

Исследование нестационарных и неоднородных динамических систем

Ivan Ilyin, Kirill Semkin, Alexander Terentyev, Vadim Strijov

13 марта 2025 г.

1 Abstract

В работе исследуется задача восстановления скрытой динамической системы по временному ряду. Предполагается, что динамическая система параметризована. Для нахождения параметра системы используется метод Neural ODE. Строятся фазовые траектории в зависимости от начальных условий и параметра, восстанавливается параметр в случае зависимости его от времени. Проводится анализ точек разладки временного ряда по полученному параметру системы. Эксперимент проведен на синтетических данных и датасетах Run or Walk, The Weather Dataset.

Keywords : Machine Learning, TimeSeries, NeuralODE.

2 Introduction

В современном анализе временных рядов одно из ключевых мест занимает восстановление скрытых состояний системы, порождающей временной ряд. По динамике восстановленных состояний затем можно анализировать поведение самого временного ряда, находить точки разладки. На текущий момент существует несколько подходов к восстановлению состояния системы.

Одним из главных методов является использование RNN [1], однако основным недостатком подхода является дискретное представление изменения состояния скрытой системы, а также неустойчивость к спорадически наблюдаемым данным.

В [2] вводятся нейронные обыкновенные дифференциальные уравнения, которые представляют скрытые состояния в виде динамической системы, данный подход позволяет исследовать спорадически наблюдаемые данные, а также восстановить параметр динамической системы, однако не исследуются динамические системы с параметром, меняющимся во времени.

В работе предлагается метод восстановления параметра динамической системы, меняющийся во времени, путем параметризации производной параметра, восстанавливается временной ряд по параметру системы, исследуются точки разладки, с помощью полученного изменения параметра системы во времени.

3 Problem statement

Пусть задан $\mathcal{D} = (\mathbf{X}_t \mid t \in \{t_i\}_{i=1}^N)$ - временной ряд. Положим, что данный временной ряд порожден динамической системой (1) с неизвестным, меняющимся во времени параметром $\mathbf{w}(t)$.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(\mathbf{X}(t), \mathbf{w}(t)) \\ g_\theta(t) \end{pmatrix} \quad (1)$$

где $g_\theta(t)$ - элемент параметризованного семейства динамик параметра $\mathbf{w}(t)$.

Пусть задан лосс $\mathcal{L}(\mathbf{X}, \widehat{\mathbf{X}}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{X}_i - \widehat{\mathbf{X}}_i\|$.

Необходимо найти параметр $\widehat{\theta}$, такой что

$$\widehat{\theta} = \arg \min_{\theta} \mathcal{L}(\mathbf{X}, \widehat{\mathbf{X}}) \quad (2)$$

Список литературы

- [1] Hendrik Strobelt, Sebastian Gehrmann, Hanspeter Pfister, and Alexander M Rush. Lstmvis: A tool for visual analysis of hidden state dynamics in recurrent neural networks. *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, 24(1):667–676, 2017.
- [2] Ricky T. Q. Chen, Yulia Rubanova, Jesse Bettencourt, and David K Duvenaud. Neural ordinary differential equations. In S. Bengio, H. Wallach, H. Larochelle, K. Grauman, N. Cesa-Bianchi, and

R. Garnett, editors, *Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 31. Curran Associates, Inc., 2018.