

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕНЗОРНЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ СЖАТИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

# ПЛАН

- Постановка проблемы
- Краткий обзор подхода
- Сравнение результатов
- Дальнейшее развитие
- Заключение

# ВВОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

vector

$v_j$



$$i \text{ --- } \underset{M}{\text{blue circle}} \text{ --- } \underset{N}{\text{green circle}} \text{ --- } k \text{ with index } l \text{ on top of the green circle} = \sum_j M_{ij} N_{jkl}$$

matrix

$M_{ij}$



3-index  
tensor

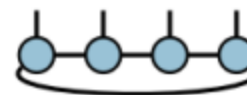
$T_{ijk}$



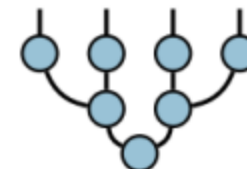
Tucker



Tensor Train



Tensor Ring

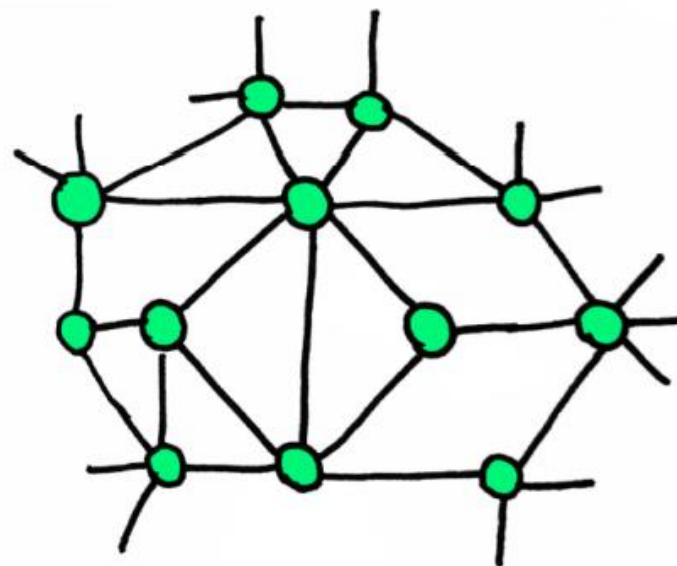


Hierarchical Tucker

$$i \text{ --- } \text{green circle} \text{ --- } \text{purple circle} \text{ --- } j = \sum_j M_{ij} v_j$$

$$\text{green circle} \text{ --- } \text{orange circle} = A_{ij} B_{jk} = AB$$

$$\text{red circle} \text{ --- } \text{blue circle} \text{ with a loop = } A_{ij} B_{ji} = \text{Tr}[AB]$$



# ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Пусть имеется картинка

$$M \in \mathbb{R}^{3 \times d_w \times d_h}$$

задаваемая трехмерным тензором. Преобразуем трёхиндексную матрицу  $M$  в много индексную матрицу (в тензор высокого порядка) по основанию  $b$

$$M \in \mathbb{R}^{3 \times d_w \times d_h} \mapsto \mathcal{T} \in \mathbb{R}^{b \times b \times \dots \times b}.$$

Количество мод полученного тензора, равняется

$$N = \log_b(3 \cdot d_h \cdot d_w)$$

Количество элементов в таком представлении изображение есть

$$3 \cdot d_w \cdot d_h = b^N$$

Однако, если к полученному тензору высокого порядка применить Tensor Train Decomposition из  $N$  тензоров свертке с максимальном рангом тензорного поезда  $m$ , то придется хранить всего лишь около

$$N \cdot b \cdot m^2$$

элементов. Что при правильной оптимизации ранга разложения может дать существенное сжатие.

