

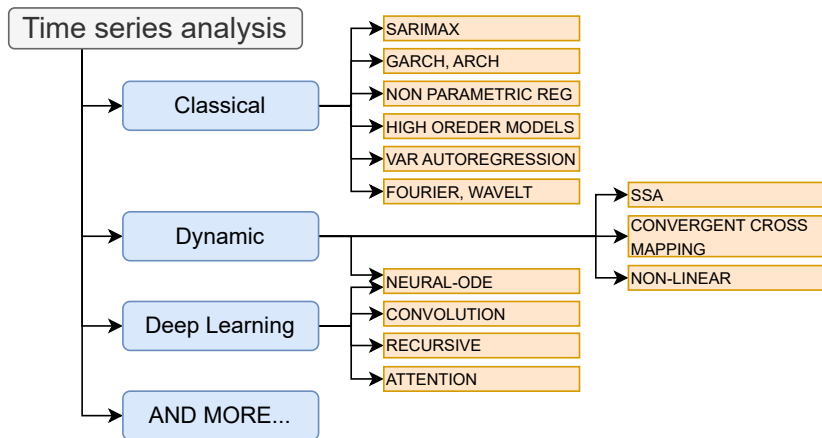
Mathematical Forecasting Methods

Лекция 1

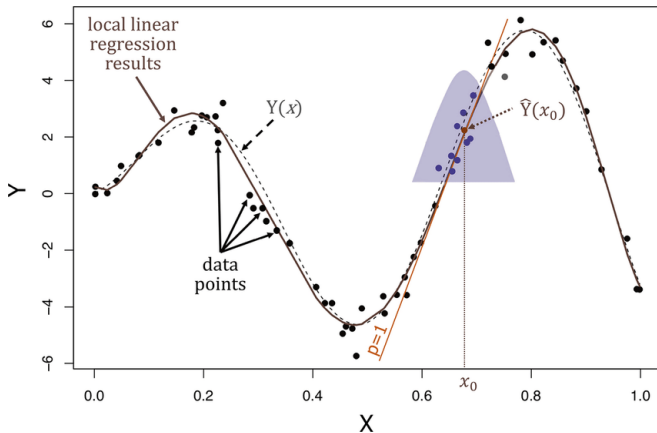
МФТИ

Осень, 2023

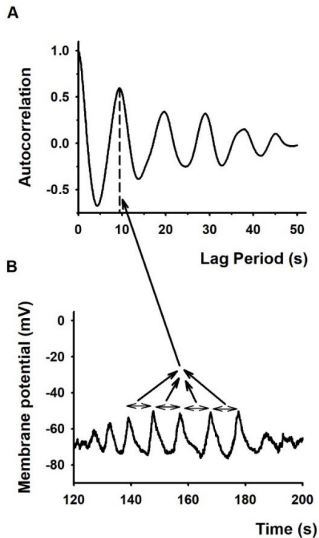
Forecasting Methods/Models zoo



Регрессионные модели: непараметрические методы



Регрессионные модели: автокорреляция

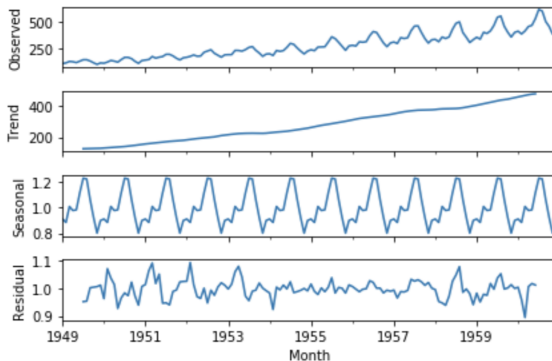


credit: https://www.researchgate.net/publication/345125392_Data-Driven_Anomaly_Detection_Approach_for_Time-Series_Streaming_Data

Регрессионные модели: SARIMAX

$$y_t^{(d)} = c + \varepsilon_t + \underbrace{\phi_1 y_{t-1}^{(d)} + \phi_2 y_{t-2}^{(d)} + \dots + \phi_p y_{t-p}^{(d)}}_{\text{Auto-Regressive}} + \underbrace{\theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}}_{\text{Moving Average}}$$

