

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Badania operacyjne i teoria optymalizacji

prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Instytut Informatyki



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Przedmiot badań operacyjnych
Historia
Metoda badań operacyjnych
Plan

Badania operacyjne jako nauka systemowa
Zakres badań
Przykłady zastosowań

Wspomaganie decyzji

Kittel (1947)

Operations Research is a scientific method for providing executive departments with a quantitative basis for decisions.

Badania operacyjne są metodą naukową adaptującą wyniki różnych nauk podstawowych do rozwiązywania zadań decyzyjnych.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Plan

- 1 Przedmiot badań operacyjnych
 - Badania operacyjne jako nauka systemowa
 - Zakres badań
 - Przykłady zastosowań
- 2 Historia
 - Cyrk Blacketta
 - Kłopoty ze złożonością
 - Badania operacyjne współcześnie
- 3 Metoda badań operacyjnych
 - Sposób postępowania
 - Model matematyczny
 - Rozwiązanie i interpretacja



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Przedmiot badań operacyjnych
Historia
Metoda badań operacyjnych
Plan

Badania operacyjne jako nauka systemowa
Zakres badań
Przykłady zastosowań

Badania operacyjne

Badania operacyjne są **nauką systemową**, czyli **nauką o sterowaniu złożonymi systemami**, które mogą być fragmentami rzeczywistości fizycznej i/lub ich modelami. Badania operacyjne, jako naukę systemową definiuje się przez określenie klasy systemów, którymi się ona zajmuje. Są to systemy typu **kompleks operacji**.

Sterowanie w tym kontekście rozumie się, jako wymuszenie pożądanego zachowania systemu.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Nauki systemowe

- Zadanie: rozwijanie **interdyscyplinarnych metod**, które mogą być zastosowane w różnych dziedzinach takich jak technika, biologia, medycyna i nauki społeczne,
- Cechy wspólne: **budowa modelu użytecznego** (użytecznego), którego analiza pozwala na zbadanie działania systemu i skuteczne kontrolowanie tego działania,
- Inne: teoria systemów, teoria regulacji, cybernetyka, teoria sterowania,
- Atrybut: rodzaj systemu.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Cechy badań operacyjnych

- ukierunkowanie na podejmowanie decyzji
- możliwość oceny działania (decyzji) na podstawie określonych kryteriów
- konieczność budowy modelu (na ogół matematycznego) sytuacji decyzyjnej
- konieczność realizacji obliczeń na komputerze



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

System typu kompleks operacji

- operacje
- zasoby
- ograniczenia kolejnościowe
- kryteria (jedno lub wiele)
- sterowanie (rozdział zasobów w czasie)



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Dziedziny zastosowań badań operacyjnych

- ekonomia
- logistyka
- medycyna
- informatyka
- sport
- polityka
- ...



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Planowanie produkcji

Zakład produkcyjny produkuje n różnych wyrobów. Należy określić w jakich ilościach produkować poszczególne wyroby, biorąc pod uwagę, że w najbliższym okresie zapasy środków do produkcji są ograniczone. Dla każdego z m środków znana jest wielkość zapasu b_i , $i = 1, \dots, m$. Jednostkowy nakład i -tego środka do produkcji j -tego wyrobu wynosi a_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$. Znany jest też jednostkowy zysk z produkcji j -tego wyrobu, który wynosi c_j , $j = 1, \dots, n$. Należy zaplanować produkcję zakładu w rozpatrywanym okresie tak, aby zmaksymalizować zysk.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Polityka

Dwaj kandydaci ubiegający się o wybór w drugiej turze wyborów prezydenckich muszą podjąć decyzję o sposobie przeprowadzenia kampanii wyborczej w ostatni weekend poprzedzający głosowanie. Każdy z nich może spędzić po jednym dniu w głównych miastach A i B, lub spędzić obydwa dni w jednym z tych miast. Decyzje podejmują niezależnie od siebie, ale przyrost (lub utrata) głosów w kampanii zależy od decyzji obu kandydatów. Sztaby wyborcze oszacowały przewidywany wzrost poparcia dla każdego z kandydatów, zależnie od strategii wybranych przez każdego z nich. Na tej podstawie należy znaleźć optymalne strategie dla obu kandydatów.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Rolnictwo

