La tarea que pidió Imanol

Pues yo, quién más

Hoy

añ

Abstract

En este documento vamos a aprender a usar LaTeX(TeX).
A en unicode (U+0041). **Así ponemos las letras negritas**. *Así las itálicas* o *así*. Así subrayamos cosas. **llll**.

1 Lista del súper

- ☐ Zanahorias,
- c) Aguacate,
- Manzanas,
- Naranjas,
- $\frac{1}{2}$kg de fresas,
- $\dfrac{1}{4}$kg queso parmesano.

2 Pasos para superar el alcoholismo

1. Aceptar que tienes un problema.
2. Ir a tomar café con @ImanolBuscaTag.

2.1 Lista del súper

- ☐ Zanahorias,
- ☐ Aguacate,
- ☐ Manzanas,
- ☐ Naranjas,
- ☐ $\frac{1}{2}$kg de fresas,
- ☐ $\dfrac{1}{4}$kg queso parmesano.

A + ‘ = À
¿
á
Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función continua y $F : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función tal que $F'(x) = f(x)$, para toda $x \in [a, b]$, entonces

$$\frac{\mathrm{d}^n f}{\mathrm{d}x^n}$$

$$3.14^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

efeaxwqx

Algoritmo 1: Fibonacci

Datos: n un número natural.
Resultado: El n-ésimo término de la sucesión de Fibonacci.
$aux = n$ **si** aux = *0,1* **entonces**
  regresa 1
Fibonacci($aux - 1$)+Fibonacci($aux - 2$)

5tef erger
$ % ^ & _ { } ~ \

Algoritmo 2: Preprocesamiento

Datos: Una matriz C de costos.
Resultado: $\overline{U}$ conjunto inicial de asignaciones,
φ un inicial vector de asignación de personas,
f un vector inicial de asignación de tareas,
(u, v) una solución dual factible.

para $i \in \{1, ..., n\}$ **hacer**
    $u_i := \min\{c_{i,j} : j \in \{1, ..., n\}\}$;
para $j \in \{1, ..., n\}$ **hacer**
    $v_j := \min\{c_{i,j} - u_i : i \in \{1, ..., n\}\}$
para $i \in \{1, ..., n\}$ **hacer**
    para $j \in \{1, ..., n\}$ **hacer**
        si $f(j) = 0$, $c_{i,j} - u_i - v_j = 0$ y $i \notin \overline{U}$ **entonces**
            $f(j) = i$;
            $\varphi(i) = j$;
            $\overline{U} = \overline{U} \cup \{i\}$

- 10pt, 11pt, 12pt,... : Cambiar el tamaño de la fuente.
- a4paper, letterpaper, legalpaper: Tamaño del papel.
- fleqn: Pasar las fórmulas del centro a la izquierda.
- leqno: números de izquerda a derecha.
- titlepage, notitlepage: para poner o no poner una sola página con título.
- twocolumn, onecolumn: para poner el documento con dos columnas o una columna.
- twoside, oneside: Documento de dos caras o una cara(article o report).
- landscape: Para que el documento esté en forma horizontal.
- openright, openany: Para que el nuevo capítulo (de un documento tipo Book) empiece del lado derecho o empiece en cualquier lado.

$$\left| \det \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 10 & 10 \\ 4 & 9 & 10 \end{pmatrix} \right|$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} 1 & 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 10 & 10 \\ 4 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 10 & 10 \\ 4 & 9 & 10 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 10 & 10 \\ 4 & 9 & 10 \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}3 & 2 & 0\\ 4 & 10 & 10\\ 4 & 9 & 10\end{pmatrix}$$

$$\mathbb{E}\left[Y_{t+1}\middle|\sum_{i=1}^{N_t} Y_i\right]$$

$$\int_a^b x dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_{x=a}^{x=b}$$

$$f(x) = \begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x > 0,\\ 0 & \text{e.o.c.}\end{cases}$$

$$\text{frfrf} \int_a^b f$$

Quiero meter matrices al texto $\mathcal{E}leospapie \begin{pmatrix}3 & 2 & 0\\ 4 & 10 & 10\\ 4 & 9 & 10\end{pmatrix}$, esto se va a ver feo :'(. $\left(\begin{smallmatrix}3 & 2 & 0\\ 4 & 10 & 10\end{smallmatrix}\right)$

Definimos a la función $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2/(x+5)$. La gráfica de f es la siguiente

Teorema: Dado un polinomio $f(x) \in \mathbb{C}[x]$ de grado $n > 0$, existen $a, \alpha_1, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{C}$ (no necesariamente distintos) tales que

$$f(x) = a \prod_{k=1}^{n} (x - \alpha_k).$$

Eso es, $f(x)$ tiene tantas raíces en $\mathbb{C}$ como su grado.

