

电磁学.

3.9. 真空中静电场

电荷. 守恒. 量子化,  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ . 相对论不变.

库仑定律  $F_{12} = -F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$

电场力叠加.  $\vec{F}_1 = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{1i}$

电场.  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$  电场叠加.

$$dq = \rho dV. \quad dq = \sigma dS. \quad dq = \lambda dl.$$

电通量.

$$d\phi_e = E dS \cos\theta = \vec{E} \cdot d\vec{S},$$

$$\phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

高斯定理.

$$\phi_e^a = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i \quad (\text{有源}).$$

—— 大雾下.

电势能.

静电场环路 (无旋).

电场为保守场,  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ .

$$A_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = W_a - W_b = -\Delta W.$$

$$W(x) = W(x_0, x) = \int_x^{x_0} \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

$$W_p = A_{p\infty} = q_0 \int_p^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

电势.

$$U_p = \frac{W_p}{q_0} = \int_p^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

$$U_{ab} = U_a - U_b.$$

$$A_{ab} = q_0 U_{ab}. \quad W_a = q_0 U_a.$$

电势叠加.  $U_p = \sum_{i=1}^n U_{pi}$

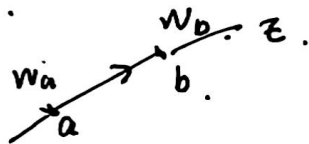
连续:  $\Rightarrow dU = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad U = \int dU.$

$$\Rightarrow U = \int_p^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

等势面.

电势梯度.

$$\vec{E} = -\nabla U.$$



### § 13. 静电场中的导体和电介质.

静电感应, 静电平衡  $\rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{内部 } \vec{E} = 0 \\ \text{外部 } \vec{E} \perp S. \end{array} \right.$   
 等势体, 等势面.

内部无净电荷. 电荷在表面.  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

分布规律:  $\sigma \propto$  曲率.

空腔:

① 腔内无电荷时, 内表面无电荷. 导体内部及空腔内  $E=0$ .

② 腔内有电荷时, 可激发导体内外表面电荷, 但腔内电荷位置不影响导体外表面电荷分布. (接地时, ~~外表面电荷~~).

$\Rightarrow$  静电屏蔽.

$U=0$ . (结合电荷守恒).

电容

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{U_A - U_B}.$$

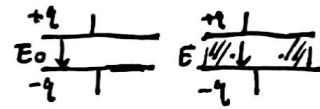
孤立球  $C = 4\pi\epsilon_0 R$ .

$E \rightarrow U \rightarrow C$ .

串联:  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$ .

并联:  $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ .

电介质.



$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r}, \quad C = \epsilon_r C_0.$$

$\epsilon_r$  相对介电常数.

极化. (无极: 位移. 有极: 取向).

$\rightarrow$  合场强!

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{\Delta V} \quad \text{电极化强度矢量.} \quad P = \chi_e \epsilon_0 E$$

$\epsilon_r = 1 + \chi_e$  电极化率.

$$\sigma' = P \cos \theta = \vec{P} \cdot \vec{e}_n.$$

$$\text{电介质中场强.} \quad E = \frac{E_0}{1 + \chi_e} = \frac{E_0}{\epsilon_r}.$$

$$\epsilon_r = (1 + \chi_e) \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0. \quad \epsilon_0, \chi_e, \epsilon_r.$$

$\epsilon$  介电常数.

电介质中 Gauss 定理.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0.$$

电位移

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ &= (1 + \chi_e) \epsilon_0 \vec{E} \\ &= \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \vec{E}. \end{aligned}$$

静电场的能.  $W = \int u dq$

积分. 点电荷:  $W = \frac{1}{2} q U$ .

点电荷系统:  $W = \frac{1}{2} \sum q_i U_i$ .

电容器:  $W = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} q U$ .

电场能量

$$w_e = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} D E$$

$$W = \int_V w_e dV. \quad \text{求力: 虚功.}$$

## 第十回. 电流与磁场.

电流. 载流子.  $I = \frac{dq}{dt}$

电流密度.  $\vec{j} = \frac{dI}{dS_1}$ .  $I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$ .

漂移运动.  $v_d$ . 漂移速度.

$$\vec{j} = -ne\vec{v}_d.$$

稳恒电流.  $\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$ .

欧姆定律

$$I = \frac{U}{R}. \quad R = \rho \frac{L}{S}. \quad \gamma = \frac{1}{\rho}. \quad \rho_t = \rho_0(1 + \alpha T).$$

$\hookrightarrow$  电导率.

$$\text{微分形式: } \vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

电动势.

$$\mathcal{E} = \frac{A_k}{q}. \quad U = \mathcal{E} - Ir.$$

磁场.

磁感应强度  $\vec{B}$ .  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ . 磁感应线.

毕奥-萨伐尔定律.