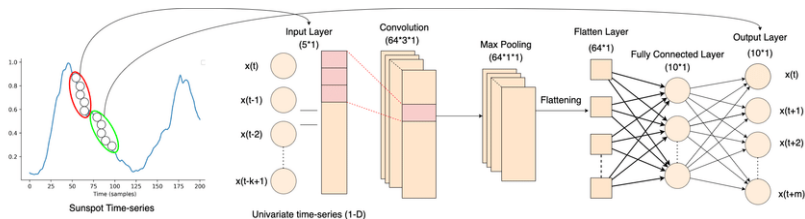
Integrated



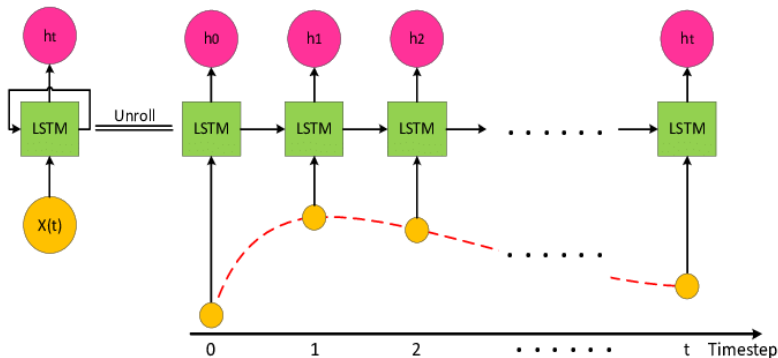
credit:

<https://www.geeksforgeeks.org/python-arima-model-for-time-series-forecasting/>

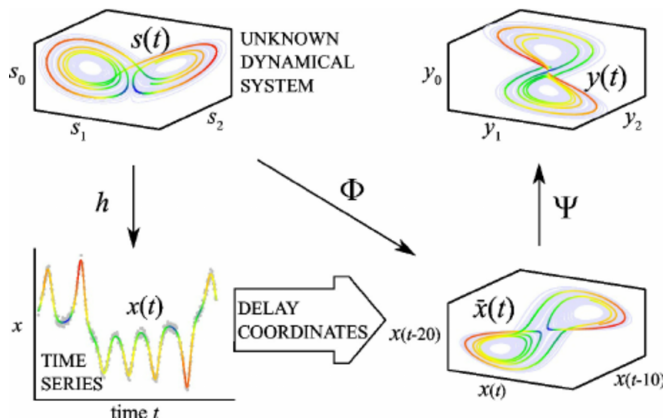
Регрессионные модели: сверточные нейронные сети



Регрессионные модели: рекуррентные нейронные сети



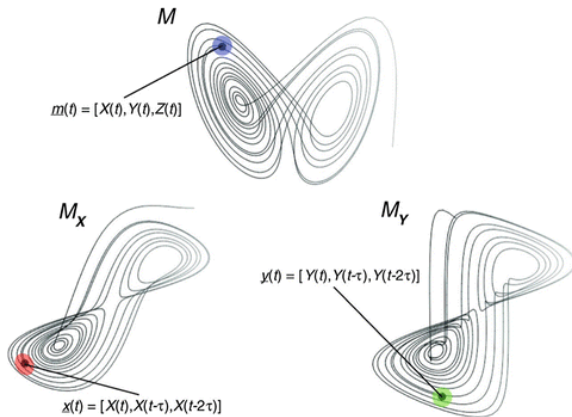
От статистических к динамическим



credit: https://phdinds-aim.github.io/time_series_handbook/06_ConvergentCrossMappingandSugiharaCausality/ccm_sugihara

aim.github.io/time_series_handbook/06_ConvergentCrossMappingandSugiharaCausality/ccm_sugihara

