



Badania
operacyjne

Przykład

Badania operacyjne

Metoda graficzna

Joanna Józefowska

Instytut Informatyki



1 Przykład



Przykład

Badania
operacyjne

Przykład

Zakład przerobu ropy naftowej uzyskuje 30 tys. ton półproduktu A i 30 tys. ton półproduktu B. W wyniku połączenia tych półproduktów w proporcji 1:2 powstaje benzyna I, w proporcji 3:1 benzyna II oraz w proporcji 2:1 benzyna III. Cena jednej tony benzyny I wynosi 6 tys. zł, benzyny II - 3 tys. zł, a benzyny III - 8 tys. zł. Zakład jest zainteresowany w wyznaczeniu planu produkcji maksymalizującego przychód ze sprzedaży benzyny.



Model liniowy

Badania
operacyjne

Przykład

$$\begin{array}{ll} \text{zmaksymalizować} & z = 6x_1 + 3x_2 + 8x_3 \quad (1) \\ \text{przy ograniczeniach} & x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 30 \quad (2) \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 30 \quad (3) \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (4) \end{array}$$



Zadanie dualne

Badania
operacyjne

Przykład

Aby to zadanie rozwiązać metodą graficzną należy znaleźć zadanie dualne do rozważanego.

$$\text{zminimalizować} \quad w = 30y_1 + 30y_2 \quad (5)$$

$$\text{przy ograniczeniach} \quad y_1 + 2y_2 \geq 6 \quad (6)$$

$$3y_1 + y_2 \geq 3 \quad (7)$$

$$2y_1 + y_2 \geq 8 \quad (8)$$

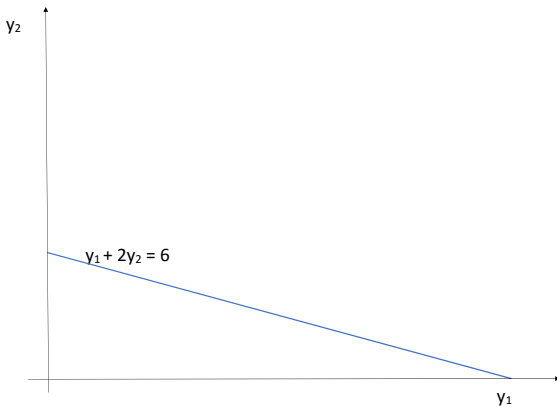
$$y_1, y_2, \geq 0 \quad (9)$$



Rozwiązanie metodą graficzną

Badania
operacyjne

Przykład

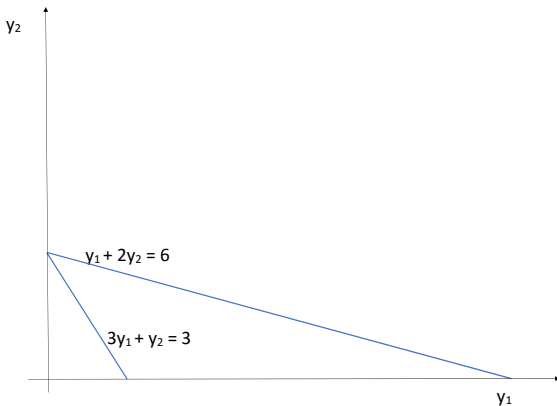




Rozwiązanie metodą graficzną

Badania
operacyjne

Przykład

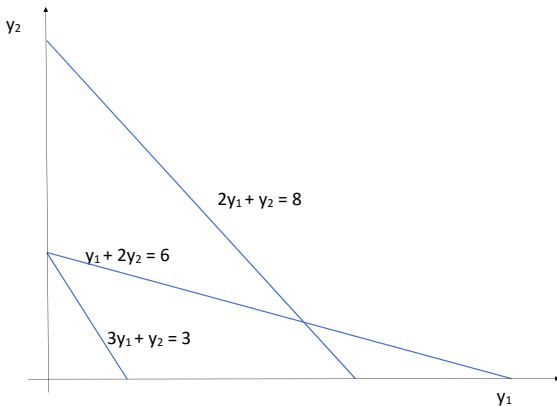




Rozwiązanie metodą graficzną

Badania
operacyjne

Przykład

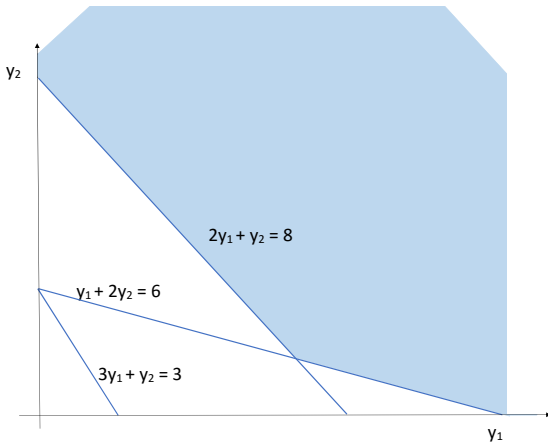




Rozwiązanie metodą graficzną

Badania
operacyjne

Przykład