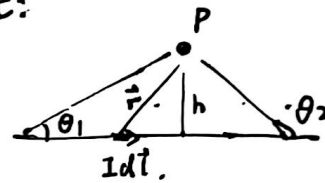
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\theta}{r^2}$$

真空磁导率.  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ .

叠加原理.

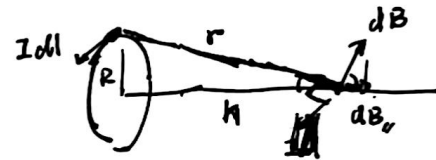
$$\vec{B} = \int d\vec{B}.$$

结论:



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{h} [\cos\theta_1 - \cos\theta_2],$$

$$\text{无限长: } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi h}.$$

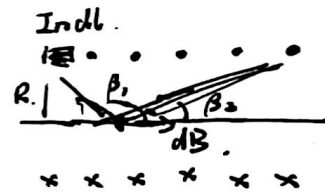


$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2 r^3}.$$

$$\text{圆心处: } B = \frac{\mu_0 I}{2 R}.$$

$$\text{圆弧: } B = \frac{\mu_0 I}{2 R} \frac{\theta}{2\pi}.$$

磁矩  $\vec{p}_m = NIS \cdot \vec{e}_n$ .



$$B = \frac{\mu_0}{2} nI [\cos\beta_2 - \cos\beta_1]$$

$$L \gg R \text{ 时 } B = \mu_0 nI.$$

运动电荷磁场.

$$\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v} \times \vec{E}. \quad \text{with}$$

磁通量  $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ .  $\text{T} \cdot \text{m}^2, \text{Wb}.$

磁场高斯定理.  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ . 无源.

安培环路定理.  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ . (闭合载流导线)  
有旋.

磁场对电流的作用.

磁场中的磁介质.

安培力.  $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$ .

$I$  叉  $B$ ! 顺序.

$$\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}.$$

载流平面线圈磁力矩

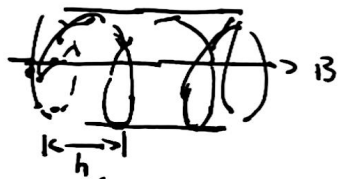
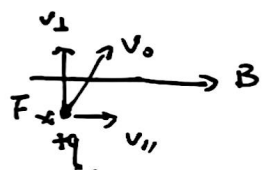
$$d\vec{M} = \vec{r} \times (I d\vec{l} \times \vec{B}).$$

$$\text{均匀: } \vec{M} = \vec{p_m} \times \vec{B} = N B I S \sin\theta.$$

部分磁力做功.

$$dA = I d\phi.$$

带电粒子在磁场中的运动.



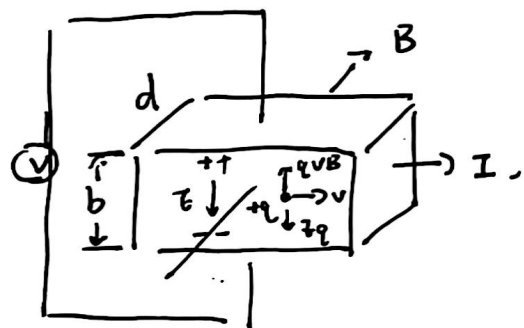
沿  $B$ : 匀速  
垂  $B$  圆周.

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB}, \quad T = \frac{2\pi m}{qB}, \quad h = \frac{2\pi m}{qB} v_{\parallel}.$$

应用: 质谱仪, 回旋加速器, (同步), 磁聚焦.

找回高中记忆即可.

霍尔效应.



$$qvB = Eq, \quad I = nqsv, \quad U = E \cdot b$$

$$\Rightarrow U = \frac{-IB}{nqd}.$$

$$R_H = -\frac{1}{ne} \text{ 或 } R_H = \frac{1}{nq}.$$

$R_H$  霍尔系数.

## § + 五、磁场中的磁介质.

磁介质的分类.

$$B = B_0 + B'$$

顺磁质.  $B > B_0$

抗磁质.  $B < B_0$

铁磁质.  $B \gg B_0$ .

固有磁矩  $\vec{p}_m$ . 外场作用. 正向.

附加磁矩  $\Delta \vec{p}_m$ . 进动. 反向.

$$\sum \vec{p}_m \gg \sum \Delta \vec{p}_m$$

$$\sum \vec{p}_m = 0.$$

磁化强度  $\vec{M} = \frac{\sum \vec{p}_m}{dV}$

$$|\vec{M}| = j_m \quad \rightarrow \text{磁化电流线密度.}$$

$$\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum I_m.$$

磁场强度.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (\sum I_0 + \sum I_m)$$

$$\Rightarrow \oint_L (\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}) \cdot d\vec{l} = \sum I_0.$$

磁场强度  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}.$

有介质时的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0.$$

有介质时的磁场高斯定理

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (\text{仍无源}).$$

$\vec{H}, \vec{B}, \vec{M}$  关系.

