

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Simon Krenger

February 20, 2014

Chapter 1

Wahrscheinlichkeitsrechnung

1.1 Definitionen

Wir führen ein Experiment wie

- werfen von 2 Münzen
- werfen von 3 Würfeln
- ziehen einer Zahl aus einer Urne

durch und fragen nach möglichen Ereignissen. Also schreiben wir diese als Menge auf

$$M = \{KK, KZ, ZK, ZZ\} \quad (1.1)$$

oder

$$M = \{KK, KZ, ZZ\} \quad (1.2)$$

Definition 1. *Die Menge*

$$\Omega := \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n\} \quad (1.3)$$

heisst Stichprobenraum (Ereignisraum), wenn jedem Versuchsausgang höchstens ein Element ω_i aus Ω zugeordnet ist.

Beim Werfen eines Würfels sind

- $\Omega_1 = \{\text{gerade}, \text{ungerade}\}$
- $\Omega_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\Omega_3 = \{4, \text{keine } 4\}$

mögliche Stichprobenräume.

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit beim Werfen von 2 (idealen) Würfeln zwei Sechsen zu erhalten? Als Stichprobenräume können wir

$$\begin{aligned}\Omega_1 = \{ & (1/1), (1/2), (1/3), (1/4), (1/5), (1/6), \\ & (2/2), (2/3), \dots, (2/6), \\ & (3/3), (3/4), \dots, (3/6), \\ & (4/4), (4/5), (4/6), \\ & (5/5), (5/6), \\ & (6/6) \}\end{aligned}$$

wählen. Wir unterscheiden also z.B. $(2/3)$ und $(3/2)$ nicht.

Auch

$$\begin{aligned}\Omega_1 = \{ & (1/1), (1/2), (1/3), (1/4), (1/5), (1/6), \\ & (2/1), (2/2), (2/3), \dots, (2/6), \\ & (3/1), (3/2), (3/3), \dots, (3/6), \\ & \dots \\ & (6/1), (6/2), (6/3), \dots, (6/6) \}\end{aligned}$$

ist ein möglicher Stichprobenraum.

Im ersten Fall ist $|\Omega_1| = 21$ und im zweiten Fall ist $|\Omega_2| = 36$. Sind alle Ereignisse gleichwahrscheinlich, so ist die Wahrscheinlichkeit zwei 6 zu würfeln

- im 1. Fall $p = \frac{1}{21}$
- im 2. Fall $p = \frac{1}{36}$

Welches Modell entspricht der Praxis? (Im Praxisversuch finden wir, dass $\frac{1}{36}$, also der zweite Fall, der Praxis entspricht)

Definition 2. Jede Teilmenge von Ω heisst Ereignis. Die leere Menge \emptyset heisst unmögliches Ereignis und Ω heisst sicheres Ereignis. Enthält ein Ereignis $E = \{a\}$ nur ein einziges Element, so heisst E ein Elementarereignis.

Beispiel 1. Beim Werfen von 2 Würfeln ist

$$\Omega = \{(1/1), (1/2), \dots, (6/6)\} \tag{1.4}$$

und