От статистических к динамическим: перекрестное отображение



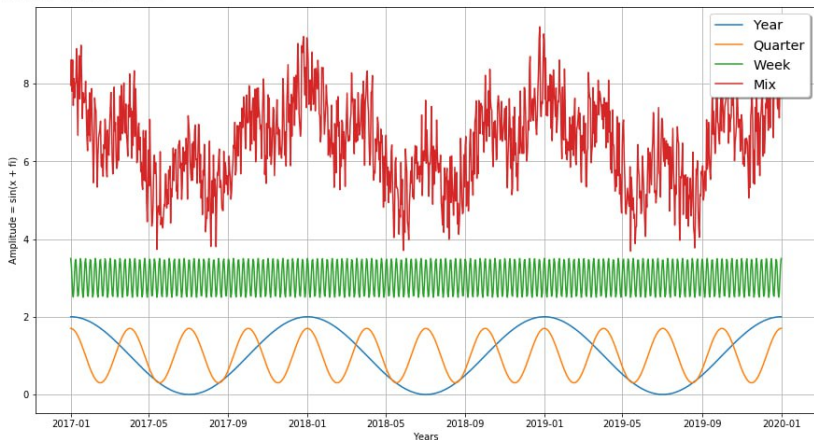
credit: https://phdinds-aim.github.io/time_series_hanbook/06_convergentCrossMappingandSugiharaCausality/ccm_sugihara

aim.github.io/time_series_hanbook/06_convergentCrossMappingandSugiharaCausality/ccm_sugihara

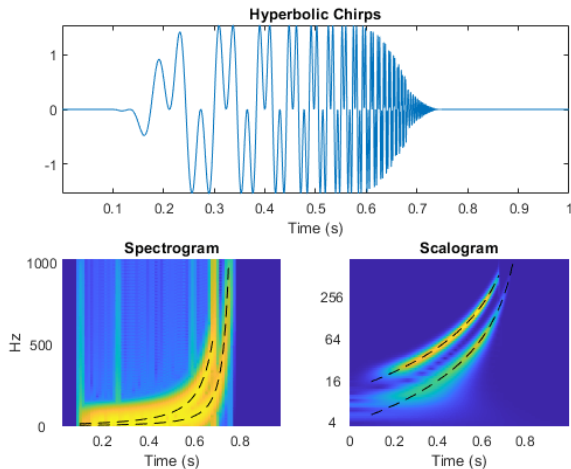
От статистических к динамическим: фурье анализ

Частота квартальная: 12

Частота недельная: 144

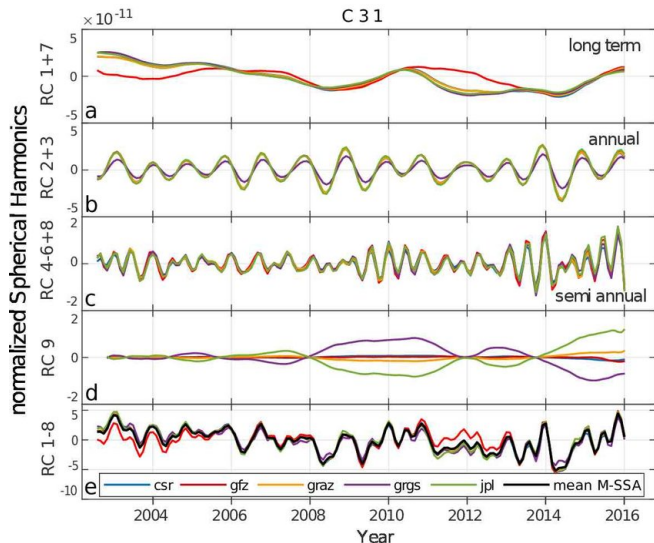


От статистических к динамическим: вейвлет преобразование



credit: <https://www.mathworks.com/help/wavelet/gs/choose-a-wavelet.html>

От статистических к динамическим: сингулярный спектральный анализ



Тензорные методы

$$W \in \mathbb{R}^{M \times N} = \mathcal{G}_1 \in \mathbb{R}^{m_1 n_1 \times r_1} \times_1 \mathcal{G}_2 \in \mathbb{R}^{r_1 \times m_2 n_2 \times r_2} \times_1 \dots \times_1 \mathcal{G}_{d-1} \in \mathbb{R}^{r_{d-2} \times m_{d-1} n_{d-1} \times r_{d-1}} \times_1 \mathcal{G}_d \in \mathbb{R}^{r_{d-1} \times m_d n_d}$$