Teorema (de Box-Muller): Sean X_1, X_2 v.a.i.i.d.'s $\mathrm{Unif}(0,1)$. Entonces las v.a.'s definidas por

$$Y_1 = \cos(2\pi X_2)\sqrt{-2\ln(X_1)},$$
$$Y_2 = \sin(2\pi X_2)\sqrt{-2\ln(X_1)}$$

se distribuyen normal estándar y además son independientes.

Segundo Teorema Fundamental del Cálculo: Sea $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ una función integrable y $F : [a,b] \to \mathbb{R}$ una función tal que $F' = f$, entonces

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a).$$

Teorema: $\vdash \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}$ para cualquier fórmula bien formada $\mathcal{B}$.

Teorema: Sea $(x_n)_{n\in A}$ una sucesión de números reales, es convergente si y sólo si es de Cauchy.

Teorema (de Heine-Borel): Sea K un subconjunto de $\mathbb{R}^n$. Entonces K es compacto si y sólo si K es cerrado y acotado.

Teorema: La SDE dada por

$$\mathrm{d}X_t = \theta(\mu - X_t)\mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}B_t,$$

donde $\sigma > 0$, $\theta \neq 0$ y $\mu \in \mathbb{R}$, tiene como solución

$$X_t = e^{-\theta t}X_0 + \left(1 - e^{-\theta t}\right)\mu + \sigma e^{-\theta t}\int_0^t e^{s\theta}\mathrm{d}B_t.$$

Teorema: La ecuación diferencial $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ es exacta si y sólo si

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}.$$

Teorema: Sean V, W espacios de Banach y Ω un subconjunto abierto de V. Entonces $\varphi : \Omega \to W$ es Fréchet-difereciable en Ω si y sólo si φ es Gâteaux-diferenciable en Ω y su derivada de Gâteaux $\mathcal{G}\varphi : \Omega \to \mathcal{L}(V, W)$ es continua. En tal caso, $\mathcal{G}\varphi = \varphi'$.

Teorema: Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función Riemann-integrable en $[a, b]$. Si $\forall\epsilon > 0$, $\exists P_\epsilon$ tal que si P es refinamiento de P_ϵ y $S(f; P)$ una suma de Riemann de la función f, entonces

$$\left| S(f; P) - \int_a^b f \right| < \epsilon.$$

Esto significa que

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x_i.$$

Teorema (Fórmula Integral de Cauchy): Sea D un disco cerrado en $\mathbb{C}$ y U un subconjunto abierto de $\mathbb{C}$ tal que $D \subset U$. Sea $f : U \to \mathbb{C}$ una función holomorfa y $\gamma : [0, 1] \to \mathbb{C}$ una parametrización definida positiva de ∂D. Entonces para toda $a \in \mathrm{int}(D)$, se tiene que

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma \frac{f(z)}{z - a}\mathrm{d}z.$$

Teorema: Sea F una función no decreciente y continua por la derecha. Si $g : [a, b] \to \mathbb{R}$ es una función acotada y cuya integral de Riemann-Stieltjes existe, entonces g es $(\mathcal{M}_F, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$-medible y

$$\int_{(a,b]} g\mathrm{d}\mu_F = \int_a^b g\mathrm{d}F.$$

Teorema: Sea $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ una función seccionalmente continua en $[0, b]$, para todo b positivo. Si existen constantes $a, K, M > 0$ tal que $|f(x)| \leq Ke^{ax}$ para toda $x \geq M$, entonces la transformada de Laplace de f,

$$\mathcal{L}[f(x)] = \int_0^\infty e^{-sx} f(x)\mathrm{d}x,$$

existe para toda $s > a$.

Teorema (de Liouville): Si $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ es una función entera y acotada, entonces f es una función constante.

Teorema: A admite una factorización de Cholesky, es decir, $A = LL^t$ donde $L \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ es una matriz triangular superior, si y sólo si A es simétrica y definida positiva.

