

Ejercicio 04: optimización de inventarios con costos escalonados

Rodrigo Maranzana

Enunciado

Una empresa compra, fracciona y distribuye 300.000 tn de fertilizante en un año. Por motivos de mejor mantenimiento del fertilizante toda compra se fracciona inmediatamente y el inventario se conserva de esta manera. Cada lote de producción posee costos fijos de \$80, mientras que el costo administrativo de colocar una orden de compra se estima en \$20. El costo de almacenamiento es de 0,1 \$/tn al mes. Toda inversión en capital de trabajo es evaluada a una tasa de 20% anual. Para la compra de fertilizante, se adquieren los siguientes precios:

b_j (\$/Tn)	q_i
1	<10.000
0.98	10.000 - 30.000
0.96	30.000 - 50.000
0.94	> 50.000

Determinar el lote óptimo de compra. Graficar el CT para todos los precios.

Enunciado

Una empresa compra, fracciona y distribuye **300.000 tn** de fertilizante en un año. Por motivos de mejor mantenimiento del fertilizante toda compra se fracciona inmediatamente y el inventario se conserva de esta manera. Cada lote de producción posee **costos fijos de \$80**, mientras que el **costo administrativo de colocar una orden de compra se estima en \$20**. **El costo de almacenamiento es de 0,1 \$/tn al mes**. Toda inversión en capital de trabajo es evaluada a una **tasa de 20% anual**. Para la compra de fertilizante, se adquieren los siguientes precios:

b_j (\$/Tn)	q_i
1	<10.000
0.98	10.000 - 30.000
0.96	30.000 - 50.000
0.94	> 50.000

$$CTE(q) = C_{Adq} + C_{Alm}(q) + C_{Ped}(q)$$

$$\rightarrow C_{Adq} = b_q * D$$

$$\rightarrow C_{Alm}(q) = \frac{1}{2} * b_q * q * i$$


$$\rightarrow C_{Ped}(q) = \frac{D}{q} * K$$

Enunciado

Una empresa compra, fracciona y distribuye 300.000 tn de fertilizante en un año. Por motivos de mejor mantenimiento del fertilizante toda compra se fracciona inmediatamente y el inventario se conserva de esta manera. Cada lote de producción posee **costos fijos de \$80**, mientras que el **costo administrativo de colocar una orden de compra se estima en \$20**. El costo de almacenamiento es de 0,1 \$/tn al mes. Toda inversión en capital de trabajo es evaluada a una tasa de 20% anual. Para la compra de fertilizante, se adquieren los siguientes precios:

b_j (\$/Tn)	q_i
1	<10.000
0.98	10.000 - 30.000
0.96	30.000 - 50.000
0.94	> 50.000

$$C_{fijo\ producción} + C_{administrativo}$$

$$\rightarrow C_{Ped}(q) = \frac{D}{q} * K$$


Enunciado

Una empresa compra, fracciona y distribuye 300.000 tn de fertilizante en un año. Por motivos de mejor mantenimiento del fertilizante toda compra se fracciona inmediatamente y el inventario se conserva de esta manera. Cada lote de producción posee costos fijos de \$80, mientras que el costo administrativo de colocar una orden de compra se estima en \$20. **El costo de almacenamiento es de 0,1 \$/tn al mes.** Toda inversión en capital de trabajo es evaluada a una tasa de 20% anual. Para la compra de fertilizante, se adquieren los siguientes precios:

b_j (\$/Tn)	q_i
1	<10.000
0.98	10.000 - 30.000
0.96	30.000 - 50.000
0.94	> 50.000

¡Solo considera el costo del producto!

→ ~~$C_{Alm}(q) = \frac{1}{2} * b * i * q$~~

El costo de almacenamiento no tiene que multiplicarse
Por la tasa de inmovilización de capital

$$C_{Alm}(q) = \frac{1}{2} * (b_a + b_{(q_i)} * i) * q$$

Datos

$q^* = ???$	Cantidad a pedir en cada orden
$T = 1 \text{ año}$	Período de análisis
$D = 300.000 \text{ Tn}$	Demanda del producto en T
$b(q_i) = \text{piecewise}(q_i)$	Costo del producto
$adm = 20 \text{ \$/pedido}$	Costo administrativo de la orden
$pro = 80 \text{ \$/pedido}$	Costo fijo de producción de la orden
$k = adm + pro = 20 \text{ \$/pedido} + 80 \text{ \$/pedido}$	Costo de orden de compra
$b_a = 0,1 \frac{\$}{\text{mes} * Tn} * 12 \frac{\text{mes}}{\text{año}} = 1,2 \frac{\$}{\text{año} * Tn}$	Costo anual de almacenamiento fijo
$i = 0,20$	Tasa de inmovilización de capital

