в качестве материнского для $V = 7$ значений масштаба.

Набор данных делился на две части: обучающую и тестовую выборки в соотношении 80:20. Neural CDE и TN-CDE обучались в течение 10 эпох с тестированием по окончании каждой эпохи. Также для сравнения на выборке была запущена модель ERPCov TS LR. Для оценки качества работы моделей использовалась точность классификации.

4.2 Результаты

Базовый эксперимент с ERPCov TS LR дал точность классификации 83,3%. Neural CDE и TN-CDE были успешно обучены в течение десяти эпох, при этом Neural CDE дала точность 80,4% на тестовой выборке, а TN-CDE — 84,2%. Результаты работы всех моделей представлены в таблице 1.

Модель	Точность
PyRiemann	83,3%
Neural CDE	80,4%
TN-CDE	84,2%

Таблица 1: Точность классификации на тестовой части выборки

Зависимость точности классификации на тестовой выборке от числа эпох обучения для Neural CDE и TN-CDE представлена на [рис. 1](#). Стоит отметить, что скорость обучения при тензоризации данных заметно увеличилась, и за десять эпох обучения модель TN-CDE достигла максимальной точности. При этом время обучения одной эпохи заметно не изменилось, то есть предположение о том, что разложение сигнала на частотные составляющие ускоряет сходимость Neural CDE.

Стоит отметить, однако, что скорость TN-CDE все еще на порядок меньше, чем ERPCov TS LR: эпоха обучения первой модели занимает примерно 25-30 минут, в то время как ERPCov TS LR обучается полностью за 10-15 секунд.

5 Заключение

5.1 Обсуждение результатов

В ходе вычислительного эксперимента с использованием разложения сигнала на частотные составляющие были получены заметно большие показатели качества и скорости обучения, чем при обработке сигнала той же моделью с непрерывным скрытым состоянием, не использующей данное преобразование сигнала. Данный результат подкрепляет предположение о том, что тензоризация сигнала даёт больше информации о его природе и, следовательно, повышает качество классификации, однако для подтверждения данной гипотезы необходимо провести больше исследований с разными моделями и выборками. Хочется отметить, однако, что это предположение согласуется с тем наблюдением, что сигналы головного мозга можно представить в виде волновых всплесков ([здесь нужна ссылка на литературу](#)).

Обучение TN-CDE, несмотря на заметное приращение в скорости относительно Neural CDE, все же занимает на порядок больше времени, чем ERPCov TS LR, хоть и дает несколько большую точность. Это говорит о том, что для конкурентоспособности TN-CDE относительно более простых моделей необходима оптимизация устройства Neural CDE. Несмотря на этот недостаток, полученные результаты

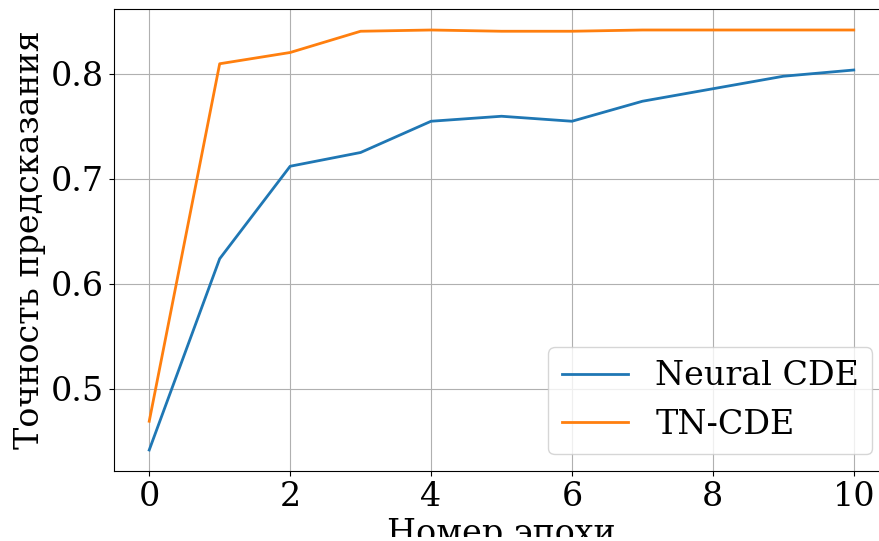


Рис. 1: Зависимость точности классификации от эпохи обучения

все же дают основания полагать, что тензоризация данных может улучшить качество работы и скорость обучения для произвольных моделей, использующих непрерывное представление сигнала, что открывает возможность дальнейших исследований работы алгоритмов с непрерывным временем.

5.2 Перспективы исследований

Исходя из того, что увеличение объема данных в 7 раз заметно не повлияло на время обучения моделей, основанных на Neural CDE, можно утверждать, что основную часть времени при обучении занимает работа самого алгоритма, лежащего в основе модели. Для получения модели TN-CDE, обучающейся более быстро, необходимо оптимизировать ее внутреннюю структуру, то есть разработать для этого библиотеку, альтернативную использованной в данной работе. Также в рамках работы с рассмотренной моделью было бы целесообразно провести анализ влияния гиперпараметров (размерности пространства частот, типа материнского вейвлета при преобразовании и др.) на точность и скорость сходимости.

