

Построение карты связности функциональных групп в задаче декодирования сигналов головного мозга

Вареник Н., Панченко С., Стрижов В.

Москва 2022

Аннотация

Решается задача построения модели анализа активности головного мозга, учитывающей пространственную структуру сигнала. Данные об активности мозга представлены в виде многомерных временных рядов, считываемых электродами, расположенными на голове испытуемого одним из универсальных стандартов размещения. Из-за отсутствия регулярного определения окрестности на сферической поверхности мозга классические сверточные нейронные сети не могут быть эффективно применены для учета пространственной информации. Предлагается использовать графовое представление сигнала, что выявляет более сложные взаимосвязи различных областей активности в пространстве и провести нейробиологическую интерпретацию функциональных связей мозга. Исследуются различные методы построения матрицы связности, определяющей графовую структуру для ее последующего использования графовой моделью. Для определения матрицы связности рассматриваются детерминированные методы оценки линейной связи между временными рядами на основе корреляции, спектрального анализа, авторегрессионного подхода и нелинейный метод синхронизации фаз. В качестве модели для решения задачи декодирования предлагается использовать композицию графовой свертки для агрегации пространственной информации и рекуррентного блока для обработки временной последовательности.

Ключевые слова: *пространственная структура, многомерные временные ряды, ЭЭГ, графовое представление сигнала, графовая свертка, спектральная когерентность, частично направленная когерентность, синхронизация фаз, распознавание эмоций.*

1 Введение

Данная работа посвящена анализу пространственной структуры сигналов активности головного мозга для решения задач декодирования и направлена на сравнение различных методов ее построения.

Декодирование сигналов головного мозга для оценки намерения играет важную роль в такой области нейроинформатики и медицины, как построение нейрокомпьютерного интерфейса (BCI), который представляет собой систему по взаимодействию мозга и компьютера. Данная технология улавливает активность мозга и преобразовывает ее в команды [1]. Она управляет протезами, экзоскелетами и коммуникационными устройствами с целью оказания помощи людям с ограниченными возможностями [2] и различными формами инвалидности, а также используется в реабилитационных [3] и диагностических целях [4]. Эффективность интерфейсов мозг – компьютер зависит от трех вещей: 1) удобные, безопасные, качественные устройства для считывания сигналов, способные бесперебойно работать в любой среде; 2) механизмы нейрокомпьютерного взаимодействия должны быть проверены экспериментально в реальных условиях на людях с тяжелыми формами физической и ментальной недостаточности; 3) система BCI должна быть максимально надежной для ее жизнеспособности и удобства, чтобы обеспечить естественность поведенческих функций.

Для BCI используются инвазивные и неинвазивные методы получения нейронной активности мозга. Наиболее точными являются инвазивные методы, обеспечивающие высокое качество записи и пространственно – временное разрешение, однако установка датчиков для считывания требует хирургического вмешательства. Таковыми сигналами являются электрокортикограммы (ECoG) и микроэлектродные матрицы (ME), представляющие собой пластинки для считывания, устанавливаемые непосредственно под скальп. Самыми распространенными являются неинвазивные методы, такие как электроэнцефалограмма (EEG или ЭЭГ), измеряющая колебания напряжения, спровоцированного электрическим током в нейронах мозга, магнитоэнцефалограмма (MEG), измеряющая магнитные поля, производящиеся электрическим током, проходящим по аксонам и функциональная магнитно-резонансная томограмма (fMRI), измеряющая уровень кислорода в крови определенной области мозга. В данном исследовании в качестве задачи декодирования рассматривается классификация сигналов ЭЭГ для анализа эмоциональных состояний человека. Анализ эмоций повышает качество общения человека с компьютером. Кроме того, анализ эмоций играет важную роль в здравоохранении для понимания поведенческих и когнитивных функций пациентов [5]. Устройство для считывания сигнала представляет собой набор датчиков – электродов, расположенных на поверхности кожи головы по одной из общепринятых систем размещения. Запись ЭЭГ сигналов является наиболее доступным, быстрым, портативным и менее сложным в настройке методом считывания мозговой активности.

Мозг представляет собой динамическую систему, в которой информация постоянно обрабатывается и передается в другие взаимосвязанные регионы. Группы активности составляют сложную сеть с иерархической пространственной и функциональной организацией [6], которую необходимо изучить. Сверточные нейронные сети (CNN) часто используются в качестве модели извлечения пространственной информации многомерных временных рядов мозговой активности для разработки более надежных нейрокомпьютерных интерфейсов. CNN по построению применимы к

данным, структурированным в виде упорядоченной регулярной сетки, как изображения, где пиксели равноудалены от своих соседей. Предположение отсутствия сложной функциональной нейронной связности электродов приводит к ограниченной производительности и худшей интерпретации функциональных структур. Применение CNN к данным ЭЭГ имеет три распространенные вариации: 1) использование 2D свертки на каждом ЭЭГ испытании в виде псевдо – картинки $\mathbb{R}^{E \times T}$ [7], где E — число электродов, T — число отсчетов времени. Такой способ размещения электродов по одной оси матрицы игнорирует их размещение на сферической поверхности головы; 2) использование 1D свертки только по временной оси [8], электроды считаются независимыми, такой способ ввиду локальности свертки является менее надежным для извлечения долговременных зависимостей; 3) использование 2D свертки на двумерной сетке [9], составленной из электродов, разложенных на плоскости и выровненных по длине за счет нулей, что требует ручной настройки пространственной структуры. Из-за отсутствия регулярного определения окрестности классические CNN не могут быть непосредственно применены для учета пространственной информации со сферической поверхности мозга.

Для эффективного учета пространственной структуры ЭЭГ сигнала предлагается использовать графовое представление, где вершины это электроды со значениями сигнала в конкретный момент времени, а ребра задаются матрицей смежности, построение которой исследуется в этой работе. Такое представление обладает следующими свойствами:

- 1) является гибким пространственным представлением набора электродов без необходимости их ручного упорядочивания и выравнивания,
- 2) удобно для исследования функциональной связи между различными участками электродов,
- 3) обеспечивает нейробиологическую интерпретацию связей областей мозга,
- 4) даёт возможность применить подход к отбору эффективного набора электродов для снижения вычислительных затрат и проектирования портативных гарнитур снятия сигналов.

В качестве методов построения матрицы связности предлагается рассмотреть помимо базовых методов на основе евклидова расстояния, корреляции Пирсона, спектральной когерентности еще два метода: частично направленная когерентность, основанная на концепции причинности по Грейнджеру [10] и нелинейный метод синхронизации фаз с использованием преобразования Гильберта [11].

После построения графовой структуры сигнала ЭЭГ применяются графовые сверточные сети (GCN) [13] для обнаружения и моделирования внутренней связи различных участков головного мозга. В частности, в работе рассматривается спектральная графовая свертка с локализованным в пространстве ядром с помощью аппроксимации полиномами Чебышева 1-го рода. В качестве модели для решения задачи декодирования предлагается использовать композицию графовой свертки и рекуррентного блока с долгой кратковременной памятью, не подвергающегося затуханию градиента при обработке длинных последовательностей.

Целью работы является построение нейроинтерфейса, учитывающего пространственную структуру сигнала. Предполагается, что использование информации о рас-

пространении и передаче сигнала между функциональными группами на поверхности головного мозга улучшит качество решения задачи декодирования. Для достижения этой цели поставлены следующие задачи:

- 1) изучить различные методы оценки связи электродов для построения графовой структуры сигнала,
- 2) предложить модель решения задачи декодирования, эффективно учитывающую пространственные и временные зависимости,
- 3) сравнить качество модели, использующей разные методы построения карты связности электродов,
- 4) провести нейробиологическую интерпретацию полученной структуры связи различных участков мозга,
- 5) исследовать возможную применимость графового представления сигнала.

Применение рассматриваемых методов построения графового представления сигнала позволяет учитывать пространственную информацию сигналов. Использование графового представления является более обоснованным ввиду нерегулярной структуры физической и функциональной связи различных частей мозга.

Модели, использующие пространственную информацию сигнала, улучшают качество решения задачи декодирования. Анализ графового представления сигнала дает возможности для проведения нейробиологической интерпретации, определения эффективного набора электродов, а также применим для построения локальных моделей, составления пространственного признакового описания и полезен в исследовании распространения сигнала по поверхности мозга через построение его непрерывного представления и моделирования процесса диффузии на графе [15].

