

---

# Методы малоранговых разложений в распределенном и федеративном обучении

---

Ребриков Алексей  
rebrikov.av@phystech.edu

Зыль Александр

Безносиков Александр  
beznosikov.an@phystech.edu

## Abstract

Подходы распределенного и федеративного обучения становятся все более популярными в обучении современных SOTA моделей машинного обучения. При этом на первый план выходит вопрос организации эффективных коммуникаций, так как процесс передачи информации занимает слишком много времени даже в случае кластерных вычислений. Из-за этого может теряться смысл в распределении/распараллеливании процесса обучения. Одной из ключевой техник борьбы с коммуникационными затратами является использование сжатий передаваемой информации. На данный момент в литературе предлагаются различные техники сжатия ([Beznosikov et al., 2023], [Alistarh et al., 2017], [Horvóth et al., 2022]), но потенциал в этом вопросе явно не исчерпан. В частности, довольно большой потенциал кроется в малоранговых разложениях [Gundersen, 2019]. В рамках проекта предлагается сконструировать операторы сжатия на основе данных разложений и встроить в методы распределенной оптимизации [Richtárik et al., 2021].

Keywords сжатие информации · малоранговые разложения · распределенное обучение · федеративное обучение

## 1 Введение

Цель данного исследования заключается в разработке и анализе методов малоранговых разложений для сжатия информации в контексте распределенного и федеративного обучения. Мотивация исследования проистекает из растущей потребности в эффективных методах обучения для современных масштабных моделей машинного обучения, где коммуникационные затраты становятся критическим барьером для эффективности. Объектом исследования являются операторы сжатия, основанные на малоранговых разложениях, и их интеграция в методы распределенной оптимизации.

Проводится обзор существующей литературы и анализируются последние достижения в области сжатия информации для распределенного обучения. В частности, рассматриваются существующие техники сжатия, такие как предложенные в работах [Beznosikov et al., 2023], [Alistarh et al., 2017], и [Horvóth et al., 2022], а также исследуется потенциал малоранговых разложений.

Задачами проекта являются разработка операторов сжатия на основе малоранговых разложений, их интеграция в алгоритмы распределенной оптимизации и оценка влияния на эффективность обучения. Предлагаемое решение предполагает новизну в виде конкретной реализации сжатия, которая потенциально позволяет уменьшить коммуникационные затраты без значительной потери качества обучения.

Цель эксперимента состоит в демонстрации эффективности предлагаемых методов на реальных наборах данных и в различных условиях обучения, оценке улучшения скорости и качества обучения.

## 2 Определение оптимизационной задачи и ее решение

Для достижения высоких результатов современные модели машинного обучения тренируются на больших наборах данных, что часто требует обширного числа обучаемых параметров. Рассматриваем задачи оптимизации вида

$$\min_{x \in \mathbb{R}^d} \left\{ f(x) := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i(x) \right\}, \quad (1)$$

где  $x \in \mathbb{R}^d$  представляет параметры модели,  $n$  — количество работников/устройств, а  $f_i(x)$  — функции потерь модели  $x$  на данных, хранимых на устройстве  $i$ . Функция потерь  $f_i : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  часто имеет вид

$$f_i(x) := \mathbb{E}_{\xi \sim \mathcal{P}_i} [f_\xi(x)],$$

где  $\mathcal{P}_i$  обозначает распределение данных обучения, принадлежащих работнику  $i$ .

### 2.1 Распределенная оптимизация

Основой для решения задачи (1) является распределенный градиентный спуск (GD), выполняющий обновления по формуле

$$x^{k+1} = x^k - \frac{\eta^k}{n} \sum_{i=1}^n \nabla f_i(x^k),$$

где  $\eta^k > 0$  — шаг. Для решения проблем коммуникации в распределенных системах были предложены улучшения, сокращающую размер передаваемых сообщений с помощью операторов сжатия.

### 2.2 Оператор сжатия

Под оператором сжатия имеется ввиду (возможно стохастическое) отображение  $\mathcal{C} : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  с некоторыми ограничениями. Обычно в литературе упоминаются несмещённые операторы сжатия  $\mathcal{C}$  с ограниченным вторым моментом, т.е.

**Definition 1** Пусть  $\zeta \geq 1$ . Будем говорить что  $\mathcal{C} \in \mathbb{U}(\zeta)$  если  $\mathcal{C}$  несмещённый (т.е.,  $\mathbb{E}[\mathcal{C}(x)] = x \ \forall x$ ) и если второй момент ограничен

$$\mathbb{E} \left[ \|\mathcal{C}(x)\|_2^2 \right] \leq \zeta \|x\|_2^2, \quad \forall x \in \mathbb{R}^d. \quad (2)$$

Далее в работе рассматривается конструирование несмещённых операторов сжатия на основе малоранговых разложений.

## Список литературы

- Aleksandr Beznosikov, Samuel Horváth, Peter Richtárik, and Mher Safaryan. On biased compression for distributed learning. *Journal of Machine Learning Research*, 24(276):1–50, 2023.
- Dan Alistarh, Demjan Grubic, Jerry Li, Ryota Tomioka, and Milan Vojnovic. Qsgd: Communication-efficient sgd via gradient quantization and encoding. *Advances in neural information processing systems*, 30, 2017.
- Samuel Horvóth, Chen-Yu Ho, Ludovit Horvath, Atal Narayan Sahu, Marco Canini, and Peter Richtárik. Natural compression for distributed deep learning. In *Mathematical and Scientific Machine Learning*, pages 129–141. PMLR, 2022.
- Gregory Gundersen. Randomized singular value decomposition, 2019. URL <https://gregorygundersen.com/blog/2019/01/17/randomized-svd/>.
- Peter Richtárik, Igor Sokolov, and Ilyas Fatkhullin. Ef21: A new, simpler, theoretically better, and practically faster error feedback. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 34:4384–4396, 2021.