Отдельно стоит отметить перспективу теоретического исследования свойств моделей, использующих непрерывное тензорное представление сигналов. Результат данной работы позволяет выдвинуть гипотезу о том, что разложение сигнала на частотные составляющие, подобно пространственной тензоризации в алгоритмах свертки, может ускорять сходимость при обучении, однако проверка данной гипотезы требует заметно большей формализации задачи.

Более глобальной перспективой дальнейших исследований является построение моделей, использующих представление сигнала, непрерывное как по времени, так и по частоте. Вейвлет-преобразование суть преобразование непрерывной функции одной переменной в непрерывную функцию двух переменных, и для обработки сигнала, представленного в таком виде, можно применять модели, работающие с пространством функций двух переменных. Также для выборок, содержащих информацию ЭЭГ с большого количества электродов, можно рассмотреть тензоризацию по пространству для учета относительного расположения источников сигнала в пространстве.

Список литературы

- [1] Neural Ordinary Differential Equations / Chen Ricky T. Q., Rubanova Yulia, Bettencourt Jesse, and Duvenaud David K // Advances in Neural Information Processing Systems / ed. by Bengio S., Wallach H., Larochelle H. et al. — Curran Associates, Inc. — 2018. — Vol. 31. — Access mode: <https://proceedings.neurips.cc/paper/2018/file/69386f6bb1dfed68692a24c8686939b9-Paper.pdf>.

- [2] Neural Controlled Differential Equations for Irregular Time Series / Kidger Patrick, Morrill James, Foster James, and Lyons Terry J. // NeurIPS. — 2020. — Access mode: <https://proceedings.neurips.cc/paper/2020/hash/4a5876b450b45371f6cfe5047ac8cd45-Abstract.html>.
- [3] From Noise to Signal: Unveiling Treatment Effects from Digital Health Data through Pharmacology-Informed Neural-SDE. — 2024. — 2403.03274.
- [4] Gu Albert, Goel Karan, Ré Christopher. Efficiently Modeling Long Sequences with Structured State Spaces. — 2022. — 2111.00396.
- [5] Decoding unconstrained arm movements in primates using high-density electrocorticography signals for brain-machine interface use / Hu Kejia, Jamali Mohsen, Moses Ziev B., Ortega Carlos A., Friedman Gabriel N., Xu Wendong, and Williams Ziv M. // Scientific Reports. — 2018. — jul. — Vol. 8, no. 1.
- [6] Song Yilin, Wang Yao, Viventi Jonathan. Unsupervised Learning of Spike Patterns for Seizure Detection and Wavefront Estimation of High Resolution Micro Electrocorticographic Data // IEEE Transactions on NanoBioscience. — 2017. — sep. — Vol. 16, no. 6. — P. 418–427.
- [7] Loza Carlos A., Principe Jose C. Unsupervised robust detection of behavioral correlates in ECoG // 2017 8th International IEEE/EMBS Conference on Neural Engineering (NER). — IEEE. — 2017. — may.
- [8] Eliseyev Andrey, Aksenova Tetiana. Penalized Multi-Way Partial Least Squares for Smooth Trajectory Decoding from Electrocorticographic (ECoG) Recording // PLOS ONE. — 2016. — may. — Vol. 11, no. 5. — P. e0154878.
- [9] Separate spatial and temporal frequency tuning to visual motion in human MT measured with ECoG / Gaglianese Anna, Harvey Ben M., Vansteensel Mariska J., Dumoulin Serge O., Ramsey Nick F., and Petridou Natalia // Human Brain Mapping. — 2016. — sep. — Vol. 38, no. 1. — P. 293–307.
- [10] David T Bundy Mrinal Pahwa Nicholas Szrama Eric C Leuthardt. Decoding three-dimensional reaching movements using electrocorticographic signals in humans // Journal of Neural Engineering. — 2016. — feb. — Vol. 13, no. 2. — P. 026021.
- [11] Brain-machine interface to control a prosthetic arm with monkey ECoGs during periodic movements / Morishita Soichiro, Sato Keita, Watanabe Hidenori, Nishimura Yukio, Isa Tadashi, Kato Ryu, Nakamura Tatsuhiko, and Yokoi Hiroshi // Frontiers in Neuroscience. — 2014. — dec. — Vol. 8.
- [12] Goncharenko V., Grigoryan R., Samokhina A. Raccoons vs Demons: multiclass labeled P300 dataset. — 2020. — 2005.02251.
- [13] Patel Salil H., Azzam Pierre N. Characterization of N200 and P300: Selected Studies of the Event-Related Potential // Int J Med Sci. — 2005. — Vol. 2. — P. 147–154. — Access mode: <https://www.medsci.org/v02p0147.htm>.
- [14] Congedo Marco, Barachant Alexandre, Andreev Anton. A New Generation of Brain-Computer Interface Based on Riemannian Geometry // CoRR. — 2013. — Vol. abs/1310.8115. — 1310.8115.
- [15] Optimal Control of Unsteady Flows Using a Discrete and a Continuous Adjoint Approach / Carnarius Angelo, Thiele Frank, Özkaya Emre, Nemili Anil, and Gauger Nicolas R. // 25th System Modeling and Optimization (CSMO) / ed. by Hömberg Dietmar, Tröltzsch Fredi. — Berlin, Germany : Springer. — 2011. — Sep. — Vol. AICT-391 of System Modeling and Optimization. — P. 318–327. — Part 5: Flow Control. Access mode: <https://hal.inria.fr/hal-01347552>.