Teorema (Hahn-Banach): Sea V un espacio de Banach, S un subespacio vectorial de V y $\mathbb{K}$ el campo $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$. Si $p : V \to \mathbb{K}$ es un funcional sublineal y $f : S \to \mathbb{K}$ un funcional lineal acotado por p en S, entonces existe un funcional lineal $\widehat{f} : V \to \mathbb{K}$ tal que $\widehat{f}(x) = f(x)$ para todo $x \in S$ y $|\widehat{f}(x)| \leq p(x)$ para todo $x \in V$.

Teorema (de existencia y unicidad): Sea $R \subseteq \mathbb{R}^2$ dado por

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - x_0| < a, |y - y_0| < b\}.$$

Si f y $\partial_y f$ son funciones continuas sobre R, entonces el problema de Cauchy $y'(x) = f(x, y)$, $y(0) = y_0$ tiene una única solución sobre

$$R' = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - x_0| < h, |y - y_0| < b\},$$

donde $h = \min\{a, b/M\}$ y $M = \max_{(x,y)\in R}\{|f(x, y)|\}$.

Teorema (Hall): Sea $G = (U, V; A)$ una gráfica bipartita tal que $\#U = \#V$. Existe un acoplamiento perfecto en G si y sólo si para todo $U' \in \mathcal{P}(U)$, se satisface que

$$\#U' \leq \# \bigcup_{i \in U'} \Gamma(i).$$

Teorema (de Green): Si $\overline{F} : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ es un campo vectorial continuo de clase $C^1(D)$ con D una región compacta en $\mathbb{R}^2$, entonces

$$\int_{\partial D^+} \overline{F} \cdot \mathrm{d}\overline{\lambda} = \int_D \left(\frac{\partial}{\partial x}[F_2] - \frac{\partial}{\partial y}[F_1] \right) \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$$

donde $\overline{\lambda} : [a, b] \to \mathbb{R}^2$ es de clase $C^1([a, b])$ a pedazos es una parametrización de ∂D^+.

Teorema: Sea X una variable aleatoria continua con soporte Sop_X y función de densidad $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Sea $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función inyectiva tal que φ, φ^{-1} son diferenciables y con $\varphi(x) \neq 0$. Entonces la v.a.c. definida como $Y = \varphi(X)$ tiene función de densidad $f_Y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f_Y(y) = f_X(\varphi^{-1}(y)) \left| \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y} \varphi^{-1}(y) \right| \mathbb{1}_{\varphi(Sop_X)}(y).$$

Teorema: El problema de decisión asociado al problema de empaquetamiento de conjuntos, se puede reducir en orden polinomial al problema SAT.

Teorema (Lebesgue-Radon-Nikodym): Sean ν una medida con signo y μ una medida positiva en (X, Σ), ambas σ-finitas. Entonces existe una única medida σ-finita η en (X, Σ) y una función medible $f : X \to \mathbb{R}$ tales que $\eta \perp \mu$, $f\mathrm{d}\mu$ es σ-finita y $\mathrm{d}\nu = \mathrm{d}\eta + f\mathrm{d}\mu$. Si g es otra función que satisface lo anterior, entonces $f = g$ μ-c.d.s.

Teorema (de holguras complementarias): Sean x^* y w^* soluciones a los problemas primal y dual en su forma canónica. Entonces son soluciones óptimas si y sólo si

$$(c_j - w^* a_j) x_j^* = 0,$$
$$w_i^* (a^i x^* - b_i) = 0,$$

para toda $i \in \{1, \ldots, n\}$ y $j \in \{1, \ldots, m\}$.

Teorema (de dualidad débil): Sean x_0 y w_0 soluciones factibles del problema primal y dual respectivamente, entonces $cx_0 \geq w_0 b$.

Teorema (Bolzano): Si $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función continua tal que $f(a) < 0 < f(b)$, entonces existe $x \in [a, b]$ tal que $f(x) = 0$.

Teorema (de acoplamiento de König): En una gráfica bipartita, el número de arcos mínimos necesarios para cubrir todos los nodos es igual al acoplamiento máximo de la gráfica.

Teorema: Sea K un espacio métrico compacto no vacío, entonces toda función continua $f : K \to \mathbb{R}$ alcanza su máximo y su mínimo en K.

