

# Классификация временных рядов в пространстве модели с подходом NeuralODE

Сёмкин Кирилл

Московский физико-технический институт  
Кафедра интеллектуальных систем

*Научный руководитель:* д.ф.-м.н. Стрижов Вадим Викторович  
2024

# Проблематика работы

## Проблема

Необходим метод классификации временных рядов, порождаемых скрытыми динамическими системами. Классификация без учёта порождения данных может быть неустойчивой и некорректной.

## Цель

Ввести вероятностную постановку порождения временных рядов в связке с моделью *ОДУ*. Решить проблему ненаблюдаемости порождающих динамических систем. Сформулировать формальную задачу классификации и предложить способы решения.

## Решение

Использовать *NeuralODE* для аппроксимации динамических систем. Параметры системы могут быть фиксированными или порождаться *априорным* распределением. Классификацию осуществлять с помощью *байесовского тестирования гипотез* или строить классификатор в пространстве параметров дин. системы.

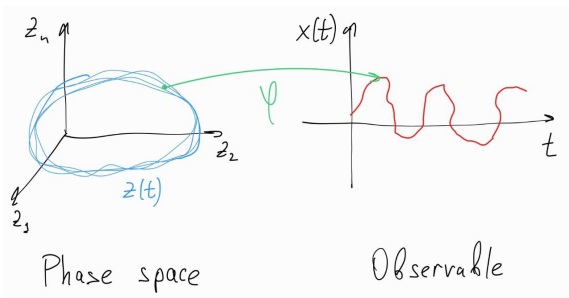
# Постановка задачи

Задана обучающая и тестовая выборка временных рядов для каждого класса. Количество классов  $K$ .

Пусть для каждого класса существует динамическая система  $\mathbf{f}_i$ , порождающая траектории  $\mathbf{z}(t)$  что

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{z}}{dt}(t) = \mathbf{f}_i(\mathbf{z}(t)), \\ \mathbf{z}(0) = \mathbf{0}. \end{cases}$$

Пусть существует функция наблюдений  $\phi: \phi(\mathbf{z}(t)) = x(t)$ .



# Восстановление и параметризация дин. системы

Наложив некоторые условия регулярности на  $\mathbf{f}_i$  и  $\phi$ , с помощью теоремы Такенса можем получить *вложение* исходных дин. систем в  $\mathbb{R}^m$ . Фазовыми траекториями будут *вектора задержки*  $\overleftarrow{\mathbf{x}}_t$

$$\mathbf{z}(t) = \overleftarrow{\mathbf{x}}_t := \begin{pmatrix} x(t-L+1) \\ \vdots \\ x(t-1) \\ x(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^m.$$

Предположим, что векторные поля  $\mathbf{f}_i$  лежат в известном параметрическом классе, т.е.  $\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{\Theta_i}$ . Наконец наложим на траектории независимый шум с нулевым средним и ограниченной дисперсией

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t) &\rightarrow \mathbf{z}(t) + \epsilon, \\ \text{s.t. } \mathbb{E}[\epsilon] &= 0, \mathbb{D}[\epsilon] < +\infty. \end{aligned}$$

# Полная модель порождения данных

Предлагаются три типа связи параметров  $\Theta_i$  с дин. системами  $\mathbf{f}_i$  в рамках класса:

- 1 Дин. система класса имеет фиксированные параметры  $\Theta_i = \text{const}$ .
- 2 Класс имеет *априорное* распределение на параметры  $\Theta_i \sim p_i(\Theta)$  (генеративная модель).

Добавив априорное распределение на классы  $C \sim \text{Cat}(C)$ , мы полностью определим вероятностную модель задачи.

- 3 Каждый параметр  $\Theta$  задаёт распределение на класс  $C \sim p(C|\Theta)$  (дискриминативная модель).

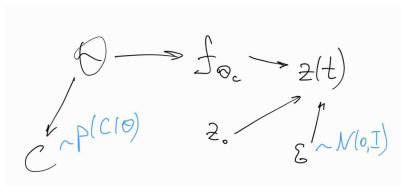
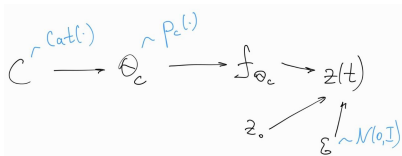


Рис.: Графические модели для 2 и 3 типов связи

# Алгоритмы классификации временных рядов

Для каждого типа связи:

- 1 На обучающей выборке получить ML оценки параметров класса  $\hat{\Theta}_i$ . Для тестовой траектории воспользоваться *байесовским решающим правилом*:

$$C_{\text{test}} = \arg \max_{C_i} p(C_i) p(\mathbf{z}_{\text{test}}(t) | \hat{\Theta}_i)$$