Введем в рассмотрение тензорную сеть

$$\text{TN}(\mathcal{G}^{(1)}, \mathcal{G}^{(2)}, \dots, \mathcal{G}^{(N)})$$

которая в свертке по заданным в ней модам даёт тензор

$$\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{b \times b \times \dots \times b}$$

В этих обозначениях проблемы восстановления и сжатия изображений перепишутся следующим образом:

**Image compression**

$$\|\mathcal{T} - \text{TN}(\mathcal{G}^{(1)}, \mathcal{G}^{(2)}, \dots, \mathcal{G}^{(N)})\|_F^2 \rightarrow \min_{\mathcal{G}^{(1)}, \mathcal{G}^{(2)}, \dots, \mathcal{G}^{(N)}}$$

**Image Completion**

$$\frac{1}{|\Omega|} \sum_{(i_1, \dots, i_N) \in \Omega} \left( \mathcal{T}_{i_1, \dots, i_N} - \text{TN}(\mathcal{G}^{(1)}, \mathcal{G}^{(2)}, \dots, \mathcal{G}^{(N)})_{i_1, \dots, i_N} \right)^2 \rightarrow \min_{\mathcal{G}^{(1)}, \mathcal{G}^{(2)}, \dots, \mathcal{G}^{(N)}}$$

# ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПОДХОДЫ



Greedy-TN (Adam)



ALS

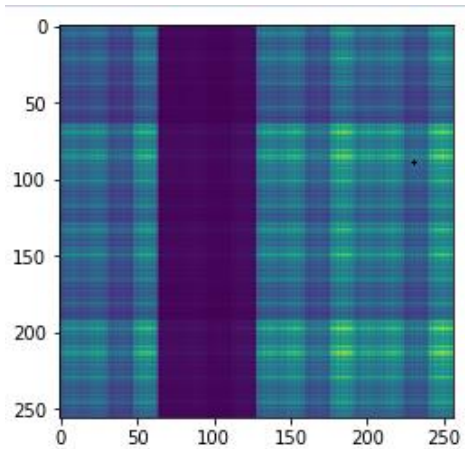


SVD

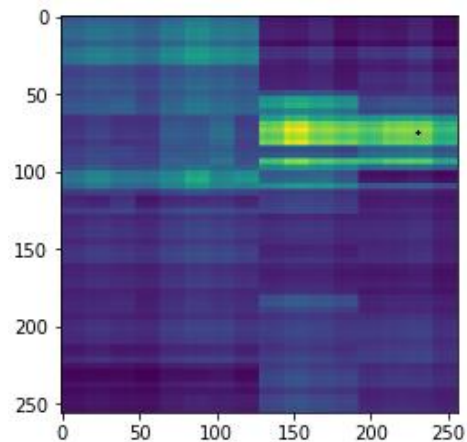




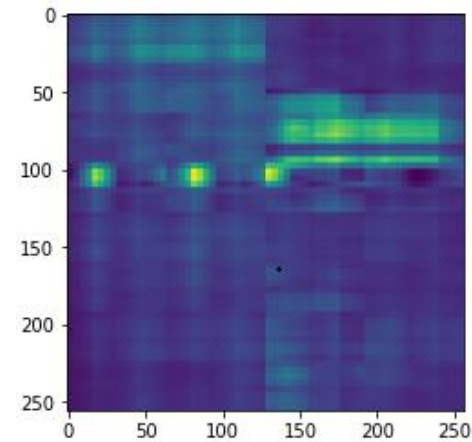
# СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ