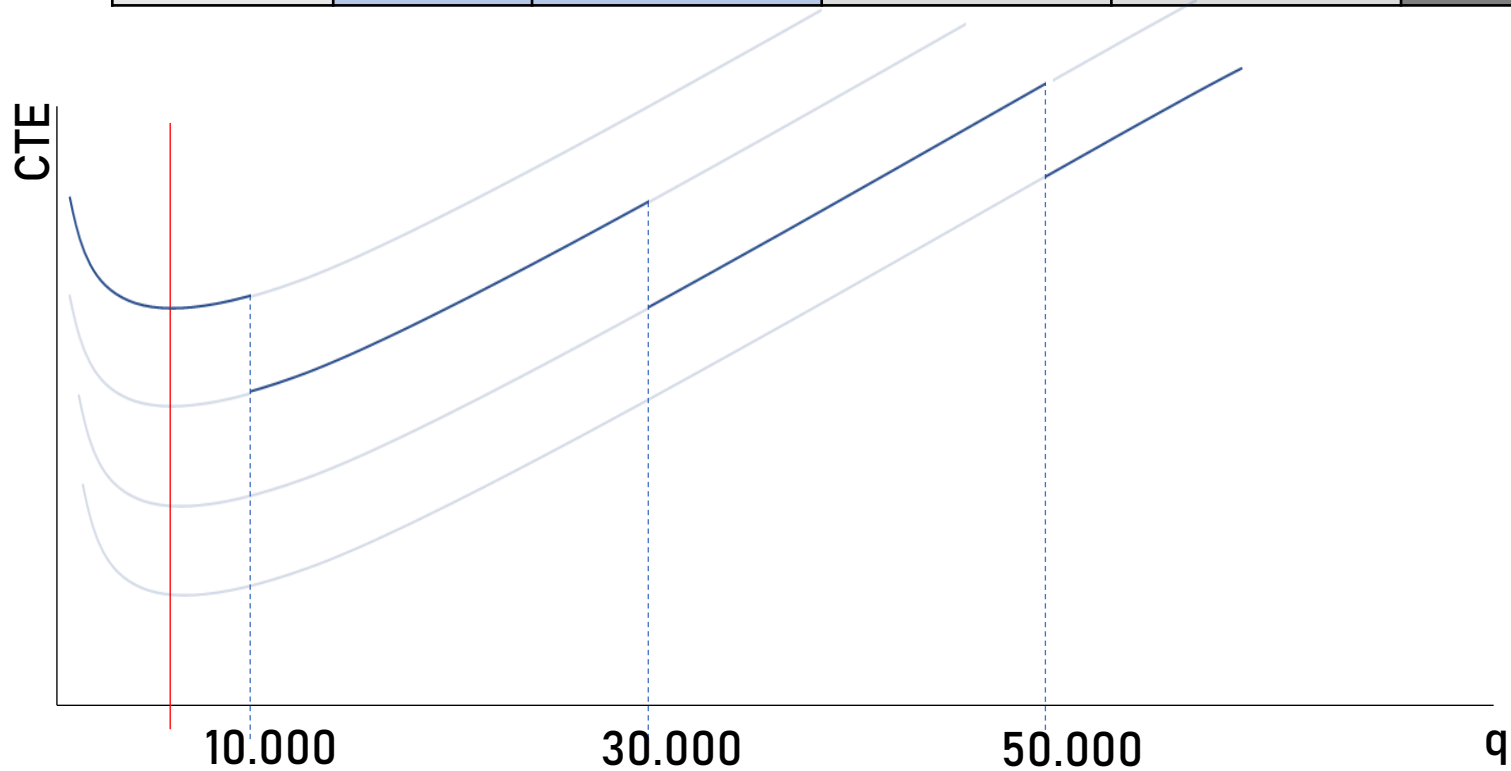
- Sabemos que la función a optimizar es Piecewise (a trozos) y sí tiene óptimos locales.
- Tiene solución analítica en cada intervalo.
- Además, cada uno es convexo y tiene un mínimo global.