[TODO: добавить абзац с альтернативными методами]

2 Постановка задачи декодирования

2.1 Построение карты связности функциональных групп

Исходный сигнал ЭЭГ задан в виде матрицы

$$\underline{\mathbf{X}} = [\mathbf{X}_m]_{m=1}^M, \quad \mathbf{X}_m \in \mathbb{R}^{E \times N}$$

, где N соответствует числу отсчетов времени при измерении сигнала, а E — число электродов, считываемых сигнал, M — число испытаний. Также дана матрица координат электродов $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{E \times 3}$, определяемая выбранным при снятии электроэнцефалограммы стандартом размещения. В текущей работе предлагается рассмотреть сигнал ЭЭГ в виде ненаправленного динамического графа

$$\mathcal{G}(m, t) = \left(\mathcal{V}(m, t), \mathcal{E}(m, t), \mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t) \right)$$

для извлечения нерегулярных пространственных и функциональных взаимосвязей между электродами. В качестве множества вершин графа $\mathcal{V}(m, t)$ рассматриваются электроды, значения сигнала на которых в момент времени t в испытании m являются значениями вершин. Множество ребер $\mathcal{E}(m, t)$ графа задается матрицей связности вершин $\mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t)$. Задачей работы является исследование различных методов построения матрицы связности $\mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t)$ вершин $\mathcal{V}(m, t)$, где

$$\mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t) = [a_{ij}(m, t)]_{i,j=1}^{E,E}$$

есть симметричная действительная матрица, в которой $a_{ij}(m, t) \geq 0$ — вес ребра между вершинами i и j .

Требуется найти функцию:

$$\mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t) : M \times T' \rightarrow \mathbb{R}_+^{E \times E}, \quad T' \subseteq T, \quad T = \{t_n\}_{n=1}^N. \quad (2.1)$$

[TODO: Пояснить роль функции A?]

2.2 Декодирование сигналов головного мозга

Дана выборка $\mathfrak{D} = (\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{Z}}, \mathbf{y})$ активности головного мозга, где [TODO: заменить иллюстрацией]

$$\begin{aligned}
\underline{\mathbf{X}} &= [\mathbf{X}_m]_{m=1}^M \text{ — набор сигналов,} \\
\mathbf{X}_m &= [\mathbf{x}_t]_{t \in T} \text{ — сигнал, полученный в } m\text{-ом испытании,} \\
\mathbf{x}_t &\in \mathbb{R}^E \text{ — наблюдения сигнала в момент времени } t, \\
\underline{\mathbf{Z}} &= [\mathbf{z}_k]_{k=1}^E, \mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^3 \text{ — координаты электродов,} \\
\mathbf{y} &= [y_m]_{m=1}^M \text{ — целевая переменная,} \\
y_m &\in \{1, \dots, C\} \text{ — метка класса,} \\
T &= \{t_n\}_{n=1}^N \text{ — набор временных отсчетов,} \\
E &= 62 \text{ — число электродов,} \\
N &\text{ — число наблюдений в одном отрезке сигнала.}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Для устойчивости решения на матрицу связности накладывается штраф за плотность:

$$\underline{\mathbf{A}}_{\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{Z}}}^* = \arg \min_{\underline{\mathbf{A}}_{\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{Z}}}} \left| \|\underline{\mathbf{A}}_{\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{Z}}}\|_1 - p \right|, \tag{2.3}$$

где p соответствует степени разреженности связей и подбирается из априорных предположений.

Для решения задачи декодирования рассматривается модель из класса графовых рекуррентных нейронных сетей:

$$h_{\theta} : (\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{A}}_{\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{Z}}}^*) \rightarrow \mathbf{y}. \tag{2.4}$$

В качестве функции ошибки выбрана кросс – энтропия:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= -\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[\sum_{c=1}^C \mathbb{1}(y_m = c) \log(p_m^c) \right], \text{ где} \\
p_m^c &= h_{\theta}(\mathbf{X}_m, \underline{\mathbf{A}}_{\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{Z}}}^*(m)) \text{ — вероятность класса } c \\
&\text{для } \mathbf{X}_m \text{ с матрицей } \underline{\mathbf{A}}_{\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{Z}}}^*(m).
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Задача поиска оптимальных параметров имеет следующий вид:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \mathcal{L}(\theta, \underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{A}}_{\underline{\mathbf{X}}, \underline{\mathbf{Z}}}^*). \tag{2.6}$$

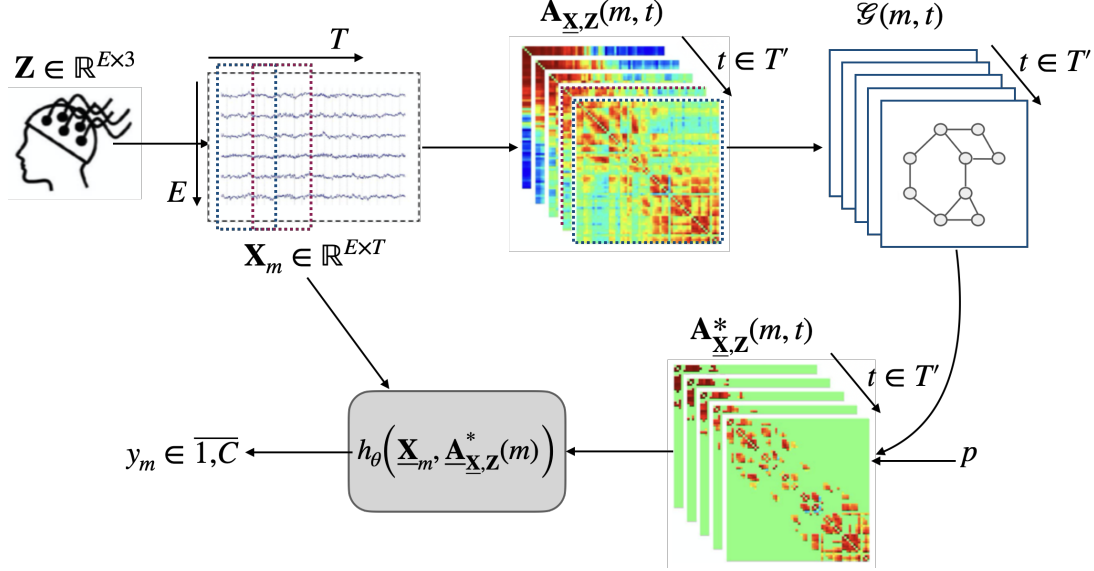


Рис. 1: Построение и использование графовой структуры сигнала

3 Оценка матрицы связности

Матрица связности задает топологическую структуру ЭЭГ сигнала и является необходимым элементом для обучения графово – рекуррентной модели. В этом разделе описываются методы построения матрицы через оценку взаимосвязи компонент многомерного временного ряда, представляющего сигнал ЭЭГ. Рассматриваются различные методы оценки линейной и нелинейной связи. Помимо базовых методов, таких как евклидово или геодезическое расстояние, линейная корреляция Пирсона и спектральная когерентность предлагается дополнительно рассмотреть метод частично направленной когерентности, выявляющий причинно – следственные связи и метод синхронизации фаз для обнаружения возможных нелинейных связей.

