

电场学.

三九. 真空中静电场

电荷. 守恒. 量子化, $e = 1.6 \times 10^{-19} C$. 相对论不变.

库伦定律 $F_{12} = -F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$

电场力叠加. $\vec{F}_1 = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{1i}$.

电场. $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r^3}$ 电场叠加.

$$dq = \rho dV, dq = \sigma dS, dq = \lambda dl.$$

电通量.

$$d\phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S} \cos\theta = \vec{E} \cdot d\vec{S},$$

$$\phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

高斯定理.

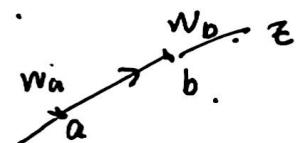
$$\phi_e = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i. \quad (\text{有源}).$$

—— 大事下.

电势能.

静电场环路(无旋)定理.

电场为保守场, $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.



$$A_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = w_a - w_b = -\Delta w,$$

$$w(x) = w(x_0, x) = \int_{x_0}^{x_0} \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

$$w_p = A_{p\infty} = \epsilon_0 \int_p^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

电势.

$$u_p = \frac{w_p}{\epsilon_0} = \int_p^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad u_{ab} = u_a - u_b.$$

$$A_{ab} = q_0 u_{ab}, \quad w_a = q_0 u_a.$$

电势叠加. $u_p = \sum_{i=1}^n u_{pi}$

连续: $\Rightarrow du = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad u = \int du$.

$$\Rightarrow u = \int_p^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

等势面.

电势梯度.

$$\vec{E} = -\nabla u.$$

十三、静电场中的导体和电介质

静电感应，静电平衡 \rightarrow 内部 $\vec{E} = \vec{0}$
 外部 $\vec{E} \perp S$.
 ✓ 等势体，等势面.
 内部无净电荷，电荷在表面， $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

分布规律： $\sigma \propto \text{曲率}$.

空腔：

- ① 腔内无电荷时，内表面无电荷，导体内部及空腔内 $E = 0$.
- ② 腔内有电荷时，可激发导体内外表面电荷，但腔内电荷位置不影响导体外表面电荷分布。（接地时，~~不~~）.

\Rightarrow 静电屏蔽.

$U = 0$. 结合电荷守恒).

电容

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{U_A - U_B}.$$

$$\text{孤立球 } C = 4\pi\epsilon_0 R.$$

$$E \rightarrow U \rightarrow C.$$

$$\text{串联: } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

$$\text{并联: } C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

电介质

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r}, \quad C = \epsilon_r C_0.$$

ϵ_r 相对介电常数.

极化. (无极:位移，有极:取向). \rightarrow 合场强！

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{\Delta V} \text{ 极化强度矢量}, \quad P = \chi_e \epsilon_0 E$$

χ_e 极化率.

$$\sigma' = P \cos \theta = \vec{P} \cdot \vec{e}_n.$$

$$\text{电介质中场强. } E = \frac{E_0}{1 + \chi_e} = \frac{E_0}{\epsilon_r}.$$

$$\epsilon_r = (1 + \chi_e) \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0. \quad \epsilon_0, \chi_e, \epsilon_r.$$

ϵ_r 介电常数.

电介质中 Gauss 定理.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i.$$

电位移

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \\ &= (1 + \chi_e) \epsilon_0 \vec{E} \\ &= \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \vec{E}. \end{aligned}$$

静电场的能 $\rightarrow W = \int U dq$

积分. 点电荷: $W = \frac{1}{2} q U$.

点电荷系统: $W = \frac{1}{2} \sum q_i U_i$.

电容器: $W = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} q U$.

电场能量

$$w_e = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} DE$$

$$W = \int_V w_e dV. \quad \text{求力: 逆功.}$$

十四、电流与磁场

电流。载流子。 $I = \frac{dq}{dt}$

电流密度。 $\vec{j} = \frac{dI}{dS_1}$. $I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$.

漂移运动。 v_d . 漂移速度。

$$\vec{j} = -ne\vec{v}_d.$$

稳恒电流。 $\oint \vec{j} d\vec{S} = 0$.