$$CTE = \frac{1}{2} * (b_a + b_{(q_i)} * i) * q + \frac{D}{q} * K + b_{(q_i)} * D$$

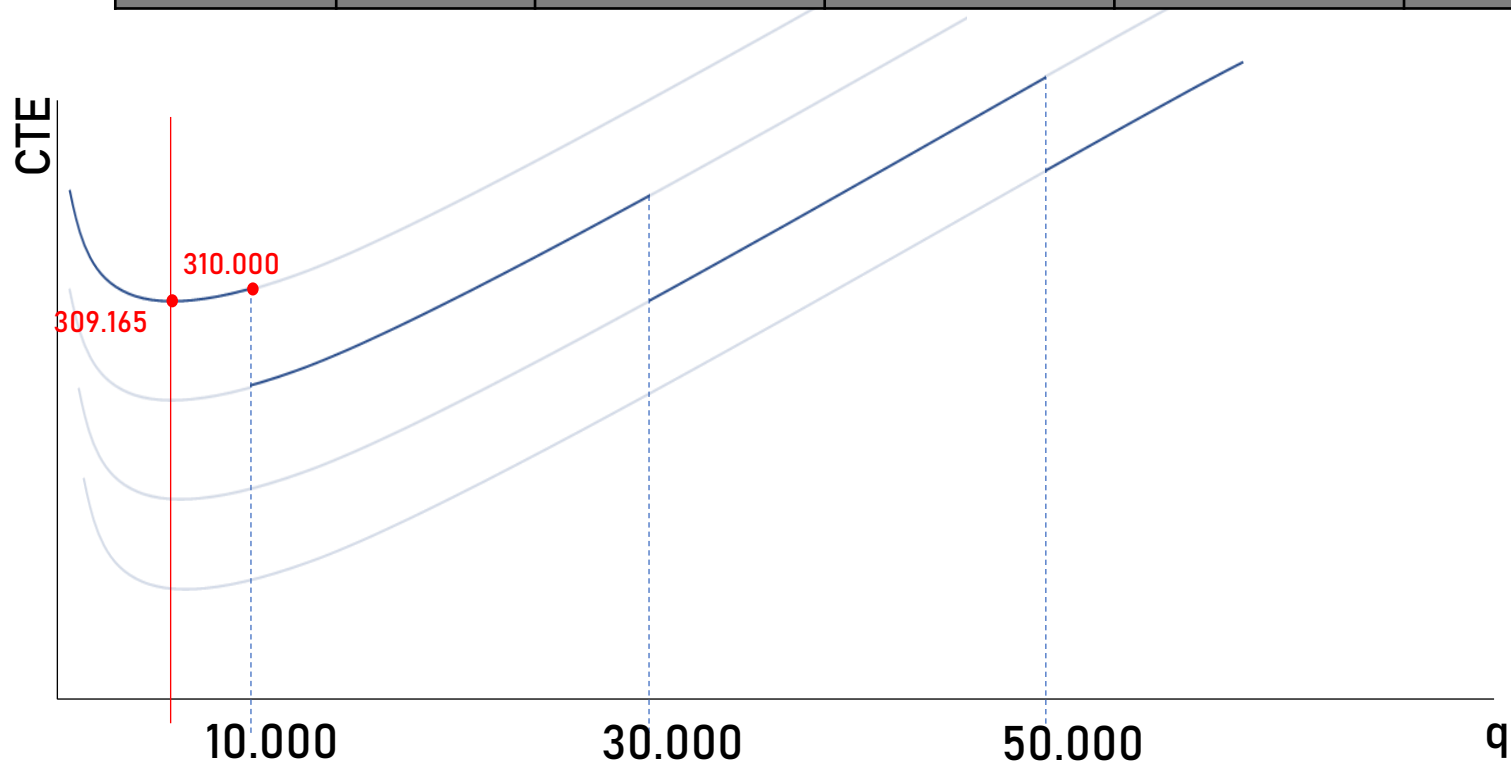
$$q^* = \sqrt{\frac{2 * D * K}{(b_a + b_{(q_i)} * i)}}$$

b_j	q_j^*	CTE_j^*	$q^{MÍN}$	$CTE_j^{q^{MÍN}}$	$q^{MÁX}$	$CTE_j^{q^{MÁX}}$
1 \$/Tn	6.546,53	309.165			10.000	310.000
0,98 \$/Tn	6.555,90	303.152	10.000	303.980	30.000	315.940
0,96 \$/Tn	6.565,32	297.139	30.000	309.880	50.000	323.400
0,94 \$/Tn	6.574,77	291.126	50.000	317.300		