3.1 Евклидово расстояние и линейная корреляция

Евклидово расстояние: ввиду постоянства координат размещения электродов во времени и отсутствия зависимости от испытания положим $d_{ij}(m, t) = d_{ij}$, где

$$d_{ij} = \|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\|_2^2, \quad i, j \text{ — номера электродов.}$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}}^*(m, t) = [a_{ij}] \in \mathbb{R}_+^{E \times E}, \quad a_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, & \text{если } d_{ij} \leq \rho(p) \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3.1)$$

Линейная корреляция Пирсона: обозначим $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{mi}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{x}_{mj}$ строки матрицы \mathbf{X}_m , соответствующие сигналам в отрезке времени $[t_n - T_w, t_n]$ в m -ом испытании для i

и j электрода, коэффициент корреляции задается следующим образом:

$$\tilde{r}_{ij}(m, t_n) = \frac{\sum_{k=t_n-T_w}^{t_n} (x_k - \bar{\mathbf{x}})(y_k - \bar{\mathbf{y}})}{\sqrt{s_{\mathbf{x}}^2 s_{\mathbf{y}}^2}}, \text{ где } x_k = (\mathbf{x})_k, y_k = (\mathbf{y})_k,$$

$\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, s_{\mathbf{x}}^2, s_{\mathbf{y}}^2$ — выборочное среднее и дисперсия сигналов на i и j электроде соответственно. Итого

$$\tilde{r}_{ij}(m, t_n) = \frac{\sum_{k=t_n-T_w}^{t_n} (x_k - \bar{\mathbf{x}})(y_k - \bar{\mathbf{y}})}{\sqrt{\sum_{k=t_n-T_w}^{t_n} (x_k - \bar{\mathbf{x}})^2 \sum_{k=t_n-T_w}^{t_n} (y_k - \bar{\mathbf{y}})^2}} \text{ и} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{x}, \mathbf{z}}^*(m, t) = [a_{ij}(m, t)] \in \mathbb{R}_+^{E \times E}, \quad a_{ij}(m, t) = \begin{cases} r_{ij}(m, t), & \text{если } r_{ij}(m, t) \geq \rho(p) \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $r_{ij}(m, t) = |\tilde{r}_{ij}(m, t)|$.

3.2 Спектральная когерентность

Обозначим $x(t)$ и $y(t)$ непрерывные процессы реализации которых в отрезке времени $[t_n - T_w, t_n]$ заданы векторами \mathbf{x} и \mathbf{y} , где $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{mi}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{x}_{mj}$ строки матрицы \mathbf{X}_m , соответствующие сигналам в m -ом испытании для i и j электрода.

Спектральная когерентность (magnitude squared coherence) [16] между двумя сигналами определяется как:

$$\gamma_{ij}(m, t_n, f) = \frac{|S_{xy}(t_n, f)|^2}{S_{xx}(t_n, f) S_{yy}(t_n, f)}, \quad (3.3)$$

где по теореме Винера – Хинчина [TODO: добавить ссылку на теорему] спектральная функция плотности есть преобразование Фурье соответствующей корреляционной функции.

Авто – спектральная функция плотности:

$$S_{xx}(t_n, f) = \int_{(t_n-T_w)}^{t_n} \left(1 - \frac{\tau}{T_w}\right) R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau. \quad (3.4)$$

Кросс – спектральная функция плотности:

$$S_{xy}(t_n, f) = \int_{(t_n-T_w)}^{t_n} \left(1 - \frac{\tau}{T_w}\right) R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau. \quad (3.5)$$

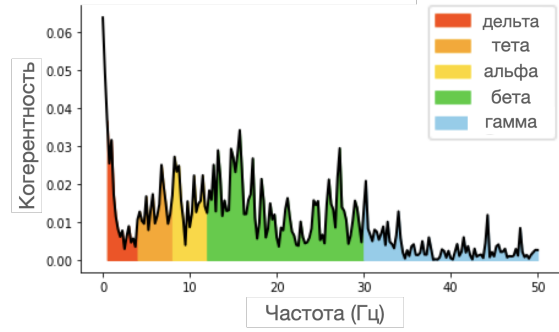


Рис. 2: Частотные полосы.

Функция корреляции:

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{T_w} \int_{(t_n - T_w)}^{t_n} x(t) \overline{y(t - \tau)} dt, \text{ где } \overline{x(t)} \text{ — комплексное сопряжение,} \quad (3.6)$$

τ — корреляционное запаздывание.

Рассмотрим частотную полосу $[f_1, f_2]$:

$$\gamma_{ij}(m, t_n) = \int_{f_1}^{f_2} \gamma_{ij}(m, t_n, f) df, \quad (3.7)$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{x}, \mathbf{z}}^*(m, t) = [a_{ij}(m, t)] \in \mathbb{R}_+^{E \times E}, \quad a_{ij}(m, t) = \begin{cases} \gamma_{ij}(m, t), & \text{если } \gamma_{ij}(m, t) \geq \rho(p) \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

3.3 Частично направленная когерентность

Преимущество данного подхода оценки линейной связи заключается в способности выявлять информацию о причинах и следствиях между временными рядами. Концепция причинности по Грейнджеру основана на идее адекватности, согласно которой причины предшествуют своим последствиям во времени. В линейной структуре причинность по Грейнджеру оценивается путем подбора векторных авторегрессионных моделей.

Обозначим $\mathbf{x}_m(t) = [x_{m1}(t), \dots, x_{mE}(t)]^\top$ набор одновременно наблюдаемых временных рядов в отрезке времени $[t_n - T_w, t_n]$ в m -ом испытании.

Рассмотрим векторную регрессионную модель порядка q :

$$\mathbf{x}_m(t) = \sum_{k=1}^q \mathbf{W}_k \mathbf{x}_m(t - k) + \mathbf{b}(t), \text{ где}$$

матрица авторегрессионных коэффициентов лага k :

$$\mathbf{W}_k = \begin{bmatrix} w_{11}(k) & \dots & w_{1E}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{E1}(k) & \dots & w_{EE}(k) \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

вектор сдвига с нулевым средним и матрицей ковариации $\mathbf{\Sigma}_b$:

$$\mathbf{b}(t) = [b_1(t) \quad \dots \quad b_E(t)]^\top.$$

Коэффициенты $w_{ij}(k)$ отображают эффект влияния $x_{mj}(t - k)$ на $x_{mi}(t)$.

Строится преобразование Фурье матрицы коэффициентов:

$$\mathbf{W}(f) = \sum_{k=1}^q \mathbf{W}_k e^{-i2\pi f k}, \text{ где } f \text{ — частота.} \quad (3.9)$$

Частично направленная когерентность (partial directed coherence) [17] соответствует интенсивности информационного потока из электрода j в электрод i по ча-

стоте f и определяется как:

$$\pi_{j \rightarrow i}(m, t_n, f) = \frac{\frac{1}{\sigma_i} |\overline{\mathbf{W}}_{ij}(f)|}{\sqrt{\sum_{k=1}^q \frac{1}{\sigma_k^2} \overline{\mathbf{W}}_{kj}(f) \overline{\mathbf{W}}_{kj}^H(f)}}, \quad (3.10)$$

где $\overline{\mathbf{W}}(f) = \mathbf{I} - \mathbf{W}(f)$, σ_i^2 — дисперсия $b_i(t)$, H — эрмитово сопряжение. Рассмотрим частотную полосу $[f_1, f_2]$:

$$\pi_{ij}(m, t_n) = \frac{1}{2} \left(\int_{f_1}^{f_2} \pi_{i \rightarrow j}(m, t_n, f) + \int_{f_1}^{f_2} \pi_{j \rightarrow i}(m, t_n, f) \right), \quad (3.11)$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{x}, \mathbf{z}}^*(m, t) = [a_{ij}(m, t)] \in \mathbb{R}_+^{E \times E}, \quad a_{ij}(m, t) = \begin{cases} \pi_{ij}(m, t), & \text{если } \pi_{ij}(m, t) \geq \rho(p) \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

3.4 Синхронизация фаз сигналов

Фазовая синхронизация представляет собой подход к анализу возможных нелинейных взаимозависимостей и фокусируется на фазах сигналов. Предполагается, что две динамические системы могут иметь синхронизацию фаз, даже если их амплитуды независимы. Обозначим $x(t)$, $y(t)$ динамические системы, соответствующие наблюдениям сигнала, \mathbf{x}_{mi} и \mathbf{x}_{mj} в отрезке времени $[t_n - T_w, t_n]$ в m -ом испытании. Синхронизация фаз понимается как:

$$|\phi_x(t) - \phi_y(t)| = \text{const}. \quad (3.12)$$

Для оценки фазы вычисляется аналитическое представление сигнала с использованием преобразования Гильберта:

$$H(t) = x(t) + i\tilde{x}(t), \quad \text{где}$$

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} v.p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt' \quad \text{— преобразование Гильберта сигнала } x(t), \quad (3.13)$$

$v.p.$ — главное значение интеграла по Коши.