(a) Tensorizing for weight matrix in TT format

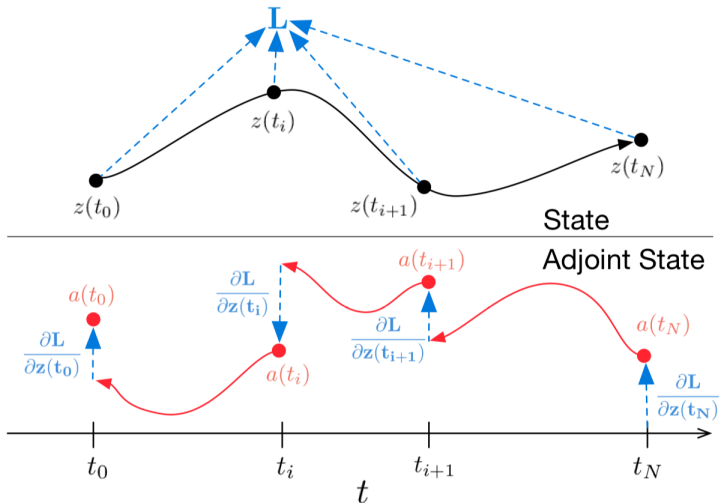
$$K \in \mathbb{R}^{I \times I \times C \times S} = \mathcal{G}_0 \in \mathbb{R}^{I^2 \times r_1} \times_1 \mathcal{G}_1 \in \mathbb{R}^{r_1 \times C_1 S_1 \times r_2} \times_1 \dots \times_1 \mathcal{G}_{d-1} \in \mathbb{R}^{r_{d-1} \times C_{d-1} S_{d-1} \times r_d} \times_1 \mathcal{G}_d \in \mathbb{R}^{r_d \times C_d S_d}$$

(b) Tensorizing for convolutional kernel in TT format

$$K_{3D} \in \mathbb{R}^{t \times h \times w \times C \times S} = \mathcal{G}_0 \in \mathbb{R}^{t \times h \times w \times r_1} \times_1 \mathcal{G}_1 \in \mathbb{R}^{r_1 \times C_1 S_1 \times r_2} \times_1 \dots \times_1 \mathcal{G}_{d-1} \in \mathbb{R}^{r_{d-1} \times C_{d-1} S_{d-1} \times r_d} \times_1 \mathcal{G}_d \in \mathbb{R}^{r_d \times C_d S_d}$$

(c) Tensorizing for 3D convolutional kernel in TT format

Дифференциальные модели: Neural-ODE



Временной ряд

- ▶ Временной ряд — это последовательность значений некоторой переменной (или переменных), регистрируемых непрерывно или через некоторые промежутки времени.
- ▶ Скалярным временным рядом $\{x_i\}_{i=1}^N$ называется массив из N чисел, представляющих собой значения некоторой измеренной (наблюдаемой) динамической переменной $x(t)$ с некоторым постоянным шагом τ по времени,
 $t_i = t_0 + (i - 1)\tau : x_i = x(t_i), i = 1, \dots, N$.
- ▶ Основная задача — это задача прогноза (предсказать будущие значения измеряемых характеристик изучаемого объекта на некоторый отрезок времени вперед).

Временной ряд

$\{x_t\}_{t=1}^N$ — временным рядом,

$\hat{x}_{t+d} = f_{t,d}(x_1, \dots, x_N; w)$ — модель временного ряда, где

$d = 1, \dots, D$ — горизонт прогнозирования,

Метод наименьших квадратов:

$$Q_t(w) = \sum_{i=t_0}^t (\hat{x}_i(w) - x_i)^2 \rightarrow \min_w$$

Проблемы:

- ▶ может быть сложная структура временных рядов,
- ▶ неквадратичная функция потерь,
- ▶ учитывать физическую природу временного ряда.

- ▶ Существует множество различных статистических и динамических методов прогнозирования временных рядов;
- ▶ Существуют методы и модели прогнозирования данные высокой размерности (такие как видео);
- ▶ Принципиальное отличие — это зависимость наблюдений от предыстории;
- ▶ Классическая постановка сильно ограничен.