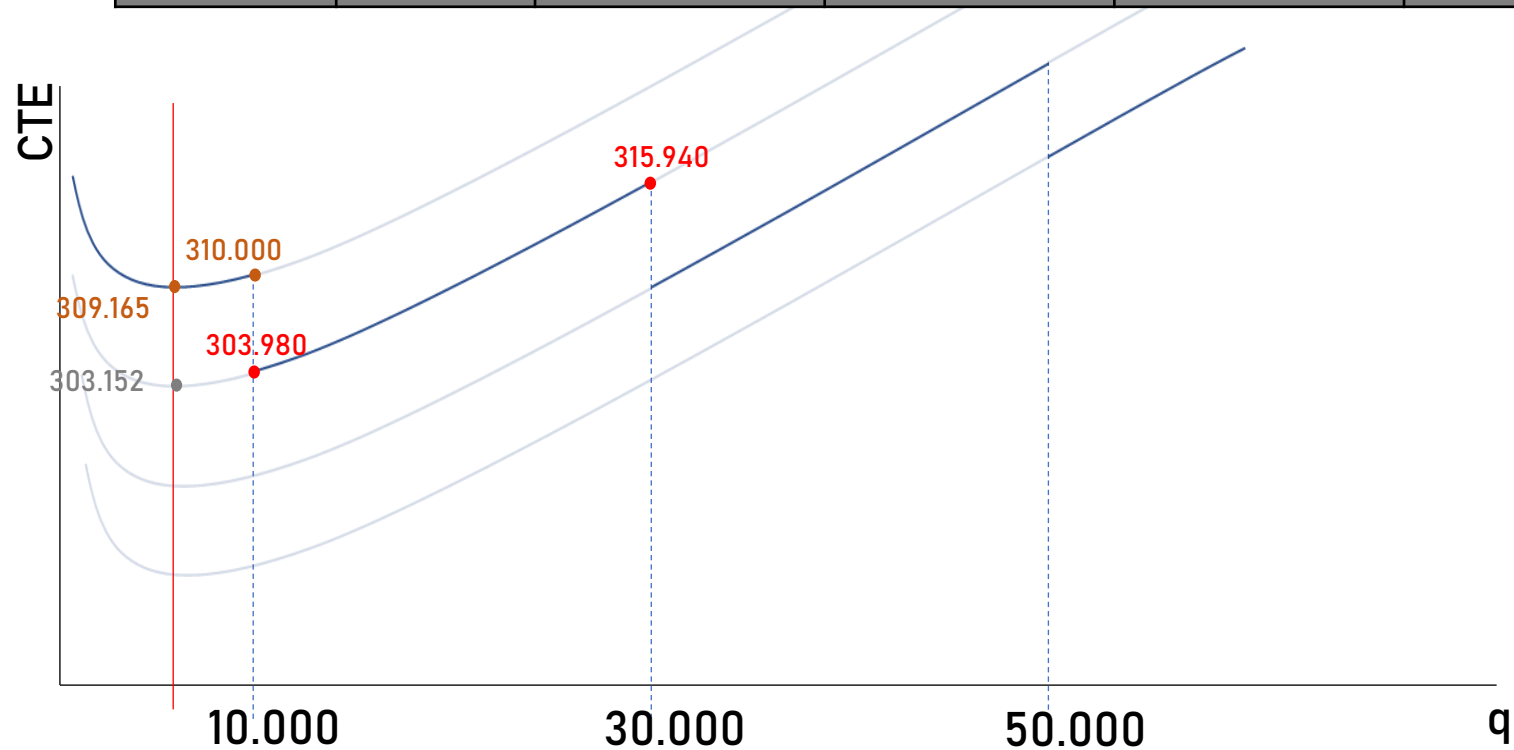
b_j	q_j^*	CTE_j^*	$q^{MÍN}$	$CTE_j^{q^{MÍN}}$	$q^{MÁX}$	$CTE_j^{q^{MÁX}}$
1 \$/Tn	6.546,53	309.165			10.000	310.000
0,98 \$/Tn	6.555,90	303.152	10.000	303.980	30.000	315.940
0,96 \$/Tn	6.565,32	297.139	30.000	309.880	50.000	323.400
0,94 \$/Tn	6.574,77	291.126	50.000	317.300		