Фаза аналитического сигнала определяется как:

$$\phi(t) = \arctan \left(\frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \right). \quad (3.14)$$

Таким образом, для двух сигналов $x(t)$, $y(t)$ равной продолжительности T_w с фазами $\phi_x(t)$, $\phi_y(t)$ значение синхронизации фаз (phase locking value) [18] задается уравнением:

$$p_{ij}(m, t_n) = \left| \frac{1}{T_w} \sum_{k=1}^{T_w} \exp \left(s(\phi_x(k\Delta t) - \phi_y(k\Delta t)) \right) \right|, \quad \text{где} \quad (3.15)$$

Δt — шаг по времени, $s = \sqrt{-1}$.

Итого,

$$\mathbf{A}_{\underline{\mathbf{x}}, \mathbf{z}}^*(m, t) = [a_{ij}(m, t)] \in \mathbb{R}_+^{E \times E}, \quad a_{ij}(m, t) = \begin{cases} p_{ij}(m, t), & \text{если } p_{ij}(m, t) \geq \rho(p) \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3.16)$$

4 Построение модели декодирования

Для простоты обозначений здесь и далее опустим номер испытания m и обозначим в момент времени t :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(m, t) &= \mathcal{G}_t, \quad \mathcal{V}(m, t) = \mathcal{V}_t, \quad \mathcal{E}(m, t) = \mathcal{E}_t, \\ \mathbf{A}_{\underline{\mathbf{x}}, \mathbf{z}}^*(m, t) &= \mathbf{A}_t^*, \\ \mathbf{x}_{mt} &= \mathbf{x}_t. \end{aligned}$$

4.1 Графовая рекуррентная модель

Графовый блок. Обозначим $\mathcal{G}_t = (\mathcal{V}_t, \mathcal{E}_t, \mathbf{A}_t^*)$ — динамический граф (рис. 1), где $\mathcal{V}_t = \{1, \dots, E\}$ — вершины, $\mathcal{E}_t \subseteq E \times E$ — ребра, \mathbf{A}_t^* — матрица, задающая веса ребер в момент времени t . Обозначим $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D}$ — графовый сигнал в момент времени t , D — размерность признакового пространства. Для извлечения пространственной информации предлагается рассмотреть графовую свертку [12], задаваемую из спектрального разложения Лапласиана и графового преобразования Фурье.

По теореме о свертках сигнал $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D}$ сворачивается с ядром $g_\eta(\Lambda_t^*) = \text{diag}(\boldsymbol{\eta})$, $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^E$ — вектор Фурье коэффициентов по формуле:

$$g_\eta *_{\mathcal{G}_t} \mathbf{x}_t = g_\eta(\mathbf{L}_t^*) \mathbf{x}_t = g_\eta(\mathbf{U}_t^* \Lambda_t^* \mathbf{U}_t^{*\top}) \mathbf{x}_t = \mathbf{U}_t^* g_\eta(\Lambda_t^*) \mathbf{U}_t^{*\top} \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D}, \quad (4.1)$$

где $\mathbf{U}_t^* \in \mathbb{R}^{E \times E}$ — матрица собственных векторов, $\Lambda_t^* \in \mathbb{R}^{E \times E}$ — диагональная матрица собственных значений Лапласиана $\mathbf{L}_t^* = \mathbf{I} - \mathbf{D}_t^{*-1/2} \mathbf{A}_t^* \mathbf{D}_t^{*-1/2} \in \mathbb{R}^{E \times E}$. Где \mathbf{A}_t^* — матрица связности, \mathbf{D}_t^* — диагональная матрица степеней вершин.

Недостатком такой свертки является отсутствие у ядра свойства локализованности в пространстве. Данная проблема решается через аппроксимацию ядра полиномами:

$$g_\eta(\Lambda_t^*) = \sum_{k=0}^{K-1} \eta_k \Lambda_t^{*k}, \quad (4.2)$$

где $\eta_k \in \mathbb{R}$ — коэффициенты разложения по полиномам.

Локализованность ядра в пространстве достигается за счет свертки с дельта-функцией Кронекера.

Рассмотрим ядро с центром в вершине i . Его значение в вершине j определяется как:

$$(g_\eta(\mathbf{L}_t^*) \delta_i)_j = (g_\eta(\mathbf{L}_t^*))_{i,j} = \sum_{k=0}^{K-1} \eta_k (\mathbf{L}_t^{*k})_{i,j}, \quad \delta_i \in \mathbb{R}^E. \quad (4.3)$$

Из [14] имеем:

$$d_{\mathcal{G}_t}(i, j) > K \Rightarrow (\mathbf{L}_t^{*K})_{i,j} = 0, \quad (4.4)$$

$d_{\mathcal{G}_t}(i, j)$ — кратчайший путь из вершины i в вершину j .

Время вычисления свертки остается большим, так как операция умножения на \mathbf{U}_t^* имеет квадратичную сложность по отношению к числу вершин графа, а спектральное разложение имеет кубическую сложность по отношению к числу вершин. Решить эту проблему можно аппроксимируя полиномами Чебышева порядка $K - 1$:

$$g_{\boldsymbol{\eta}}(\mathbf{\Lambda}_t^*) = \sum_{k=0}^{K-1} \eta_k T_k(\tilde{\mathbf{\Lambda}}_t^*), \quad (4.5)$$

где $\eta_k \in \mathbb{R}$ — коэффициенты разложения, $T_k(\tilde{\mathbf{\Lambda}}_t)$ — полином Чебышева 1-го рода в точке $\tilde{\mathbf{\Lambda}}_t = 2\mathbf{\Lambda}_t/\Lambda_t^{max} - \mathbf{I}$ — диагональная матрица отнормированных собственных значений, лежащих в $[-1, 1]$.

Полиномы Чебышева обладают рекуррентным вычислением. Таким образом, можно уйти от вычисления собственных векторов Лапласиана \mathbf{L}_t^* :

$$\begin{aligned} \text{GConv}(\mathbf{x}_t) &= g_{\boldsymbol{\eta}} *_{\mathcal{G}_t} \mathbf{x}_t = g_{\boldsymbol{\eta}}(\mathbf{L}_t^*)\mathbf{x}_t = \mathbf{U}_t^* \left(\sum_{k=0}^{K-1} \eta_k T_k(\tilde{\mathbf{\Lambda}}_t^*) \right) \mathbf{U}_t^T \mathbf{x}_t = \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} \eta_k T_k(\tilde{\mathbf{L}}_t^*)\mathbf{x}_t, \quad \tilde{\mathbf{L}}_t^* = 2\mathbf{L}_t^*/\Lambda_t^{max} - \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Используя рекуррентное соотношение $T_k(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x}T_{k-1}(\mathbf{x}) - T_{k-2}(\mathbf{x})$ с $T_0 = \mathbf{1}$ и $T_1 = \mathbf{x}$ вычислительная сложность полученной свертки составит линейное время относительно количества ребер.

Рекуррентный блок. Рассмотрим класс рекуррентных нейронных сетей с долгой кратковременной памятью [19], не подвергающийся затуханию градиента. В момент времени t даны $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D}$ — матрица наблюдаемых переменных, $\mathbf{h}_{t-1} \in \mathbb{R}^{E \times H}$ — скрытое состояние ячейки, $\mathbf{c}_{t-1} \in \mathbb{R}^{E \times H}$ — состояние памяти. Обновление скрытого состояния задается следующим набором уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_t &= \sigma(\mathbf{W}_i \mathbf{x}_t + \mathbf{V}_i \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_i \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_i), \\ \mathbf{f}_t &= \sigma(\mathbf{W}_f \mathbf{x}_t + \mathbf{V}_f \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_f \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_f), \\ \mathbf{c}_t &= \mathbf{f}_t \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{i}_t \odot \tanh(\mathbf{W}_c \mathbf{x}_t + \mathbf{V}_c \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_c), \\ \mathbf{o}_t &= \sigma(\mathbf{W}_o \mathbf{x}_t + \mathbf{V}_o \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_o \odot \mathbf{c}_t + \mathbf{b}_o), \\ \mathbf{h}_t &= \mathbf{o}_t \odot \tanh(\mathbf{c}_t). \end{aligned} \quad (4.7)$$

где \odot — произведение Адамара, σ — сигмоидная функция. Фильтр $\mathbf{i}_t \in \mathbb{R}^{E \times H}$ соответствует степени потока новых данных в ячейку памяти, $\mathbf{f}_t \in \mathbb{R}^{E \times H}$ определяет степень забывания старой информации, $\mathbf{o}_t \in \mathbb{R}^{E \times H}$ задает поток информации из ячейки памяти на выход.

