# Marked Temporal Point Process with Neural ODE.

Насыров Р.Р., Зайцев А.А.

МФТИ

17 мая 2025 г.

# Содержание

- 📵 Введение
  - Актуальность
  - Новизна
- Постановка задачи
  - Neural ODE
  - Temporal Point Process
  - DM TPP
- В Результаты

## Введение

#### Актуальность

- Обработка последовательностей событий (ТРР) важно в медицине, финансах
- События характеризуются доп. данными (тип, координаты), которые нужно учитывать
- События могут возникать в произвольный момент времени

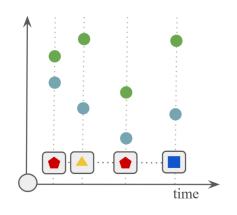


Рис.: Пример TPP с 1 категориальным и 2 непрерывными признаками.

# Введение Новизна

**Цель исследования:** предложить метод эмбеддинга нерегулярных маркированных TPP (irragularly-sampled MTPP), пригодный для решения сопутствующих задач

Задача: бинарная классификация МТРР клиентов

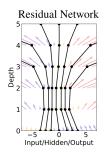
#### Алгоритм Neural ODE

• Эволюция h(t) описывается ODE, в котором векторное поле f задается нейросетью:

$$\frac{d\mathsf{h}(t)}{dt} = f_{\theta}(\mathsf{h}(t),t)$$

• Генеративная модель:

$$\begin{cases} \mathsf{h}_{t_0} \sim p(\mathsf{h}_{t_0}) \\ \mathsf{h}_{t_i} = \mathsf{ODESolve}(\mathsf{h}_{t_0}, f_{\theta}, t_i) \\ \mathsf{x}_{t_i} \sim p_{\phi}(\mathsf{x}|\mathsf{h}_{t_i}) \end{cases}$$



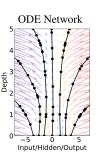


Рис.: Отличие residual- (слева) и ODE-(справа) нейросетей

Где  $t_i$  — времена, в которых нужно вычислить временной ряд, х — значение, соответствующее h,  $p_\phi$  — параметр декодера.

https://proceedings.neurips.cc/paper/2018/hash/69386f6bb1dfed68692a24c8686939b9 Abstract.html

#### Temporal Point Process

- lacktriangle TPP стох. процесс, реализация которого набор  $[t_0,\ldots,t_N]$
- ② Обозначим набор событий до t как  $\mathcal{H}_t = [t_0, \dots, t_i]$ , а pdf следующего события как  $f(t|\mathcal{H}_{t_i}) = f^*(t)$ , cdf как  $F^*(t) = F(t|\mathcal{H}_{t_i})$
- f 3 Вместо pdf  $f^*$  используется функция *интенсивности*  $\lambda^*(t) = rac{f^*(t)}{1-F^*(t)}$
- lacktriangledown в Marked TPP у каждого события появляется дистретная метка  $k \in [1,\ldots,K]$

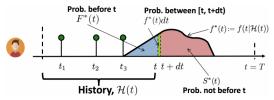


Рис.: Temporal Point Process

#### Marked Temporal Point Process

- МТРР стох. процесс, реализация которого набор  $\mathcal{S} = [(t_0, k_0), \dots, (t_N, k_N)]$  времен и типов событий.
- ② Функция интенсивности:  $\lambda^*(t,k) = \lambda(t,k|\mathcal{H}_t)$  факторизуется на вероятность события произойти  $\lambda_g^*(t)$  и вероятность типа произошедшего события  $f^*(k|t)$

$$\lambda^*(t,k) = \lambda_g^*(t) \cdot f^*(k|t)$$

Правдоподобие:

$$L(S) = \left[\prod_{i=1}^{N} \lambda_g^*(t_i)\right] \cdot \left[\prod_{i=1}^{N} f^*(k_i|t_i)\right] \cdot exp(-\int_{0}^{t_N} \lambda_g^*(u)du)$$