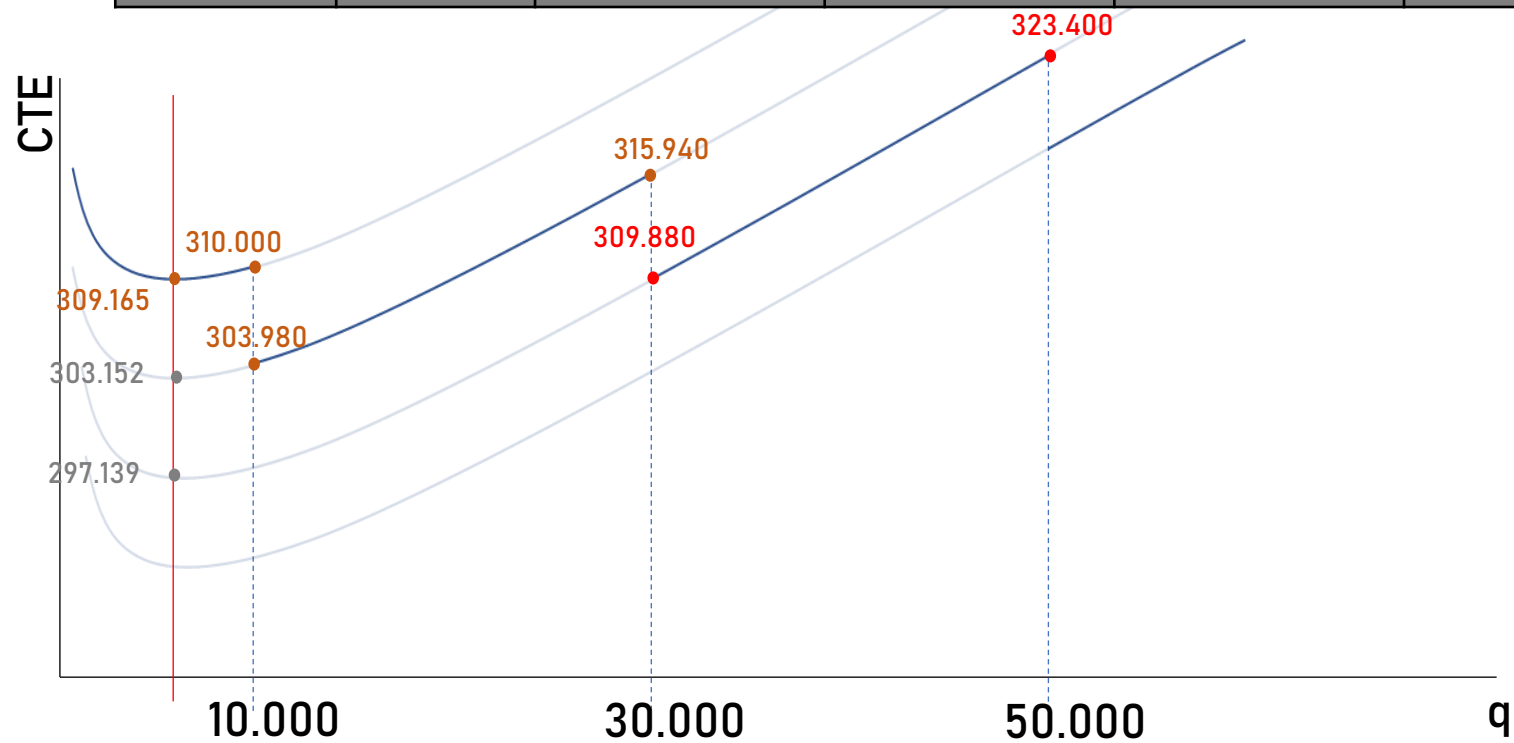
b_j	q_j^*	CTE_j^*	$q^{MÍN}$	$CTE_j^{q^{MÍN}}$	$q^{MÁX}$	$CTE_j^{q^{MÁX}}$
1 \$/Tn	6.546,53	309.165			10.000	310.000
0,98 \$/Tn	6.555,90	303.152	10.000	303.980	30.000	315.940
0,96 \$/Tn	6.565,32	297.139	30.000	309.880	50.000	323.400
0,94 \$/Tn	6.574,77	291.126	50.000	317.300		