Модель GCN LSTM. Предлагается рассмотреть композицию графовой свертки для агрегации пространственной информации и рекуррентного блока для обработки временных зависимостей:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_t^{\text{GCN}} &= \text{GConv}(\mathbf{x}_t), \\
\mathbf{i}_t &= \sigma(\mathbf{W}_i \mathbf{x}_t^{\text{GCN}} + \mathbf{V}_i \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_i \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_i), \\
\mathbf{f}_t &= \sigma(\mathbf{W}_f \mathbf{x}_t^{\text{GCN}} + \mathbf{V}_f \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_f \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_f), \\
\mathbf{c}_t &= \mathbf{f}_t \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{i}_t \odot \tanh(\mathbf{W}_c \mathbf{x}_t^{\text{GCN}} + \mathbf{V}_c \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_c), \\
\mathbf{o}_t &= \sigma(\mathbf{W}_o \mathbf{x}_t^{\text{GCN}} + \mathbf{V}_o \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_o \odot \mathbf{c}_t + \mathbf{b}_o), \\
\mathbf{h}_t &= \mathbf{o}_t \odot \tanh(\mathbf{c}_t).
\end{aligned} \tag{4.8}$$

где $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D}$ — наблюдаемый сигнал динамической системы в момент времени t , организация которой задается графом \mathcal{G}_t , а $\mathbf{h}_{t-1}, \mathbf{c}_{t-1} \in \mathbb{R}^{E \times H}$ — скрытое состояние и состояние ячейки памяти в момент времени $t - 1$.

Признаковое описание. В качестве признаков для модели используется дифференциальная энтропия выделенных диапазонов ритмов головного мозга: дельта (1 – 3Гц), тета (4 – 7Гц), альфа (8 – 13Гц), бета (14 – 30Гц), гамма (31 – 50Гц):

$$\begin{aligned}
\text{DE}(Y) &= - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}} \log \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right) dy, \\
Y &\in \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \text{ — временной ряд.}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Таким образом в момент времени t графовый сигнал, задающий значения наблюдаемой мозговой активности на вершинах имеет размерность $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{62 \times 5}$, где 62 — число электродов, считывающих сигнал, 5 — число рассматриваемых мозговых ритмов.

4.2 Модель на основе анализа сингулярного спектра

Рассмотрим временной ряд $\mathbf{y} = \mathbf{x}_{mi} \in \mathbb{R}^N$, соответствующий сигналу на i -ом электроде в испытании m (i -я строка матрицы \mathbf{X}_m). Поставим ему в соответствие траекторную матрицу:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & y_2 & \dots & y_{N-L} \\ y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_{N-L+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{L-1} & y_L & y_{L+1} & \dots & y_{N-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{L-1 \times N-L+1}, \tag{4.10}$$

где $2 \leq L \leq N/2$ — длина окна.

Такое соответствие взаимно однозначное, так как усреднение соответствующих антидиагоналей приводит к получению значений исходного ряда.

Применим к матрице \mathbf{Y} SVD – разложение:

$$\mathbf{Y} = \underset{L \times L}{\mathbf{U}} \cdot \underset{L \times N-L+1}{\Sigma} \cdot \underset{N-L+1 \times N-L+1}{\mathbf{V}^T}$$

Траекторная матрица раскладывается в сумму элементарных матриц:

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^\top = \sum_{i=1}^r \mathbf{Y}_i, \text{ где } r \leq L \text{ — ранг траекторной матрицы.} \quad (4.11)$$

Аппроксимация траекторной матрицы получается суммированием элементарных компонент, соответствующих r' наибольшим значениям сингулярных чисел:

$$\mathbf{Y}' = \sum_{i=1}^{r'} \sigma'_i \mathbf{u}'_i \mathbf{v}'_i{}^\top = \sum_{i=1}^{r'} \mathbf{Y}'_i, \text{ где } r' \leq r. \quad (4.12)$$

Признаковое описание. Для каждой из $i \in \overline{1, r'}$ элементарных компонент временного ряда, полученных усреднением антидиагоналей соответствующих элементарных матриц \mathbf{Y}'_i рассматриваются характеристики, приведенные в таблице 1.

Таблица 1: Извлекаемые характеристики элементарных компонент

Среднее	$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$
Среднеквадратическое значение	$r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2$
Стандартное отклонение	$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2$
Абсолютная энергия	$e = \sum_{i=1}^N y_i^2$
Среднее разностей	$d_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^N y_{i+1} - y_i$
Среднее абсолютных разностей	$d_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^N y_{i+1} - y_i $
Среднее центрального приближения 2-й производной	$h = \frac{1}{2(n-2)} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i)$
Скошенность	$s = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{(n-2)} \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^3}{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2 \right)^{3/2}}$
Крутизна	$k = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^4}{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2 \right)^2} - 3$
Минимальное значение, Максимальное значение, Медиана, Энтропия	—

Модель. Логистическая регрессия на составленном признаковом описании с L1 – регуляризацией ввиду высокоразмерности полученного признакового описания.

5 Эксперимент по выявлению связности сигналов

Гипотеза. Учет пространственной и функциональной структуры сигнала повышает качество решения задачи декодирования аффективных состояний человека.

Цели эксперимента.

- 1) Построить матрицы связей электродов исследуемыми методами.
- 2) Оценить качество работы предложенной пространственно – временной модели на основе полученных оценок матрицы.
- 3) Рассмотреть применение к определению эффективного набора электродов, провести интерпретацию.

5.1 Данные аффективных состояний

Рассматривается набор данных [20] для анализа аффективных состояний человека. Всего участвовало 15 человек. Испытуемые соответствовали необходимым требованиям по здоровью и состоянию, подписали согласие и были ознакомлены с протоколом эксперимента. В качестве визуальных стимулов были выбраны видеофрагменты из 6 сюжетов. Критерии отбора видеофрагментов следующие: а) продолжительность всего эксперимента не должна быть слишком большой, чтобы испытуемые не утомлялись; б) видео должны быть поняты без объяснений; в) видео должны вызывать одну определенную целевую эмоцию. Продолжительность каждого фрагмента составляла примерно 4 минуты. Видео подвергались редактированию, чтобы создать последовательные впечатления, вызывающие и максимизирующие эмоциональные значения. Проводилось 3 эксперимента по 15 попыток. Порядок демонстрации был устроен так, что два видеофрагмента, нацеленных на одну и ту же эмоцию, не показывались друг за другом. Для получения обратной связи участникам предлагалось сообщать о пережитых эмоциях в опросном листе.

Таблица 2: Классы эмоций

№	Метка класса	Сюжет видеофрагмента
1	Негативный	Назад в 1942
2	Негативный	Землетрясение в Тань – Шане
3	Позитивный	Флиртующий ученый
4	Позитивный	Потерянный в Таиланде
5	Позитивный	Просто очередной ящик Пандоры
6	Нейтральный	Всемирное наследие в Китае

EEG сигнал измерялся 62 электродами, расположенными по системе 10 – 20 с частотой дискретизации 1 кГц. Для устранения шумов и выбросов применялся полосовой фильтр с диапазоном 0.3 – 50 Гц и производилось понижение частоты дискретизации до 200 Гц.

5.2 Оценка матрицы связности

Ввиду склонности модели декодирования к переобучению при использовании различных матриц связности для разных испытаний и испытуемых производилась агрегация матриц. Базовым вариантом агрегации является усреднение с последующим определением значимых связей. Еще одним интересным вариантом является покласовое усреднение матриц. После которого производится извлечение значимых связей и осуществляется их объединение для получения единой матрицы для всех классов. В описываемом эксперименте использовался первый вариант агрегации.