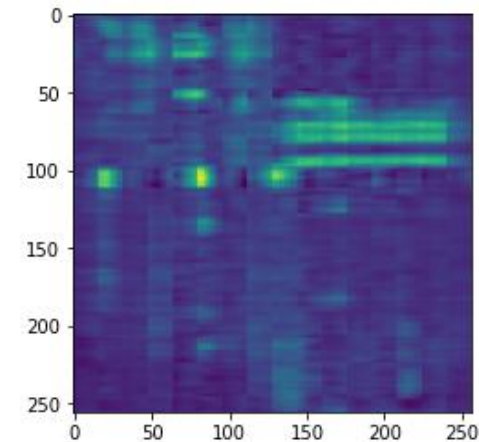
$K = 0.0005$



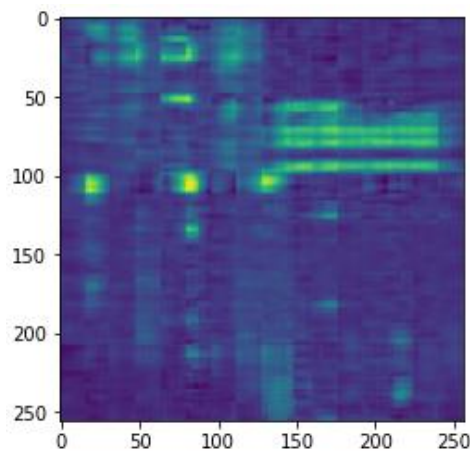
$K = 0.0016$



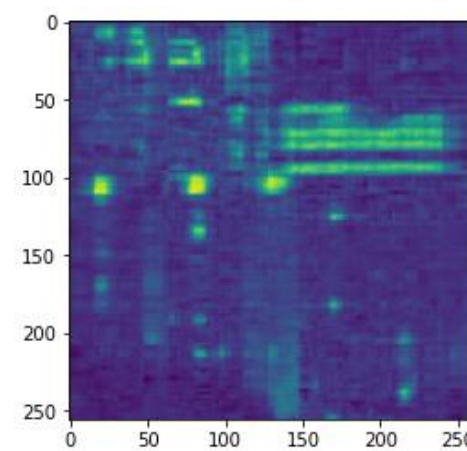
$K = 0.0037$



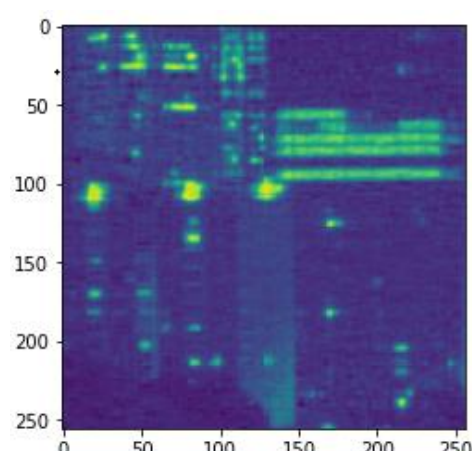
$K = 0.0107$



