

Модели согласования скрытого пространства в задаче корреляционного анализа

Роберт Сафиуллин

Москва, 2023

Исследуемая проблема

Рассматривается система, описываемая аттракторами в нескольких фазовых пространствах. Строятся частные модели, аппроксимирующие измерения состояния системы в каждом пространстве. Строится согласующая мультимодель. Уточняются параметры частных моделей.

Задача

$X_{dim} = \{x_i\}_{i=1}^N$ - заданные временные ряды, $Y = \{y_i\}_{i=1}^N$ - метки устройства

Проводится классификация временных рядов по полученным с них признаковым описаниям

Риманова геометрия для снижения размерности исходного признакового описания (RFS)

Для набора ковариационных матриц фрагментов временных рядов $\{C_i\}_{i=1}^N$, $C_i = \frac{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T}{\text{size}(\mathbf{x}_i)}$ рассчитывается риманово среднее \mathbf{C}

$$\mathbf{C} = \arg \min_{\mathbf{C}} \sum_i d_R(\mathbf{C}, \mathbf{C}_i)^2$$

С помощью него набор ковариационных матриц переводится в касательное (в точке \mathbf{C}) пространство:

$$\{\mathbf{S}_i = \mathbf{C}^{1/2} \log(\mathbf{C}^{-1/2} \mathbf{C}_i \mathbf{C}^{-1/2}) \mathbf{C}^{1/2}\}_{i=1}^N$$

Классификация с помощью признаков:

$$\text{vec}(\mathbf{S}) = [\mathbf{S}_{1,1}; \sqrt{\mathbf{S}_{1,2}}; \mathbf{S}_{2,2}; \sqrt{2}\mathbf{S}_{1,3}; \sqrt{2}\mathbf{S}_{1,3}; \mathbf{S}_{3,3}]$$

QPFS

Метод выбора признаков, основанный на поиске вектора значимостей признаков \mathbf{z}

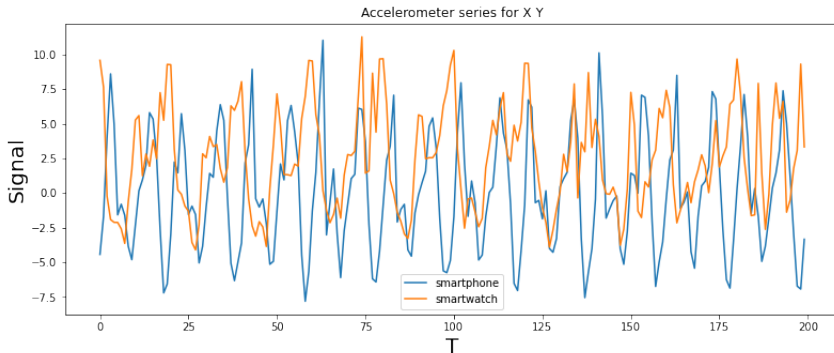
$$\underbrace{\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z}}_{\text{Sim}} - \alpha \cdot \underbrace{\mathbf{b}^T \mathbf{z}}_{\text{Rel}} \rightarrow \min_{\substack{\mathbf{z} \in R_+^n \\ \|\mathbf{z}\|_1 = 1}}$$

где $\mathbf{Q} \in R^{N \times N}$ - матрица коэффициентов попарного сходства между признаками, $\mathbf{b} \in R^N$ - вектор релевантности признака к целевой переменной

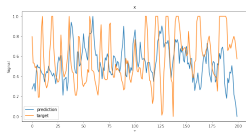
О существовании изометрической функции перехода между фазовыми пространствами одной динамической системы на римановых многообразиях

Пусть \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 - два римановых многообразия, представляющие фазовые пространства динамической системы, и пусть $\epsilon > 0$ - заданная точность аппроксимации. Мы предполагаем, что существует изометрическая функция перехода $\mathbf{T} : \mathbf{M}_1 \rightarrow \mathbf{M}_2$, такая что функция сохраняет риманову метрику и может быть аппроксимирована нейронной сетью с точностью ϵ , достигая взаимно однозначного преобразования между фазовыми пространствами.

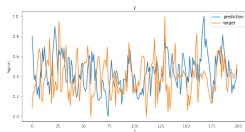
Данные: Smartphone and Smartwatch Activity and Biometrics Dataset



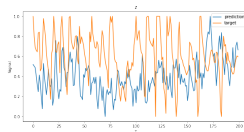
Вычислительный эксперимент



(a)



(b)



(c)

Рис.: Recs from Riemann subspace

Сделано

- Проведен анализ литературы, сформулирована и доказана теорема
- Выполнен численный эксперимент для проверки метода