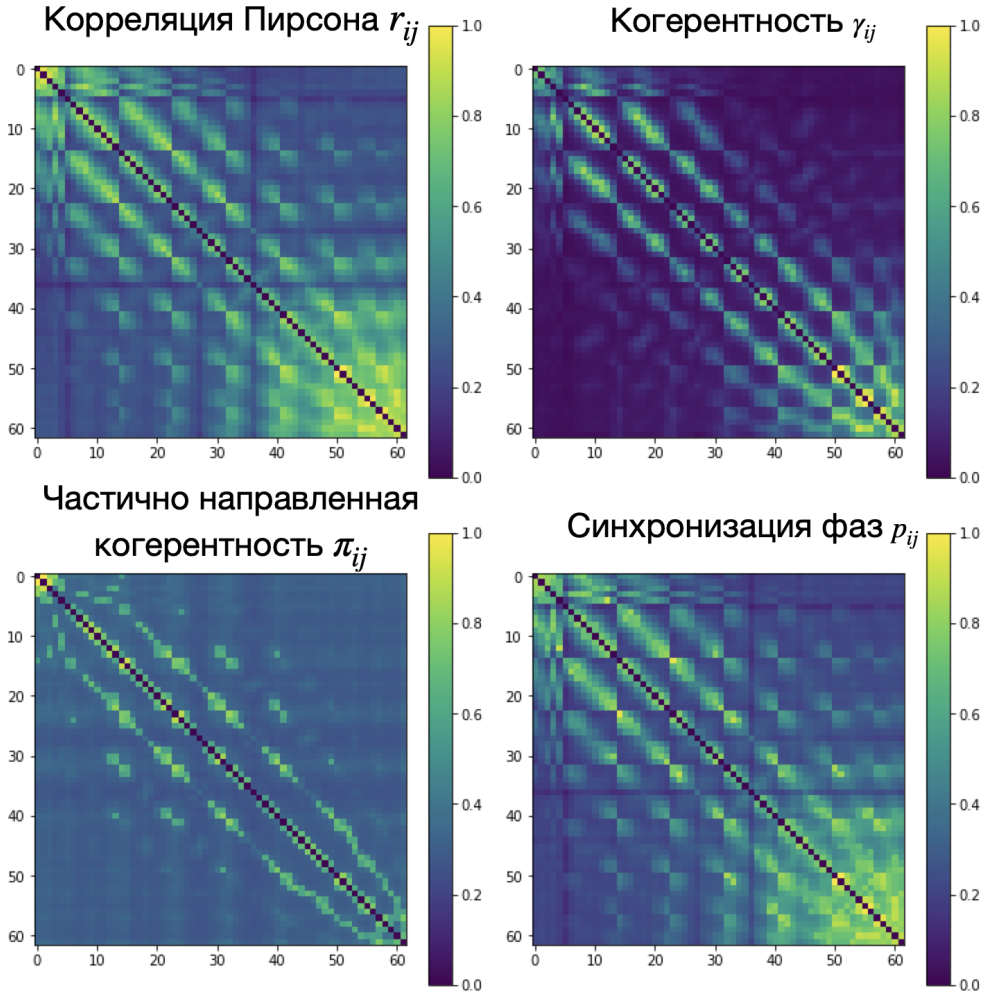


Рис. 3: Сравнение различных методов оценки матрицы

Полученные оценки связи электродов обладают согласованностью, просматривается общая выделенная структура. Наблюдается схожесть оценки методом синхронизации фаз с корреляцией Пирсона, что связано скорее всего с отсутствием значительных нелинейных зависимостей в данных.

5.3 Результаты декодирования сигналов

Графовая рекуррентная модель:

Таблица 3: Сравнение LSTM и GCN LSTM

Модель	Точность	Потери
LSTM	0.869 ± 0.010	0.268 ± 0.014
GCN LSTM: d_{ij}	0.894 ± 0.013	0.220 ± 0.012
GCN LSTM: r_{ij}	0.914 ± 0.011	0.183 ± 0.009
GCN LSTM: γ_{ij}	0.898 ± 0.010	0.214 ± 0.013
GCN LSTM: π_{ij}	0.898 ± 0.007	0.213 ± 0.012
GCN LSTM: p_{ij}	0.925 ± 0.008	0.173 ± 0.014

Результаты декодирования сигналов показывают обоснованность использования пространственной структуры для более точного прогноза. Получен прирост LSTM с добавлением графовой свертки, по сравнению с ее отсутствием. Среди разных оценок матриц лучше всего работают метод синхронизации фаз и коэффициент линейной корреляции. Полученное качество согласуется с построенными оценками матрицы связности.

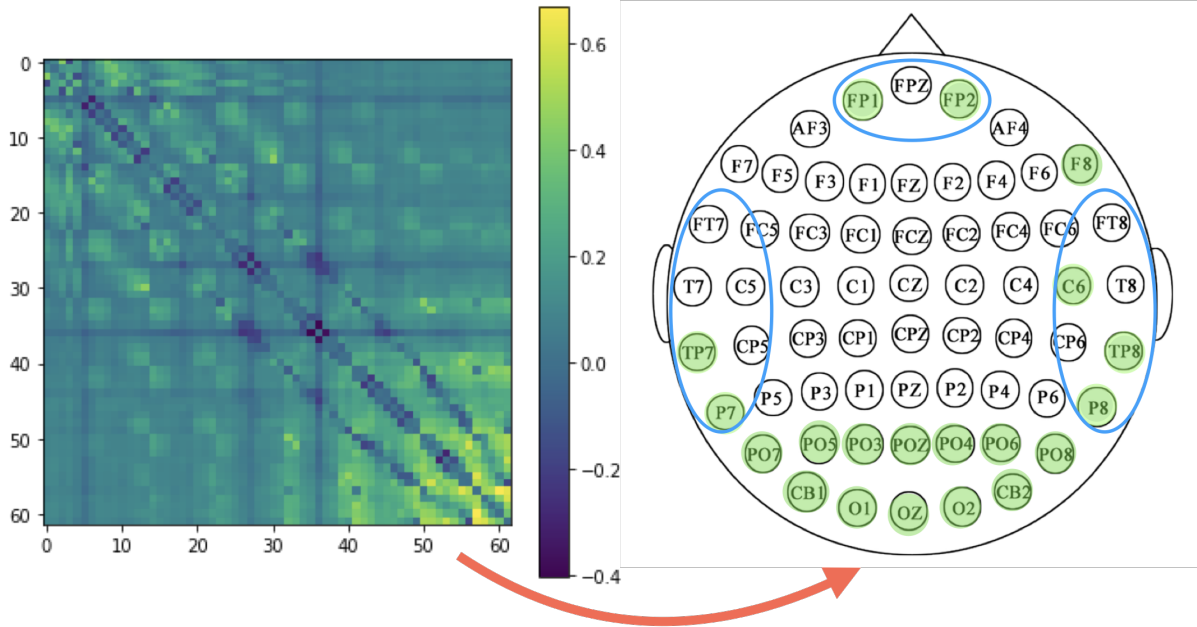


Рис. 4: Разница наилучшей матрицы связности, соответствующие электроды и целевая область.

Выше продемонстрирована иллюстрация разности матрицы синхронизации фаз с базовой матрицей евклидова расстояния и отмечена группа электродов, взаимодействие которых получилось наиболее выраженным. Синим выделена область ответственная за эмоциональные состояния. Выделенная нижняя область соответствует зрительной коре головного мозга, что связано с использованием в эксперименте визуальных стимулов.

Модель на основе сингулярного спектра:

Для проверки целесообразности использования пространственной информации рассматривалась альтернативная модель на основе анализа сингулярного спектра. В качестве входных данных для такой модели использовались два варианта: исходные

временные ряды и временные ряды после применения графовой свертки, полученной в предыдущей части.