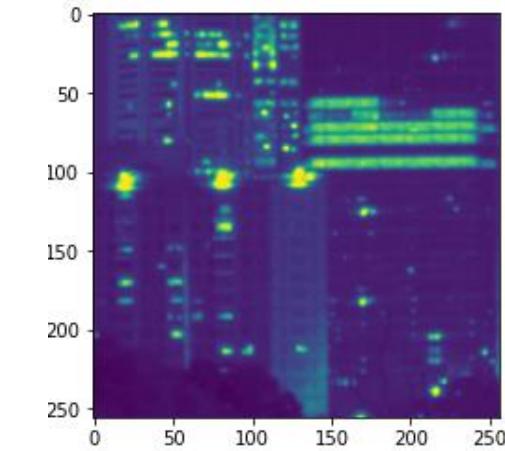
$K = 0.0585$



$K = 0.1538$

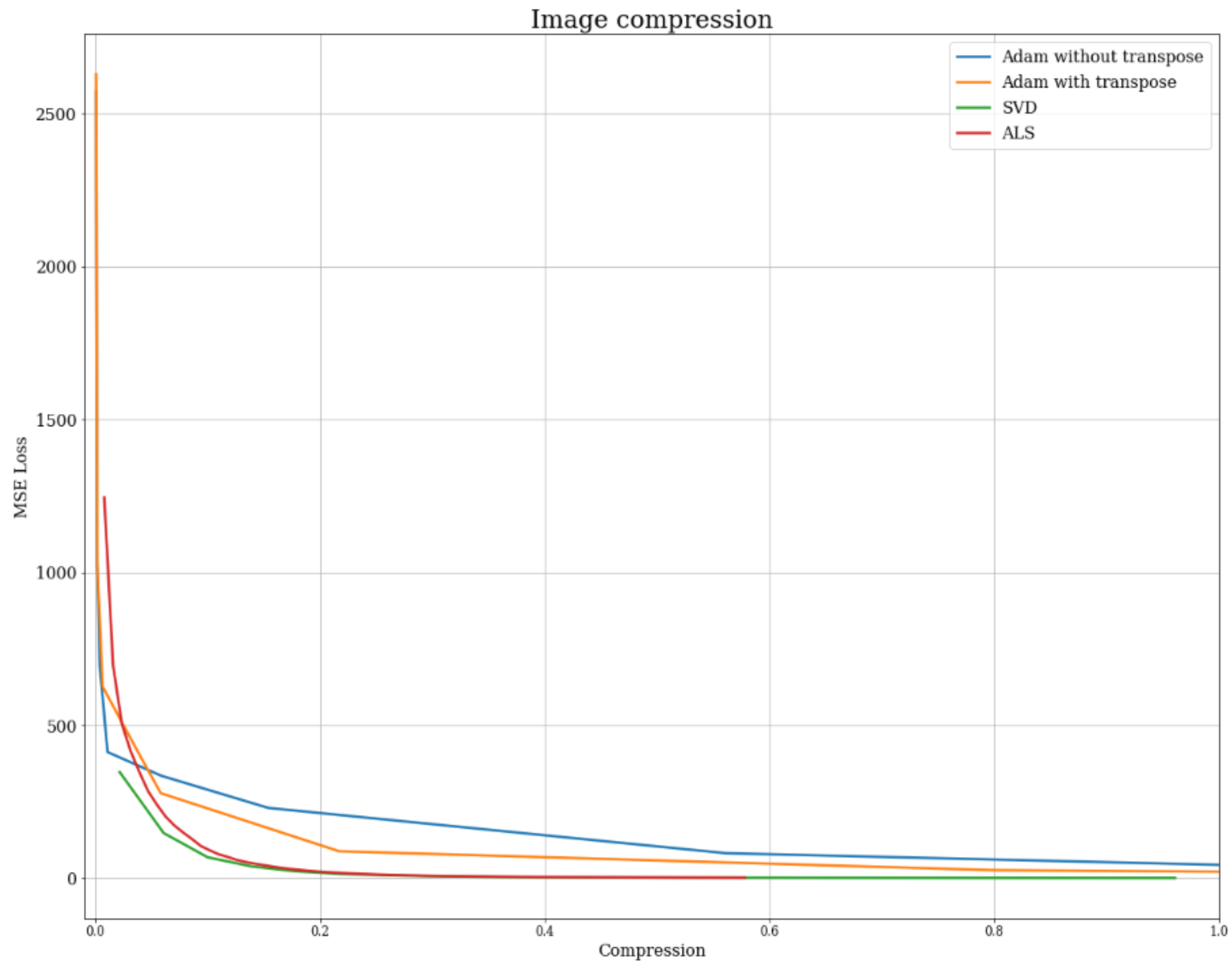


$K = 0.5612$

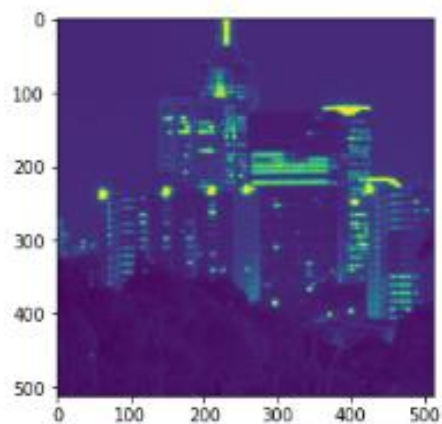
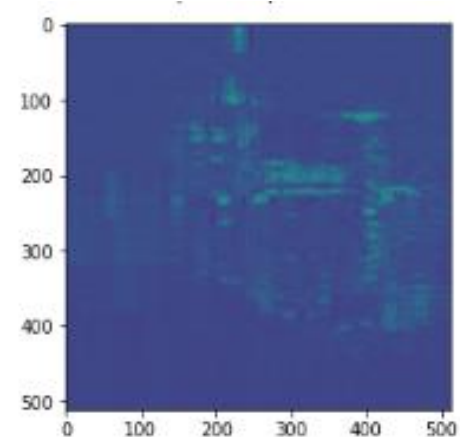