Hodowca drobiu stosuje m rodzajów pasz w ilościach x_j , $j = 1, \dots, m$. Prawidłowa hodowla wymaga dostarczenia ptakom pewnych minimalnych ilości składników pokarmowych, które wynoszą odpowiednio c_i , $i = 1, \dots, n$. Zawartość i -tego składnika w j -tej paszy oznaczmy jako a_{ij} , a cenę jednostkową j -tej paszy przez c_j . Znany jest też średni przyrost masy ciała kurczaka wynikający z zastosowania jednostki wagowej paszy j , który oznaczmy przez t_j . Jaką ilość każdej paszy zastosować w hodowli, aby zmaksymalizować stosunek całkowitego przyrostu masy ptaków do kosztów zakupu pasz?



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Przed II wojną światową

- 1665 Metoda Newtona (znajdowanie minimum funkcji), *I. Newton*
- 1736 Problem mostów w królewcu, *L. Euler*
- 1763 Reguła Bayes'a, *T. Bayes*
- 1823 Zasada użyteczności, *J. Bentham*
- 1824 Gry wojenne: Kriegspiel, *von Reisswitz*
- 1826 Rozwiązanie układu równań liniowych, *C. F. Gauss*
- 1880 Łańcuchy Markowa, *A. Markov*
- 1896 Rozwiązanie Pareto optymalne, *V. Pareto*
- 1903 Rozwiązanie układu nierówności, *J. Farkas*
- 1909 Prawdopodobieństwo i rozmowy telefoniczne, *A. K. Erlang*
- 1913 Ekonomiczna wielkość partii (EOQ), *F. W. Harris*
- 1936 Rozmieszczenie obiektów, *E. Weiszfeld and A. Vazsonyi*



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

II wojna światowa

- 1937 Brytyjczycy po raz pierwszy używają określenia **badania operacyjne** w kontekście planowania operacji wojskowych
- 1939 "Mathematical Methods of Organization and Production," *L. Kantorovich*
- 1939 Warunek optymalności problemu z ograniczeniami, *W. Karush*
- 1941 Model przepływów międzygałęziowych, *W. W. Leontief*
- 1941 Problem transportowy, *F. Hitchcock*
- 1942 Badania operacyjne w Bitwie o Anglię, *P. Blackett*
- <http://www.theorsociety.com/Pages/Society/SocietyHistory.aspx>
- 1943 Sieci neuronowe, *W. McCulloch, W. Pitts*
- 1944 Teoria gier, *J. von Neumann, O. Morgenstern*
- 1944 Teoria użyteczności, *J. von Neumann, O. Morgenstern*
- 1944 Wygładzanie wykładnicze, *R. Brown*



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Teoria złożoności obliczeniowej

- 1962 Przepływy w sieciach, *L. Ford, Jr., D. Fulkerson*
- 1965 Teoria złożoności obliczeniowej; pojęcie NP-zupełności, *J. Edmonds, R. Karp*
- 1971 Złożoność obliczeniowa, *S. A. Cook, R. Karp*
- 1972 Dowód, że sympleks nie jest algorytmem wielomianowym, *V. Klee and G. J. Minty*



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Dynamiczny rozwój

- 1945 Problem diety, *G. Stigler*
- 1947 Model programowania liniowego i metoda sympleks, *G. B. Dantzig*
- 1949 Metoda Monte Carlo, *S. M. Ulam, J. von Neumann*
- 1950 Statystyczna kontrola jakości, *W. E. Deming*
- 1950 Równowaga Nasha, *J. Nash*
- 1950 Komputer rozwiązuje problem transportowy (SEAC)
- 1950 Programowanie dynamiczne, *R. Bellman*
- 1954 Szeregowanie zadań, *S. Johnson*
- 1955 Problem komiwojażera, *M. Flood*
- 1955 Metoda Węgierska, *H. Kuhn, E. Egerváry*
- 1956 PERT/CPM/MPM, *J. Kelley, Jr., W. Walker/D. Malcolm, J. Roseboom, C. Clark, W. Fazar/B. Roy*
- 1957 Programowanie dynamiczne, *R. Bellman*



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Co z tego wynika?