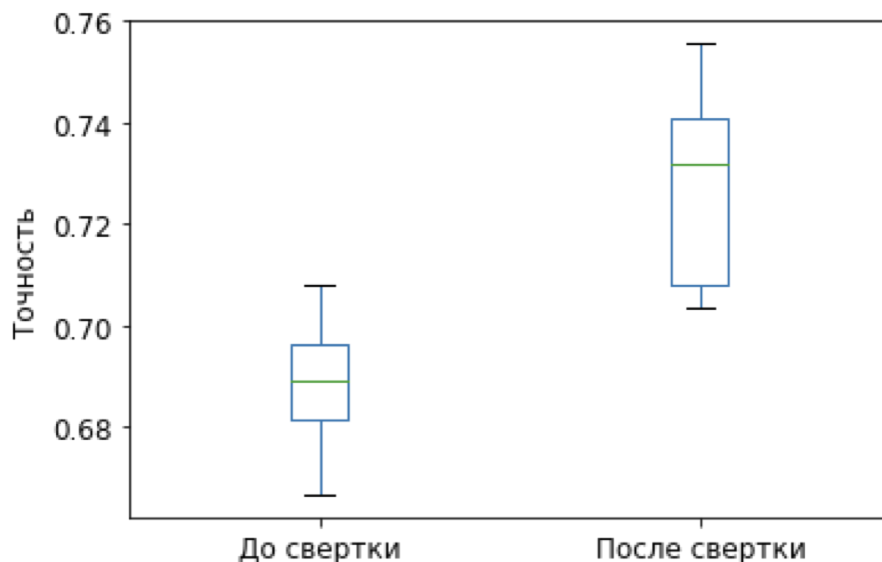


Рис. 5: Качество модели на исходном сигнале и сигнале после применения свертки

Нейробиологическая интерпретация.

На рис. 6 приведена иллюстрация матрицы синхронизации фаз в частотно-эмоциональном разрезе по пяти ритмам дельта, тета, альфа, бета, гамма. Круги и электроды вдоль них расположены так, чтобы верхняя часть приблизительно соответствовала передней части головы, нижняя — задней. Для нейтрального класса заметно скопление взаимосвязей во фронтальной части в дельта диапазоне, а для негативного класса в теменной и затылочной части, что согласуется с [21]. В альфа диапазоне, соответствующем расслабленному состоянию для позитивного класса наблюдается синхронизация в лобовой части, что также описано в [22]. Особенно интересны бета и гамма ритмы, которые отвечают за активное бодрствование, повышенное внимание и выполнение задач. Стоит отметить более заметное выделение боковых и теменных связей для нейтрального и негативного класса, а для положительного класса отличителен лобовой участок взаимосвязей [23, 24].

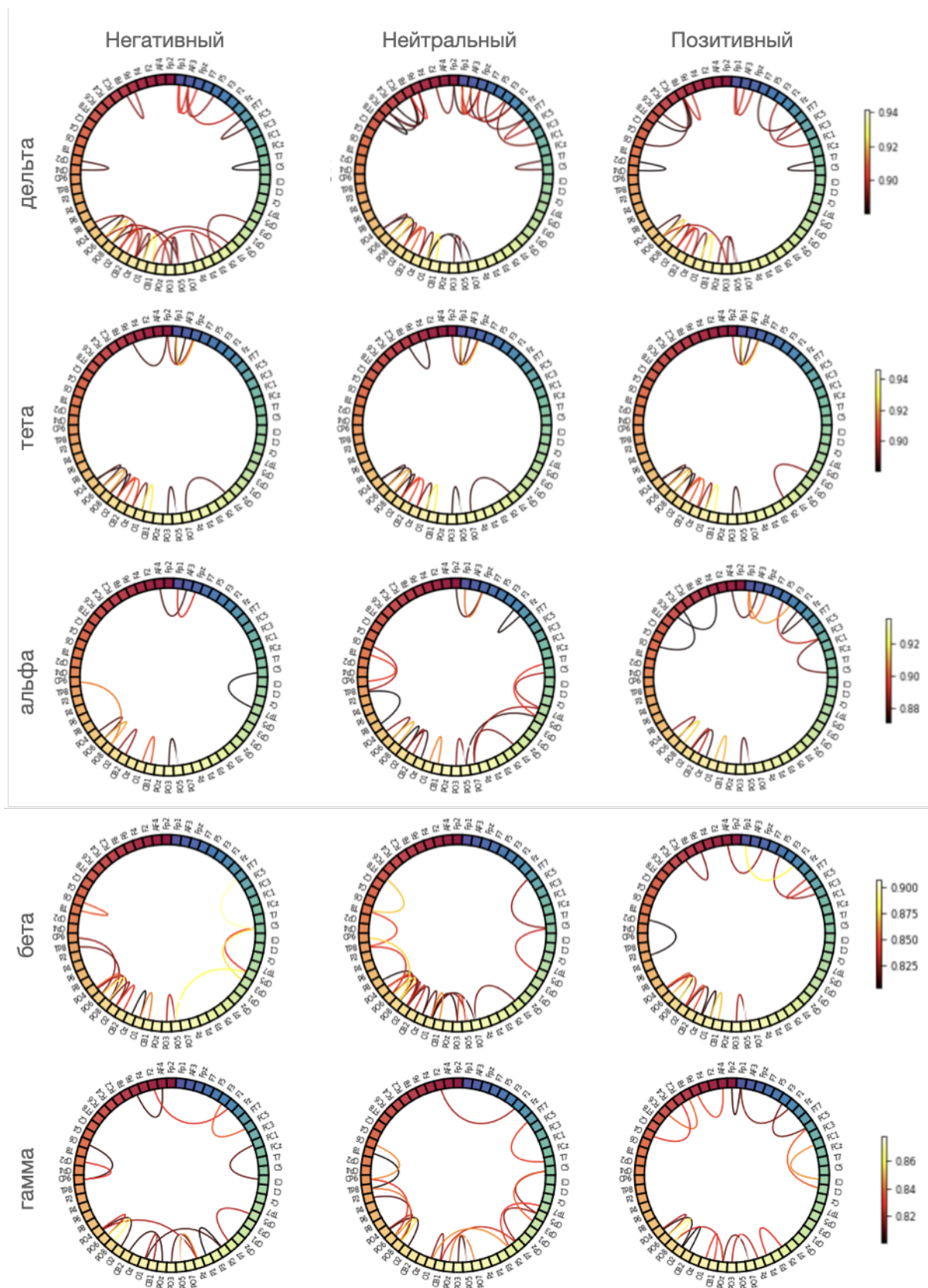


Рис. 6: Различие структуры связей для матрицы синхронизации фаз.

Применение к исключению электродов.

В этой части предлагается рассмотреть применение графового представления сигнала к отбору эффективного набора электродов для возможности снижения вычислительных затрат и проектирования более портативных систем считывания активности мозга. На рис. 7 продемонстрировано качество модели при занулении соответствующего числа электродов. Электроды отбрасывались по критерию наименьшей степени, которая соответствует количеству связанных электродов с рассматриваемым. Для подсчета степеней использовалась матрица, полученная методом синхронизации фаз. На рисунке видна избыточность исходного набора электродов, можно сделать вывод о возможности исключения $\sim 25\%$ электродов при небольшой потере в качестве декодирования.

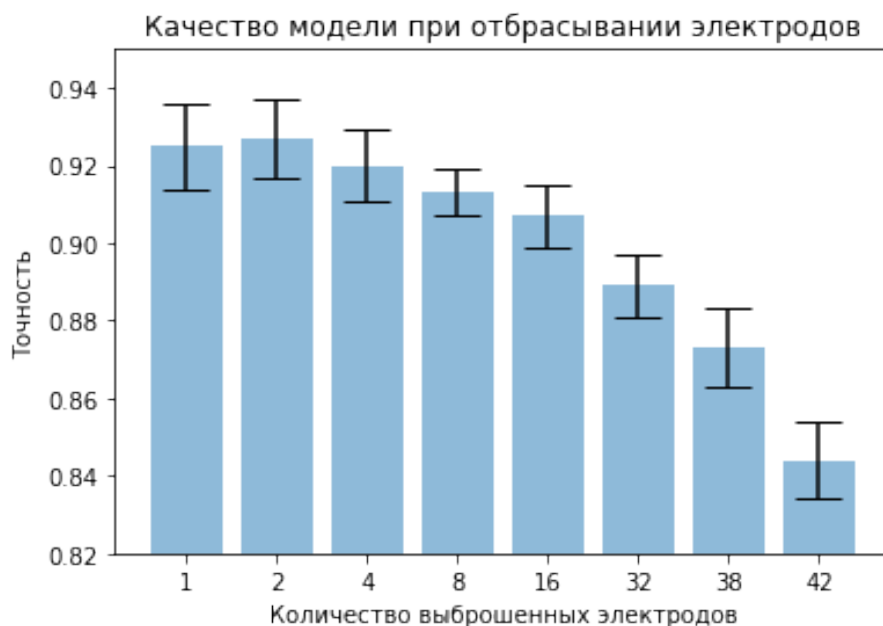


Рис. 7: Способность к декодированию при уменьшении набора электродов.