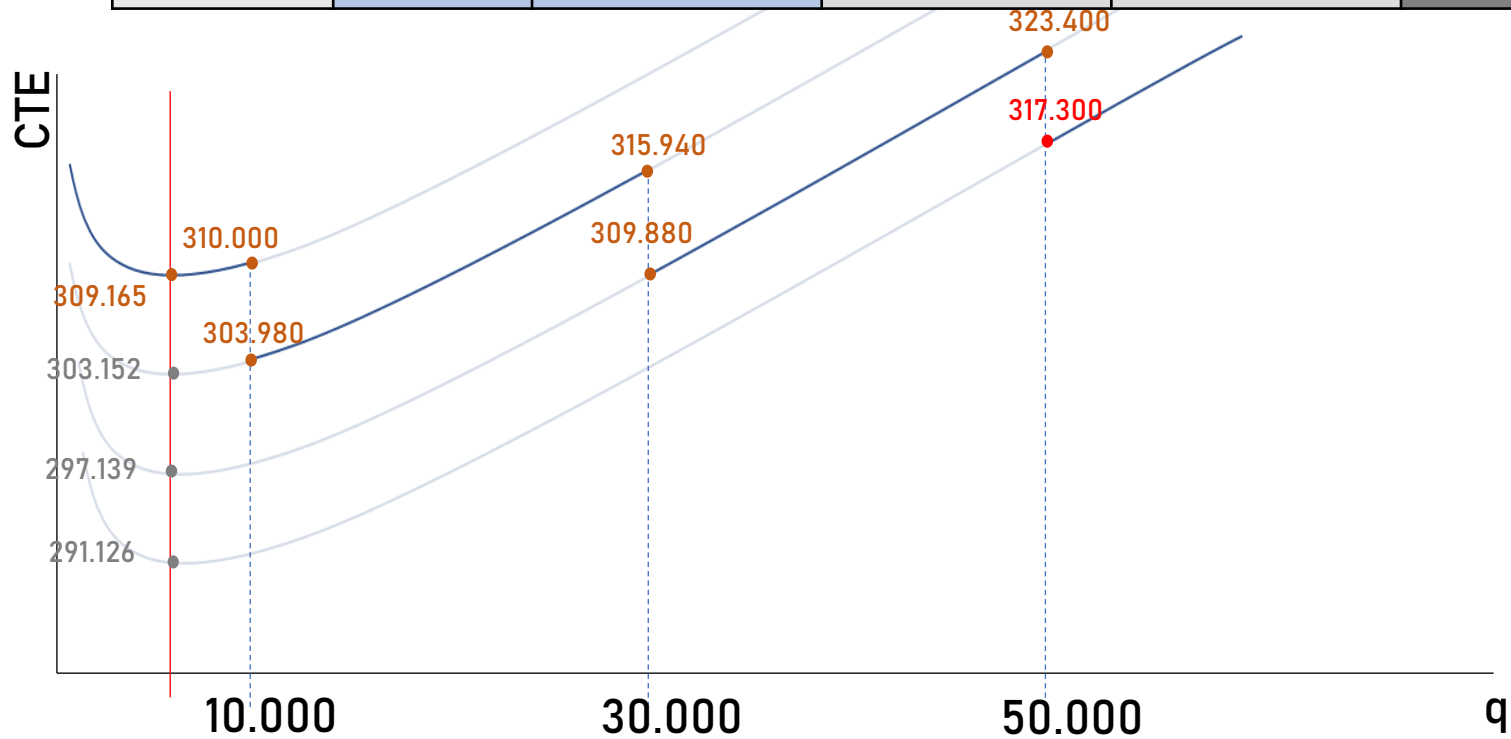
b_j	q_j^*	CTE_j^*	$q^{MÍN}$	$CTE_j^{q^{MÍN}}$	$q^{MÁX}$	$CTE_j^{q^{MÁX}}$
1 \$/Tn	6.546,53	309.165			10.000	310.000
0,98 \$/Tn	6.555,90	303.152	10.000	303.980	30.000	315.940
0,96 \$/Tn	6.565,32	297.139	30.000	309.880	50.000	323.400
0,94 \$/Tn	6.574,77	291.126	50.000	317.300		