- 2 Байесовский вывод

$$p(C = C_i | \mathbf{z}_{\text{test}}(t), \mathbf{z}_{\text{train}}(t)) = \int p(C = C_i | \Theta, \mathbf{z}_{\text{test}}(t)) p_i(\Theta | \mathbf{z}_{\text{train}}(t)) d\Theta$$

- 3 По каждой обучающей траектории получить ML оценку порождающей дин.системы  $\hat{\Theta}$ . Далее, на полученных оценках обучить классификатор в пространстве параметров  $p(C | \Theta)$ . Для тестовой траектории снова получаем оценку  $\hat{\Theta}_{\text{test}}$ , пользуемся классификатором:

$$C_{\text{test}} = \arg \max_{C_i} p(C_i | \hat{\Theta}_{\text{test}})$$

## Постановка эксперимента

## Цель эксперимента

Восстановить фазовые траектории и скрытые дин. системы по обучающей выборке, сравнить качество классификации тремя предложенными методами + с моделями RNN, CNN. Оценить применимость предложенных методов.

## Данные

Акселерометрия движений человека для разных типов активностей (50 Гц, 6 классов), датасет MotionSense.

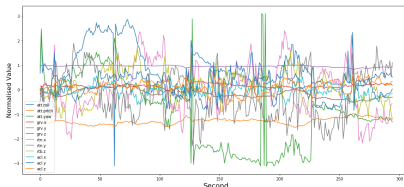
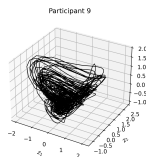
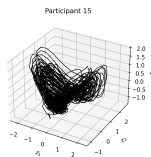
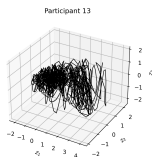
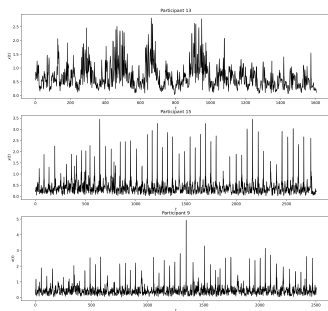


Рис.: Примеры временных рядов в MotionSense

# Фазовые траектории

Временные ряды активности "upstairs" и восстановленные фазовые траектории.





# Классификация в пространстве параметров

Классы активности "jog" и "stand". Для каждой траектории обучалась линейная модель. В пространстве параметров построен kNN-классификатор. Приведены метрики качества для каждого класса (тестовая выборка) и визуализация t-SNE обученных моделей.

Label	Accuracy
jog	0.4
std	0.7

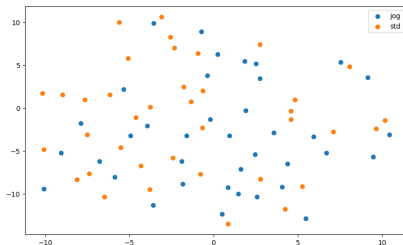
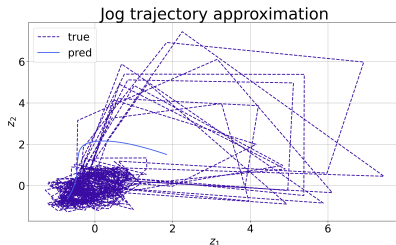
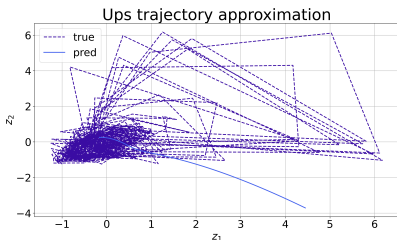


Рис.: t-SNE на параметрах обученных моделей. Perplexity = 15.

# Байесовское решающее правило

Классы активности "jog" и "upstairs" с равномерным априорным распределением. Траектории поделены на train/test. NN-модели обучены на train. Тестовая траектория классифицируется по наибольшему правдоподобию у обученной модели. Приведены метрики качества для каждого класса (тестовая выборка), примеры аппроксимации реальной траектории обученными моделями.

Label	Accuracy
jog	0.68
ups	0.32



# Выносятся на защиту

- ❶ Поставлена задача классификации временных рядов, порождённых скрытыми дин. системами
- ❷ Предложены три вероятностные модели порождения фазовых траекторий
- ❸ Для каждой модели предложен алгоритм классификации новых траекторий
- ❹ Поставлены первые вычислительные эксперименты по восстановлению параметров дин. систем и классификации

В ближайшее время будет сделано больше вычислительных экспериментов, также будет развита теория по байесовскому типу связи параметров дин. системы со своим классом.