6 Заключение

В данной работе исследовалось графовое представление сигналов ЭЭГ для учета пространственной и функциональной взаимосвязи различных участков головного мозга, использование которого более обоснованно ввиду нерегулярной пространственной структуры сигналов. В ходе исследования было проведено сравнение и анализ различных методов построения карты связности. Для выявления локальных пространственно – временных зависимостей предложено построение динамической графовой структуры. Сравнивались базовые методы оценки карты связности с линейным методом частично направленной когерентности, основанным на причинно – следственной связи и нелинейным методом синхронизации фаз, обладающим свойством выявлять связь в условии независимости амплитуд. Для решения задачи декодирования предложена графово – рекуррентная модель. В качестве альтернативы рассматривалась модель на основе анализа сингулярного спектра. В ходе вычислительного эксперимента показана целесообразность использования информации о пространственной и функциональной структуре сигнала для улучшения решения задачи декодирования. Помимо этого, для метода синхронизации фаз проведена нейробиологическая интерпретация, которая согласуется с альтернативными работами по оценке областей мозга, ответственных за эмоциональные состояния. Было рассмотрено применение полученной графовой структуры для определения эффективного набора электродов, считывающих сигналы. В результате чего установлена избыточность изначального набора и возможность уменьшения их количества на $\sim 25\%$, что способствует проектированию более портативных устройств для записи и уменьшению вычислительных затрат при обработке.

Список основных обозначений

$\underline{\mathbf{X}} = [\mathbf{X}_m]_{m=1}^M$ — исходный сигнал ЭЭГ, состоящий из M испытаний;

$\mathbf{X}_m \in \mathbb{R}^{E \times N}$ — наблюдения сигнала на E электродах в m -ом испытании;

$\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{E \times 3}$ — матрица координат электродов;

$\mathcal{G}(m, t) = (\mathcal{V}(m, t), \mathcal{E}(m, t), \mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t))$ — динамический граф мозга;

$\mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}(m, t) = [a_{ij}(m, t)]_{i,j=1}^{E,E}$ — матрица связности электродов в момент времени t для испытания m ;

$\mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}^*(m, t) = \mathbf{A}_t^*$ — матрица связности со степенью разреженности p ;

$h_{\theta} : (\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{A}_{\underline{\mathbf{X}}, \mathbf{Z}}^*) \rightarrow \mathbf{y}$ — модель декодирования;

$d_{ij}(m, t) = d_{ij}$ — евклидово расстояние между i и j электродом;

$r_{ij}(m, t)$ — абсолютный коэффициент корреляции сигналов на i и j электроде в отрезке $[t - T_w, t]$ в m -ом испытании;

$\gamma_{ij}(m, t)$ — спектральная когерентность (msc);

$\pi_{ij}(m, t)$ — частично направленная когерентность (pdc);

$p_{ij}(m, t)$ — значение синхронизации фаз (plv);

$\mathbf{L}_t^* = \mathbf{I} - \mathbf{D}_t^{*-1/2} \mathbf{A}_t^* \mathbf{D}_t^{*-1/2}$ — матрица Лапласа в момент времени t ;

\mathbf{D}_t^* — матрица степеней вершин;

$g_{\eta}(\mathbf{L}_t^*)$ — ядро графовой свертки;

$\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{N-L+1 \times N-L+1}$ — траекторная матрица ряда $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$, L — длина окна;

Список литературы

- [1] McFarland D. J., Wolpaw J. R. Brain-computer interfaces for communication and control //Communications of the ACM. – 2011. – Т. 54. – №. 5. – С. 60-66.
- [2] Chaudhary U., Mrachacz-Kersting N., Birbaumer N. Neuropsychological and neurophysiological aspects of brain-computer-interface (BCI) control in paralysis //The Journal of physiology. – 2021. – Т. 599. – №. 9. – С. 2351-2359.
- [3] Collinger J. L. et al. High-performance neuroprosthetic control by an individual with tetraplegia //The Lancet. – 2013. – Т. 381. – №. 9866. – С. 557-564.
- [4] Gemein L. A. W. et al. Machine-learning-based diagnostics of EEG pathology //NeuroImage. – 2020. – Т. 220. – С. 117021.
- [5] Ali M. et al. EEG-based emotion recognition approach for e-healthcare applications //2016 eighth international conference on ubiquitous and future networks (ICUFN). – IEEE, 2016. – С. 946-950.
- [6] Power J. D. et al. Functional network organization of the human brain //Neuron. – 2011. – Т. 72. – №. 4. – С. 665-678.
- [7] Gao Z. et al. EEG-based spatio-temporal convolutional neural network for driver fatigue evaluation //IEEE transactions on neural networks and learning systems. – 2019. – Т. 30. – №. 9. – С. 2755-2763.
- [8] Mattioli F., Porcaro C., Baldassarre G. A 1D CNN for high accuracy classification and transfer learning in motor imagery EEG-based brain-computer interface //Journal of Neural Engineering. – 2022. – Т. 18. – №. 6. – С. 066053.
- [9] Zhang D. et al. Cascade and parallel convolutional recurrent neural networks on EEG-based intention recognition for brain computer interface //Proceedings of the aaai conference on artificial intelligence. – 2018. – Т. 32. – №. 1.
- [10] Stokes P. A., Purdon P. L. A study of problems encountered in Granger causality analysis from a neuroscience perspective //Proceedings of the national academy of sciences. – 2017. – Т. 114. – №. 34. – С. E7063-E7072.
- [11] Klingspor M. Hilbert transform: Mathematical theory and applications to signal processing. – 2015.
- [12] Defferrard M., Bresson X., Vandergheynst P. Convolutional neural networks on graphs with fast localized spectral filtering //Advances in neural information processing systems. – 2016. – Т. 29.
- [13] Wu Z. et al. A comprehensive survey on graph neural networks //IEEE transactions on neural networks and learning systems. – 2020. – Т. 32. – №. 1. – С. 4-24.
- [14] Hammond D. K., Vandergheynst P., Gribonval R. Wavelets on graphs via spectral graph theory //Applied and Computational Harmonic Analysis. – 2011. – Т. 30. – №. 2. – С. 129-150.

- [15] Chamberlain B. et al. Graph: Graph neural diffusion //International Conference on Machine Learning. – PMLR, 2021. – C. 1407-1418.
- [16] Santos Filho S. A. et al. Magnitude squared of coherence to detect imaginary movement //EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. – 2009. – T. 2009. – C. 1-12.
- [17] Baccalá L. A., Sameshima K. Partial directed coherence //Methods in brain connectivity inference through multivariate time series analysis. – 2014. – T. 1. – C. 0.
- [18] Aydore S., Pantazis D., Leahy R. M. A note on the phase locking value and its properties //Neuroimage. – 2013. – T. 74. – C. 231-244.
- [19] Sundermeyer M., Schlüter R., Ney H. LSTM neural networks for language modeling //Thirteenth annual conference of the international speech communication association. – 2012.
- [20] Duan R. N., Zhu J. Y., Lu B. L. Differential entropy feature for EEG-based emotion classification //2013 6th International IEEE/EMBS Conference on Neural Engineering (NER). – IEEE, 2013. – C. 81-84.
- [21] Zheng W. L., Zhu J. Y., Lu B. L. Identifying stable patterns over time for emotion recognition from EEG //IEEE Transactions on Affective Computing. – 2017. – T. 10. – №. 3. – C. 417-429.
- [22] Lee Y. Y., Hsieh S. Classifying different emotional states by means of EEG-based functional connectivity patterns //PloS one. – 2014. – T. 9. – №. 4. – C. e95415.
- [23] Saarimäki H. et al. Discrete neural signatures of basic emotions //Cerebral cortex. – 2016. – T. 26. – №. 6. – C. 2563-2573.
- [24] Zheng W. L., Lu B. L. Investigating critical frequency bands and channels for EEG-based emotion recognition with deep neural networks //IEEE Transactions on Autonomous Mental Development. – 2015. – T. 7. – №. 3. – C. 162-175.