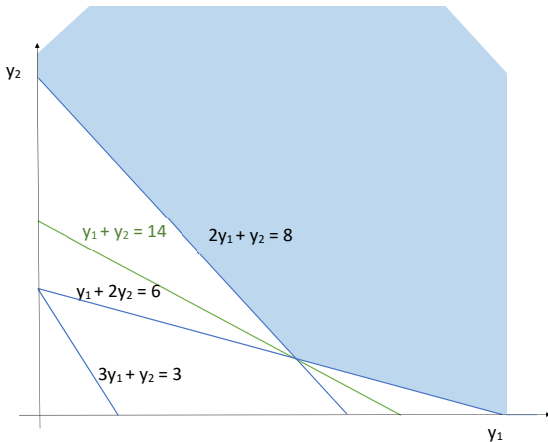




Rozwiązanie metodą graficzną

Badania
operacyjne

Przykład





Rozwiązanie zadania dualnego

Badania
operacyjne

Przykład

Odczytujemy rozwiązanie:

$$y_1 = \frac{10}{3} \quad (10)$$

$$y_2 = \frac{4}{3} \quad (11)$$

$$w = 140 \quad (12)$$



Rozwiązanie zadania prymalnego

Z rozwiązania zadania dualnego wynika, że:

- zmienna $x_2 = 0$ (ograniczenie drugie jest nieaktywne),
- zmienne y_1, y_2 są dodatnie, zatem obie zmienne osłabiające w ograniczeniach układu prymalnego są równe zero.

$$\begin{array}{ll} \text{zmaksymalizować} & z = 6x_1 + 3x_2 + 8x_3 & (13) \\ \text{przy ograniczeniach} & x_1 + 3x_2 + 2x_3 + s_1 = 30 & (14) \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 + s_2 = 30 & (15) \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 & (16) \end{array}$$



Rozwiązanie zadania prymalnego

Z rozwiązania zadania dualnego wynika, że:

- zmienna $x_2 = 0$ (ograniczenie drugie jest nieaktywne),
- zmienne y_1, y_2 są dodatnie, zatem obie zmienne osłabiające w ograniczeniach układu prymalnego są równe zero.

$$\text{zmaksymalizować} \quad z = 6x_1 + 3x_2 + 8x_3 \quad (13)$$

$$\text{przy ograniczeniach} \quad x_1 + 3x_2 + 2x_3 + s_1 = 30 \quad (14)$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + s_2 = 30 \quad (15)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (16)$$

Otrzymujemy następujący układ równań:

$$x_1 + 2x_3 = 30 \quad (17)$$

$$2x_1 + x_3 = 30 \quad (18)$$



Rozwiązanie zadania prymalnego

Badania
operacyjne

Przykład

Zatem rozwiązanie zadania prymalnego ma postać:

$$x_1 = 10, x_2 = 0, x_3 = 10, z = 140.$$

Należy produkować po 10 tys. ton benzyny I i III, co przyniesie całkowity zysk 140 tys. zł. Zużyte zostaną zapasy obu półproduktów.