Problem plecakowy: Danych jest n przedmiotów, o wadze c_j , $j = 1, \dots, n$, oraz wartości p_j , $j = 1, \dots, n$. Wybrać podzbiór przedmiotów o największej sumarycznej wartości, których łączna waga nie przekracza B .

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{przedmiot } j \text{ został wybrany} \\ 0 & \text{w przeciwnym razie} \end{cases} \quad j = 1, \dots, n \quad (1)$$

Takich wektorów można zbudować 2^n .

Ile czasu potrzeba, aby rozwiązać zadanie dla n przedmiotów, jeżeli obliczenie wagi i wartości przedmiotów dla jednego wektora trwa 10^{-5} s?

n	2^n	T
10	1024	0,001 s
60	$1,15 \times 10^{18}$	3366 stuleci



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Sposób postępowania

- analiza złożoności obliczeniowej problemu
 - opracowanie algorytmu o złożoności wielomianowej
 - wykazanie NP-zupełności problemu
- zastosowanie algorytmów przybliżonych
- ocena algorytmów przybliżonych (heurystycznych)
 - oszacowanie najgorszego przypadku
 - ocena probabilistyczna
 - ocena eksperymentalna



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Wiek XXI

- Big Data
- walka z terroryzmem
- ochrona imprez masowych
- optymalizacja łańcuchów logistycznych
- analiza łańcuchów DNA
- ...



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Nowe modele i metody

- 1975 Wielokryterialne podejmowanie decyzji, *M. Zeleny, S. Zionts, J. Wallenius, W. Edwards, B. Roy*
- 1979 Metoda elipsoid, *L. Khachian*
- 1980 Constraint Programming
- 1982 Średni czas obliczeń algorytmu sympleks jest wielomianowy, *K.-H. Borgwardt*
- 1982 Symulowane wyżarzanie, *W. Metropolis*
- 1984 Metody punktu wewnętrznego, *N. Karmarkar*
- 1989 Przeszukiwanie tabu, *F. Glover*
- 1990 Algorytmy ewolucyjne
- 1995 Eksploracja danych



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Dla zainteresowanych

Więcej informacji historycznych i nie tylko można znaleźć na stronie:

[http : //www.theorsociety.com/learn/teachers_history.htm](http://www.theorsociety.com/learn/teachers_history.htm)



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Metoda postępowania

- 1 analiza sytuacji decyzyjnej
- 2 budowa modelu matematycznego
- 3 rozwiązanie zadania optymalizacyjnego
- 4 interpretacja rozwiązania i ocena jego przydatności
- 5 przedstawienie wyników decydentowi



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Sytuacja decyzyjna

Definicja

Sytuacja decyzyjna to pojęcie z zakresu teorii decyzji, oznaczające zbiór wszystkich czynników, mających wpływ na podjęcie decyzji przez decydenta w procesie decyzyjnym. Czynniki te można podzielić na: niezależne od decydenta i zależne od decydenta.