Teorema (Arzelà-Ascoli): Sean K un espacio métrico compacto y X un espacio métrico completo. Un subconjunto $\mathcal{H}$ de $C^0(K,X)$ es relativamente compacto en $C^0(K,X)$ si y sólo si $\mathcal{H}$ es equicontinuo y los conjuntos $H(z) = \{f(z) : f \in \mathcal{H}\}$ son relativamente compactos en X para toda $z \in K$.

Teorema del límite central: Sea $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de v.a.i.i.d.'s con segundo momento finito tales que $\mathbb{E}[X_i] = \mu$ y $\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2 > 0$. Si definimos a S_n como

$$S_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i,$$

entonces $\lim_{n\to\infty} S_n \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Teorema: Sea $R = (X, A, f)$ una red y sean N^+, N^- subconjuntos ajenos de X. Entonces para cualquier coloración de la red R con los colores rojo, verde, blanco y negro, sólo una de las siguientes afirmaciones es válida:
1) El problema de la cadena coloreada tiene una solución P.
2) El problema del corte coloreado tiene una solución Q.

Teorema del límite central: Sean $(X_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset L^2$ independientes, con $\mathbb{E}[X_n] = m_n$ y $\mathrm{Var}(X_n) = \sigma_n^2 > 0$ para toda $n \in \mathbb{N}$. Definamos a $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$, $s_n^2 = \sum_{k=1}^n \sigma_k^2$ y

$$L_\epsilon(n) = \frac{1}{s_n^2}\sum_{k=1}^{n} \mathbb{E}[(X_k - m_k)^2 \mathbb{1}_{|X_k - m_k| > \epsilon s_n}].$$

Si $L_\epsilon(n) \to 0$ cuando $n \to \infty$, entonces

$$\frac{1}{s_n}\sum_{k=1}^{n}(X_k - m_k)^2$$

tiende en distribución a una normal estándar.

Teorema: Si $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ es continua, entonces f es acotada.

Teorema: Sean $f, g : [a,b] \to \mathbb{R}$ de clase $C^n([a,b])$, entonces para cualquier $x \in [a,b]$ se tiene que

$$(f \cdot g)^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(n-k)}(x) g^{(k)}(x).$$

$$\mathcal{L}\left[f^{(n)}\right](p) = p^n \mathcal{L}[p]$$

Teorema (del Umbral en Epidemiología): Si los números iniciales de infectados y susceptibles son pequeños, entonces el número de individuos que finalmente contraen la enfermedad se reduce a un nivel que dista (por abajo), del valor umbral en la misma proporción que éste distaba del número inicial de susceptibles.

Teorema: Cualesquiera dos normas en un espacio vectorial de dimensión finita son equivalentes.

Teorema: Sean X, Y espacios métricos y sea $\varphi : X \to Y$ una función. Entonces φ es continua si y sólo si $\varphi^{-1}(U)$ es abierto en X para todo abierto U de Y.

Teorema: Para la elipse $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ y la hipérbola $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$, cada una con excentricidad e, los focos en $(ae, 0)$ y $(-ae, 0)$ tienen como directrices correspondientes las rectas cuyas ecuaciones son $x = a/e$ y $x = -a/e$ respectivamente.

Teorema (de la función implícita): Sean V, W, Z espacios de Banach, Ω un abierto de $V \times W$, $(v_0, w_0) \in \Omega$ y $\varphi : \Omega \to Z$ una función de clase $C^1(\Omega)$. Si $\varphi(v_0, w_0) = c$ y $\partial_2\varphi(v_0, w_0) \in \mathcal{L}(W, Z)$ es un isomorfismo de Banach, entonces existen $\delta, \eta > 0$ tales que $B_V(v_0, \delta) \times B_W(w_0, \eta) \subseteq \Omega$ y una función $f : B_V(v_0, \delta) \to W$ de clase $C^1(B_V(v_0, \delta))$ con las siguientes propiedades:
1) El conjunto de soluciones $(v, w) \in B_V(v_0, \delta) \times B_W(w_0, \eta)$ de la ecuación $\varphi(v, w) = c$ coincide con la gráfica de f. En particular, $f(v_0) = w_0$ y $f(v) \in B_W(w_0, \eta)$ para todo $v \in B_V(v_0, \delta)$.
2) Para todo $v \in B_V(v_0, \delta)$ se cumple que $\partial_2\varphi(v, f(v))$ es un isomorfismo de Banach y

$$f'(v) = -[\partial_2\varphi(v, f(v))]^{-1} \circ \partial_1\varphi(v, f(v))$$