欧姆定律

$$I = \frac{U}{R}. \quad R = \rho \frac{l}{S}. \quad \gamma = \frac{1}{\rho}. \quad \rho_t = \rho_0(1+2T).$$

\hookrightarrow 电导率.

$$\text{微分形式: } \vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

电动势。

$$\mathcal{E} = \frac{A_k}{l}. \quad U = \vec{E} \cdot \vec{l} - Ir.$$

磁场。

磁感应强度 \vec{B} . $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$. 磁感应线。

毕奥-萨伐尔定律。

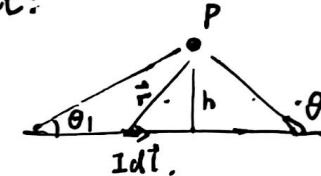
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\theta}{r^2}$$

$$\text{真空磁导率. } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2.$$

叠加原理。

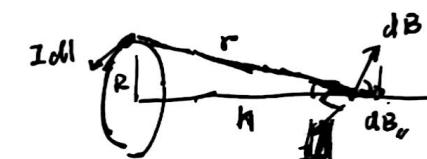
$$\vec{B} = \int d\vec{B}.$$

结论:



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{h} [\cos\theta_1 - \cos\theta_2],$$

$$\text{无限长: } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi h}.$$

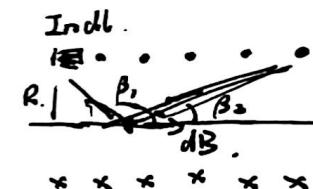


$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \frac{1}{r^3}.$$

$$\text{圆心处: } B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

$$\text{圆弧: } B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{\theta}{2\pi}.$$

磁矩 $\vec{P}_m = NIS \cdot \hat{e}_n$.



$$B = \frac{\mu_0}{2} nI [\cos\beta_2 - \cos\beta_1]$$

$$L \gg R \text{ 时 } B = \mu_0 n I.$$

运动电荷磁场。

$$\vec{B} = \mu_0 e \vec{v} \times \vec{E}. \quad \text{左手定则}$$

磁通量 $\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$. $\text{T}\cdot\text{m}^2, \text{Wb}$.

磁场高斯定理. $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$. 无源区 .

安培环路定理. $\int_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$. ((闭合载流导线)) 有旋.

磁场对电流的作用.

磁场中的磁通量.

安培力. $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$.

叉积! 次序.

$$\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}.$$

载流平面线圈磁矩.

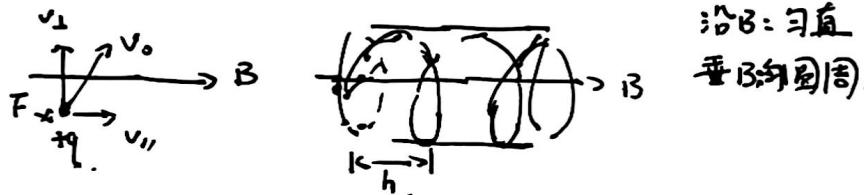
$$d\vec{M} = \vec{r} \times (I d\vec{l} \times \vec{B}).$$

均匀: $\vec{m} = \vec{p}_m \times \vec{B} = NBS \sin\theta$.

安培磁力做功.

$$dA = I d\phi.$$

带电粒子在磁场中的~~直线~~运动.

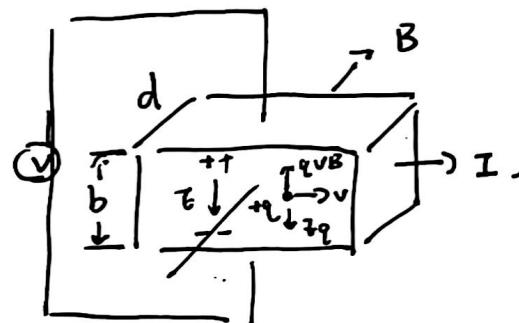


$$R = \frac{mv_0}{qB}, \quad T = \frac{2\pi m}{qB}, \quad h = \frac{2\pi m}{qB} v_{\perp}.$$

应用: 质谱仪. 回旋加速器. (同步). 磁聚焦.

求回旋半径 R_p .

霍尔效应.



$$qvB = Eq, \quad I = nqsv, \quad U = E \cdot b$$

$$\Rightarrow U = \frac{IB}{nqd} -$$

$$R_H = -\frac{1}{ne} \text{ 或 } R_H = \frac{1}{nq}.$$

→ 霍尔系数.

十五、磁场中的磁介质.

磁介质的分类.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'.$$

顺磁质. $\vec{B} > \vec{B}_0$

固有磁矩 \vec{P}_m . 外场作用正向,
附加磁矩 $\Delta \vec{P}_m$ 运动、反向.

$$\sum \vec{P}_m \gg \sum \Delta \vec{P}_m.$$

抗磁质. $\vec{B} < \vec{B}_0$

$$\sum \vec{P}_m = 0.$$

铁磁质. $\vec{B} \gg \vec{B}_0$.

$$\text{磁化强度 } \vec{m} = \frac{\sum \vec{P}_m}{dV}.$$

$$|\vec{m}| = j_m \quad \rightarrow \text{磁化电流密度.}$$

$$\oint_L \vec{m} \cdot d\vec{l} = \sum I_m.$$

磁场强度.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (\sum I_o + \sum I_m)$$

$$\Rightarrow \oint_L (\vec{B} - \vec{m}) \cdot d\vec{l} = \sum I_o.$$

$$\text{磁场强度 } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{m}.$$

有介质时的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_o.$$

有介质时的磁场高斯定理

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (\text{仍无源}).$$

$\vec{H}, \vec{B}, \vec{m}$ 关系.