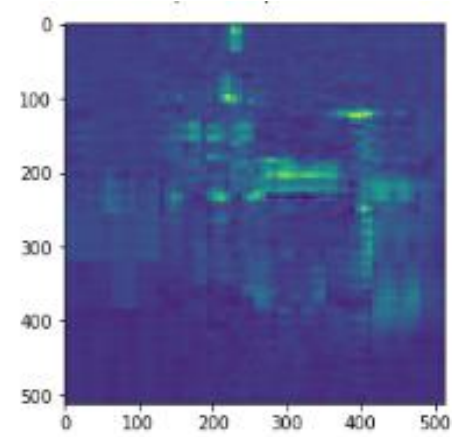
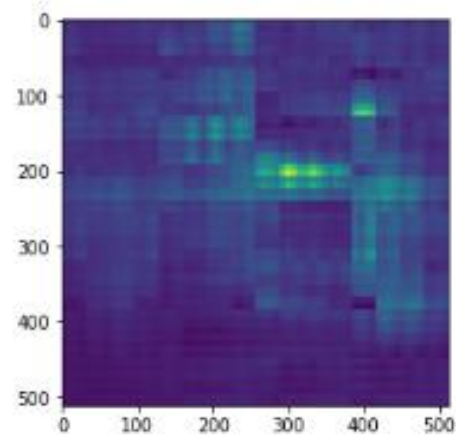
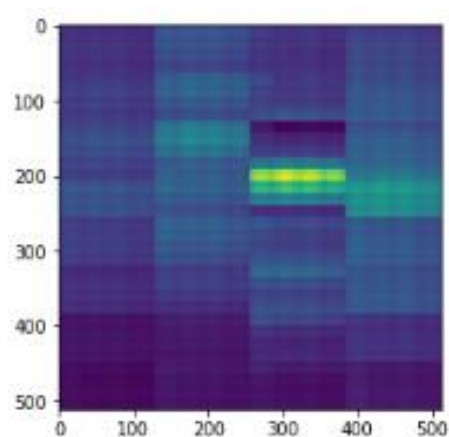


Original

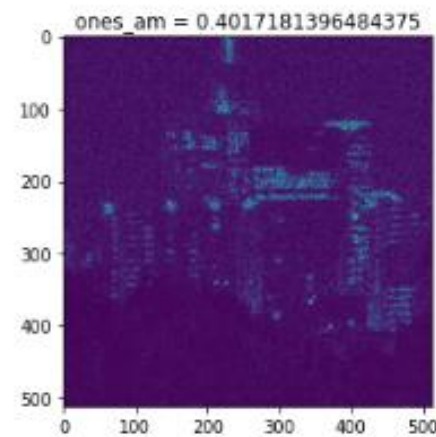
# СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ



# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ



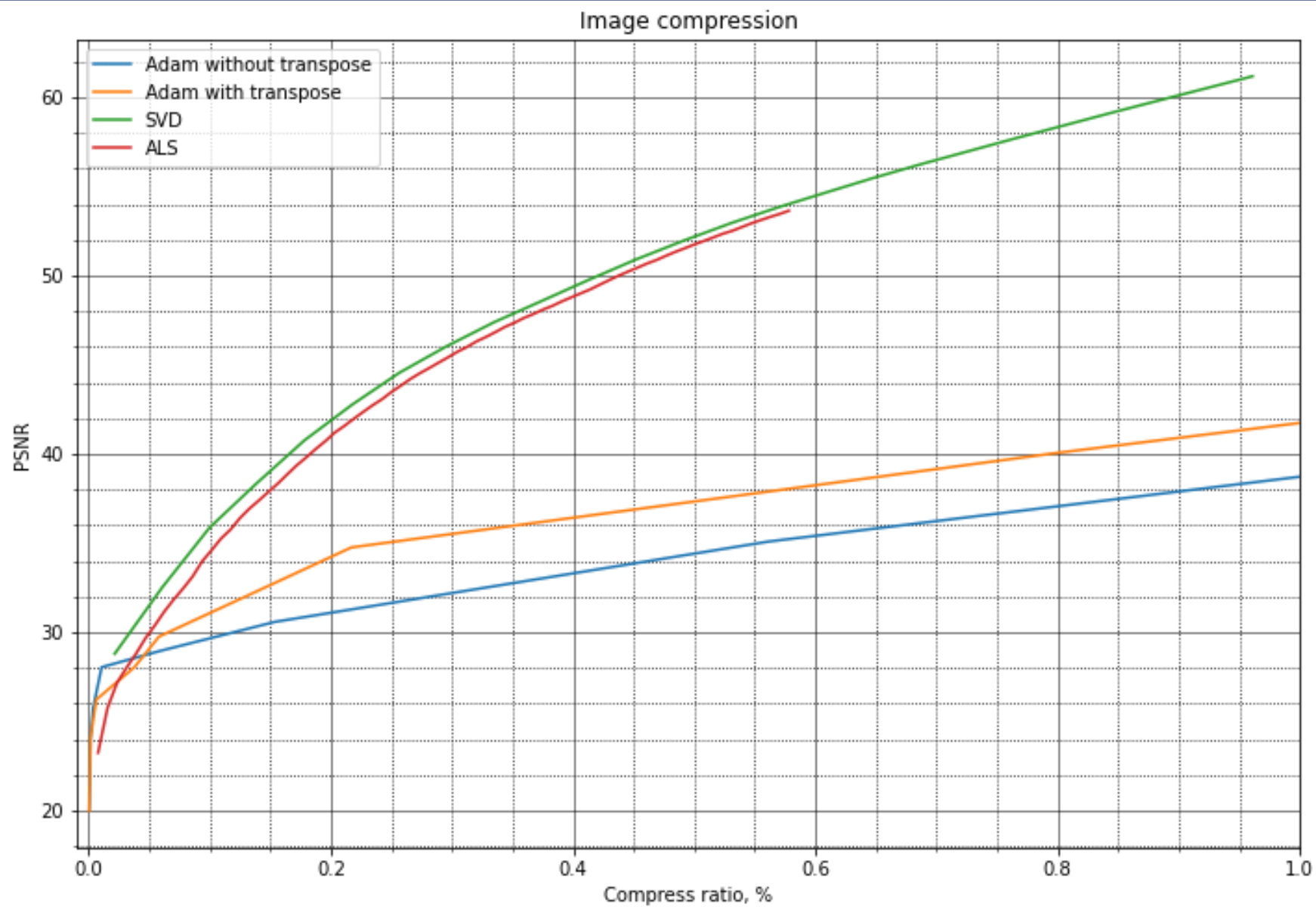
Original



Изначально 0.401



# PSNR



# ДАЛЬНЕЙШЕЕ РАЗВИТИЕ

- Не хватило мощностей для запуска оригинального Greedy-TN
- Можно проверить работу HOSVD



СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!

ВОПРОСЫ?