#### Decoupled MTPP with Neural ODE

- $lacksymbol{0}$  Событие  $(e_i,k_i),k_i\in[1,\ldots,K]$  имеет эмбеддинг  $W_e(k_i)$
- ② Эмбеддинг каждого события:  $h(t_i, e_i) = W_e(k_i)$  изменяется под действием Neural ODE независимо от остальных:

$$dh(t; e_i) = \gamma_{\theta}(h(t; e_i), t, k_i)dt$$

③ Затем эмбеддинги в финальный момент времени t используются для вычисления  $\lambda_g^*(t)$  и  $f^*(k|t)$  с помощью агрегирующих функций:

$$\lambda_g^*(t) = \mathsf{A}(g_\mu(\textit{h}(t;e_n)),g_\mu(\textit{h}(t;e_n)),\ldots,g_\mu(\textit{h}(t;e_n)))$$

$$f^*(k|t) = A_k(g_f(h(t;e_1)), g_f(h(t;e_2)), \dots, g_f(h(t;e_n)))$$

Где функции  $g_{\mu}:\mathbb{R}^d\to\mathbb{R}$  и  $g_f:\mathbb{R}^d\to\mathbb{R}$  моделируют индивидуальный вклад каждого события в интенсивность и вероятность.

#### Схема Decoupled MTPP with Neural ODE

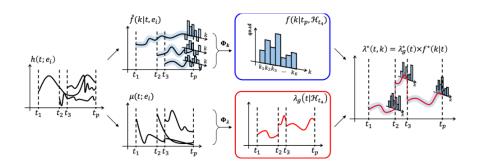


Рис.: DMTPP-ODE

- Решается задача классификации.
- ullet Обозначим  $\mathcal{S} \in \mathbb{S}$  MTPP:

$$S = \{e_i\}_{i=0}^N = \{(t_i, k_i)\}_{i=0}^N; \ 0 \le t_i < t_{i+1} \le 1; \ k_i \in [1, \dots, K]$$

Где K — количество типов событий,  $t_i$  время события.  $\mathbb S$  множество всех МТРР.

• Модель классификации параметризуется весами нейросети,  $h_{\theta}: \mathbb{S} \to [0,1]$  и минимизирует комбинацию supervised Cross-Entropy loss  $L_{CE}$  и unsupervised лосса предсказания МТРР  $L_{MTPP}$ 

$$L_{CE} = \sum_{i} BCE(h_{\theta}(S_{i}), y_{i})$$

$$\ln(L) = \sum_{i=1}^{N} \ln(\lambda_{g}^{*}(t_{i})) - \int_{0}^{t_{N}} \lambda_{g}^{*}(u) du + \sum_{i=1}^{N} \ln(f^{*}(k_{i}|t_{i}))$$

$$\theta^{*} = \arg\min_{\theta} \sum_{L(S)} L_{CE}(L(S)) + \ln(L(S))$$

# Результаты и выводы

Агрегация	Accuracy	ROC AUC
Mean	$69.2\% \pm 0.9\%$	$71.4\% \pm 0.8\%$
LSTM	$74.0\% \pm 2.0\%$	$77.5\% \pm 2.6\%$
Transformer	$70.3\% \pm 3.0\%$	$71.6\% \pm 5.0\%$

Таблица: Результаты классификации на датасете оттока клиентов Churn Отображены mean и 3 std для трех типов агрегаций с усреднением по 5 запускам

#### Выводы

- Агрегация по умолчанию (среднее значение) показала худшие результаты.
- 2 LSTM показала лучшие результаты как по точности, так и по ROC AUC.
- Модель трансформатора, похоже, была недостаточно обучена, так как у нее самое большое расхождение.

# Следующие шаги

- Использовать Neural CDE для аккумулирования эффекта от событий одного типа
- Оценивать неопределенность типа события

# Литература

- Ricky TQ Chen et al. "Neural ordinary differential equations". In: Advances in neural information processing systems 31 (2018).
- Nan Du et al. "Recurrent marked temporal point processes: Embedding event history to vector". In: Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD international conference on knowledge discovery and data mining. 2016, pp. 1555–1564.
- Patrick Kidger et al. "Neural controlled differential equations for irregular time series". In: Advances in neural information processing systems 33 (2020), pp. 6696–6707.
- Hongyuan Mei and Jason M Eisner. "The neural hawkes process: A neurally self-modulating multivariate point process". In: Advances in neural information processing systems 30 (2017).
- Jakob Gulddahl Rasmussen. "Lecture notes: Temporal point processes and the conditional intensity function". In: arXiv preprint arXiv:1806.00221 (2018).