$$\vec{m} = \chi_m \vec{H}. \quad \rightarrow \text{磁化率.}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}. \quad \begin{matrix} \vec{\mu}_{\text{相对}} \\ \rightarrow \end{matrix} \text{磁导率.}$$

铁磁质.

$$1. B > B_0, B' > B_0, \mu_r 10^2 \sim 10^3.$$

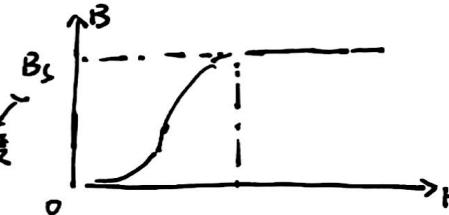
(磁畴).

2. μ_r 不是常量.

3. 外场停止作用后保留部分磁性.

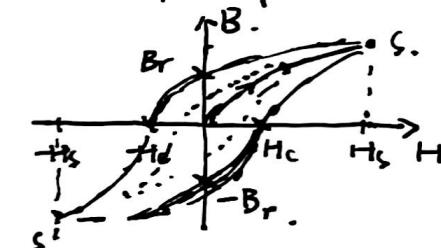
4. 退居里点 T_c . $\forall T > T_c$, 铁磁质为顺磁质.

起始磁化曲线



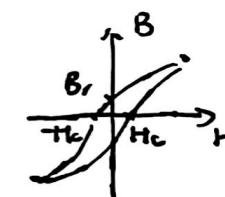
饱和磁感应强度

磁滞回线.



B_r : 剩磁.

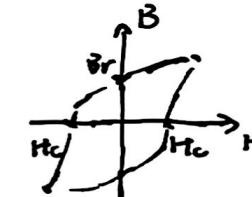
H_c : 磁致应力.



软磁材料.

H_c 小.

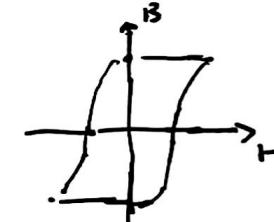
交变磁场



硬磁材料.

H_c 大, B_r 大

永磁铁.



矩形材料.

$B_r \approx B_s$.

信息储存.

十九. 电磁感应

电生磁：电流的磁效应。

磁生电：电磁感应。

法拉第电磁感应定律：

$$E_i = -\frac{d\phi}{dt} \quad (\text{负号即楞次定律})$$

$$E_i = -\frac{d\psi}{dt}, \quad \psi = \sum_i \phi_i, \text{全磁通。}$$

$$E_i = -N \frac{d\phi}{dt}$$

动生电动势。(切割磁感线运动)。

$$dE_i = (\vec{v} \times \vec{B}) dl, \quad \begin{array}{l} \text{铜棒平动} \\ \text{铜棒/盘转动} \end{array} \quad E_i = BLv \quad E_i = \frac{1}{2} BL\omega^2.$$

$$E_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) dl$$

也可用法拉第计算：与假想不切割磁感线的
假想导体组成回路。

感生电动势。(磁场变化) -

涡旋电场。

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

有旋无源电场。

$E \propto \frac{\partial B}{\partial t}$ 反向螺旋。

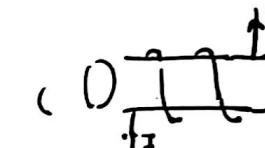


也可用法拉第计算：补径向直导线。

自感。

$$L = \frac{d\psi}{dI}, \quad \text{通常 } L = \frac{\psi}{I} \text{ 或 } \psi = LI.$$

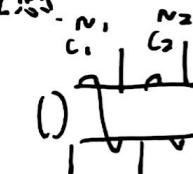
$$E_i = -L \frac{di}{dt}.$$



$$B = \mu_0 \frac{NI}{L}, \quad \psi = \frac{\mu_0 N^2}{L} SI,$$

$$d\psi = \frac{\mu_0 N^2}{L} dI, \quad E_i = \frac{d\psi}{dt} = -\frac{\mu_0 N^2 S}{L} \frac{dI}{dt}.$$

互感



$$\psi_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L} I_1 \pi r^2$$

$$E_{21} = -\frac{d\psi_{21}}{dt} = -\frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r^2}{L} \frac{dI_1}{dt}, \quad M_{21}.$$

$$M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\psi_{12}}{I_2}$$

$$M^2 = L_1 L_2.$$

$$-AS \quad M = \sqrt{L_1 L_2}. \quad \text{G 倍系数}$$

自感磁能。

$$W_m = \frac{1}{2} L I_0^2.$$

磁能密度

$$w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}.$$

$$W_m = \int w_m dV.$$