Wygodnie jest zidentyfikować następujące elementy sytuacji decyzyjnej:

- warunki ograniczające decyzję,
- zbiór możliwych decyzji,
- kryteria wyboru decyzji.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Metoda badań operacyjnych

Sytuacja
decyzyjna

Model
matematyczny

Metoda
rozwiązania



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Klasy sytuacji decyzyjnych

Podstawowe klasy sytuacji decyzyjnych (wg Newella i Simona):

- **O dobrze określonej strukturze** - są to sytuacje, w opisie których przeważają elementy i zależności ilościowe. Zależności te można odwzorować za pomocą modelu matematycznego.
- **O nieokreślonej strukturze** - są to sytuacje, które można opisać prawie wyłącznie za pomocą cech i zależności o charakterze jakościowym i są one niemierzalne.
- **O słabo określonej strukturze** - są to sytuacje mieszane, w których pewne zależności można wyrazić za pomocą modelu matematycznego, ale opis ten musi być uzupełniony przez niemierzalne cechy i zależności jakościowe.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Zmienne decyzyjne i parametry

zmienna: wartość szukana, decyzja,

np.: wielkość produkcji, cena sprzedaży, wielkość partii produkcyjnej, itp.

parametr: wielkość znana, wynikająca z opisu danej sytuacji decyzyjnej,

np.: jednostkowa cena surowca, jednostkowa pracochłonność operacji, szacowany zysk jednostkowy itp.

Oszacowanie wartości parametrow bywa trudne, a błędy mogą istotnie wpłynąć na jakość podejmowanych decyzji.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Zależności i ograniczenia

cecha: zależności ilościowe,

wada: konieczne uproszczenia,

efekt: zbiór dopuszczalnych decyzji.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Klasyfikacja modeli

- **modele deterministyczne** - wszystkie parametry są traktowane jako wielkości stałe i znane a priori
- **modele probabilistyczne** - co najmniej jeden parametr jest zmienną losową; rozkłady prawdopodobieństwa wszystkich zmiennych losowych są znane
- **modele statystyczne** - co najmniej jeden parametr jest zmienną losową o nieznanym rozkładzie prawdopodobieństwa, ale istnieje możliwość wykonania badania statystycznego w celu uzyskania dodatkowych informacji
- **modele strategiczne** - co najmniej jeden parametr, dla którego w momencie podejmowania decyzji znany jest jedynie zbiór wartości, które ten parametr może przyjąć



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Kryterium oceny decyzji

Kryterium oceny decyzji (kryterium optymalności, kryterium decyzyjne) jest to jednoznacznie zdefiniowana miara korzyści, wynikających z podjęcia decyzji. Często kryterium oceny nazywane jest celem decyzji.

Kryterium optymalności pozwala porównywać decyzje.

Przykłady: minimalizacja kosztów, maksymalizacja użyteczności, maksymalizacja wypłaty, minimalizacja wysiłku, minimalizacja długości trasy, minimalizacja czasu itp.

Rozważa się problemy z jednym lub wieloma kryteriami optymalności.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Metoda rozwiązania

Dziedzinę nauki zajmującą się rozwiązywaniem problemów optymalizacyjnych nazywa się **teorią optymalizacji**.

Wybór metody (algorytmu) ma istotny wpływ na czas uzyskania rozwiązania oraz jakość rozwiązania.

Nie zawsze w dostępnym czasie można znaleźć rozwiązanie optymalne (dokładne). Często posługujemy się rozwiązaniami przybliżonymi.

Nie zawsze metoda konstruuje rozwiązanie optymalne. Niekiedy pozwala jedynie porównać wybrane warianty.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Prezentacja rozwiązania

- opis przyjętych założeń
- sformułowanie celu
- przedstawienie kilku wariantów
- narzędzia graficzne
- język zrozumiały dla decydenta



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Rozwiązanie

- Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego należy zinterpretować w kategoriach sytuacji decyzyjnej, aby określić jego poprawność i realność.
- W razie konieczności należy poprawić model i powtórzyć obliczenia.
- Proponowane rozwiązanie należy przedstawić decydentowi.



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa

Wykład 1 - pytania

- Czy wzrost szybkości obliczeń rozwiązał problem złożoności obliczeniowej problemów kombinatorycznych?
- Czy badania operacyjne są dziedziną matematyki?
- Jaka rolę odgrywa model w rozwiązywaniu problemów decyzyjnych metodą badań operacyjnych?



prof. dr hab. inż. Joanna Józefowska

Badania operacyjne jako nauka systemowa