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}.$$

$\rightarrow$  磁化率.

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}.$$

$\rightarrow$  相对  $\rightarrow$  磁导率.

铁磁质.

$$1. B \gg B_0. B' \gg B_0. \mu_r 10^2 \sim 10^3.$$

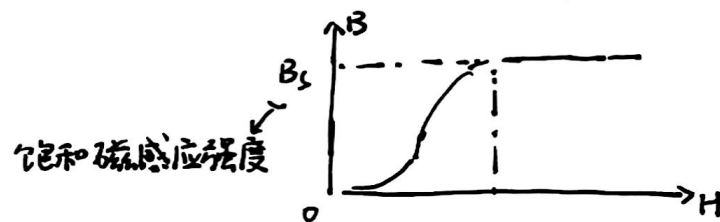
(磁畴).

2.  $\mu_r$  不是常量.

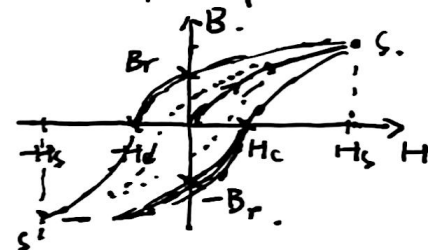
3. 外场停止作用后保留部分磁性.

4. 有居里点  $T_c$ .  $\forall T > T_c$ , 铁磁质为顺磁质.

起始磁化曲线

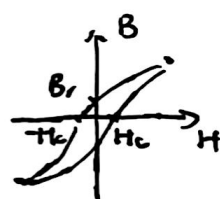


磁滞回线.



$B_r$  = 剩磁.

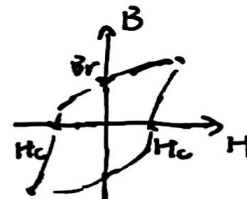
$H_c$  = 矫顽力.



软磁材料.

$H_c$  小.

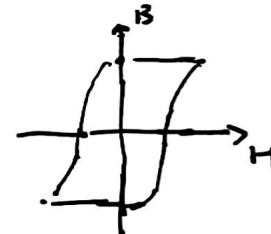
交变磁场



硬磁材料

$H_c$  大.  $B_r$  大

永磁材料.



矩形材料

$B_r \approx B_s$ .

信息储存.

## 第十. 电磁感应

电生磁: 电流的磁效应.

磁生电: 电磁感应.

法拉第电磁感应定律, ~~楞次定律~~.

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{负号即楞次定律}).$$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\psi}{dt}, \quad \psi = \sum_i \phi_i, \text{ 全磁通.}$$

$$\mathcal{E}_i = - (N) \frac{d\phi}{dt}.$$

动生电动势. (切割磁感线运动).

$$d\mathcal{E}_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}.$$

铜棒平动  $\mathcal{E}_i = Blv$

铜棒/盘转动  $\mathcal{E}_i = \frac{1}{2} Bl\omega^2$ .

$$\mathcal{E}_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

也可用法拉第计算: 与假想不切割磁感线的假想导体组成回路.

感生电动势. (磁场变化) -

涡旋电场.

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}.$$

有旋无源电场.

$\vec{E}$  与  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  反右螺旋.

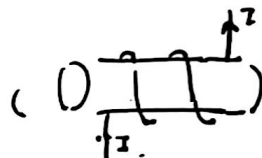


也可用法拉第计算: 补径向直导线.

## 自感.

$$L = \frac{d\psi}{dI}, \text{ 通常 } L = \frac{\psi}{I} \text{ 或 } \psi = LI.$$

$$\mathcal{E}_i = - L \frac{dI}{dt}.$$

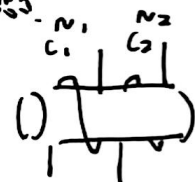


$$B = \frac{\mu_0 N I}{l}, \quad \psi = \frac{\mu_0 N^2 I S}{l}$$

$$d\psi = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} dI,$$

$$\mathcal{E}_i = \frac{d\psi}{dt} = - \frac{\mu_0 N^2 S}{l} \frac{dI}{dt}.$$

## 互感.



$$\psi_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L} I_1 \pi r^2$$

$$\mathcal{E}_{21} = - \frac{d\psi_{21}}{dt} = - \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r^2}{L} \frac{dI_1}{dt} = M_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

$$M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\psi_{12}}{I_2}.$$

$$M^2 = L_1 L_2.$$

$$\text{一般 } M = k \sqrt{L_1 L_2}, \quad k \text{ 耦合系数}$$

## 自感磁能.

$$W_m = \frac{1}{2} L I_0^2.$$

## 磁能密度

$$w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}.$$

$$W_m = \int w_m dV.$$