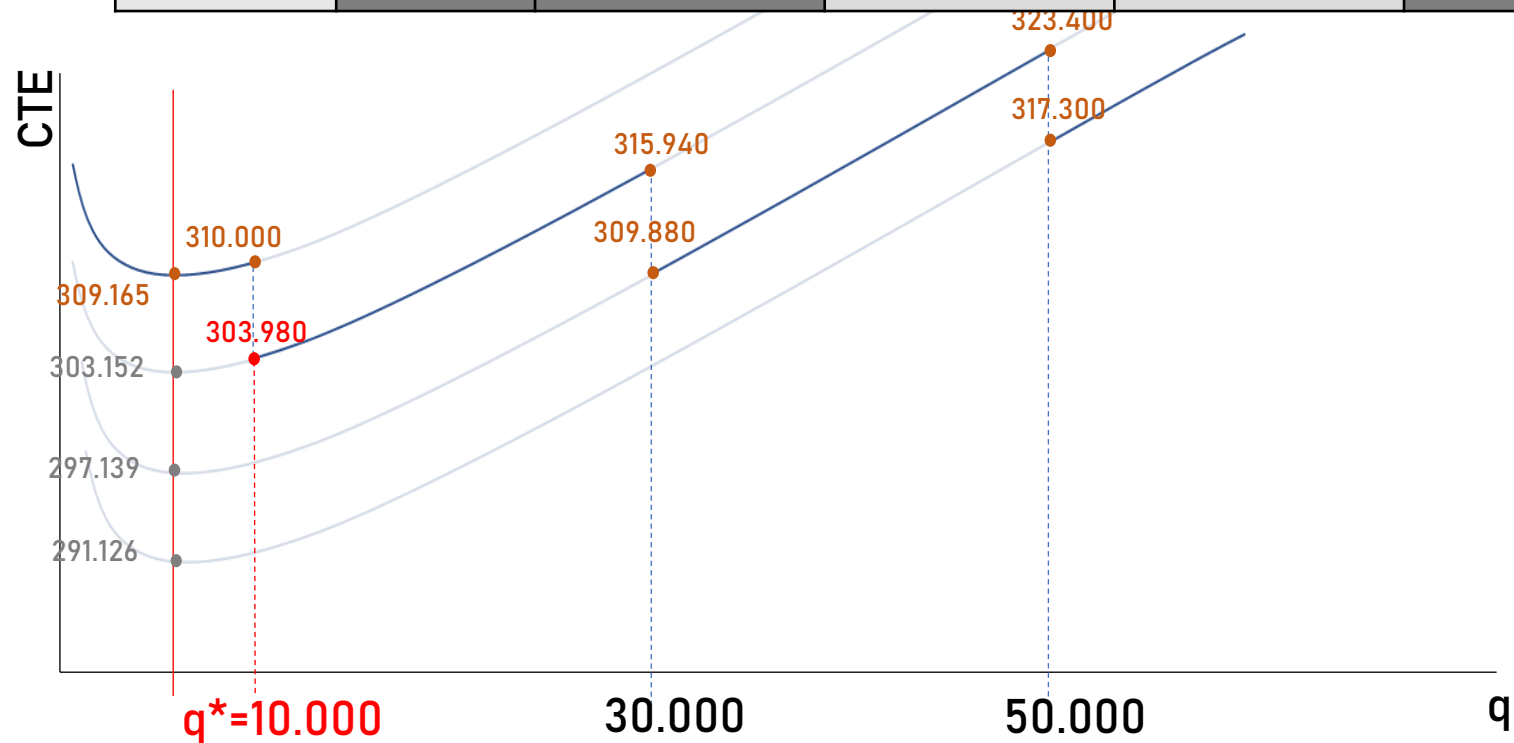
b_j	q_j^*	CTE_j^*	$q^{MÍN}$	$CTE_j^{q^{MÍN}}$	$q^{MÁX}$	$CTE_j^{q^{MÁX}}$
1 \$/Tn	6.546,53	309.165			10.000	310.000
0,98 \$/Tn	6.555,90	303.152	10.000	303.980	30.000	315.940
0,96 \$/Tn	6.565,32	297.139	30.000	309.880	50.000	323.400
0,94 \$/Tn	6.574,77	291.126	50.000	317.300		



b_j	q_j^*	CTE_j^*	$q^{MÍN}$	$CTE_j^{q^{MÍN}}$	$q^{MÁX}$	$CTE_j^{q^{MÁX}}$
1 \$/Tn	6.546,53	309.165			10.000	310.000
0,98 \$/Tn	6.555,90	303.152	10.000	303.980	30.000	315.940
0,96 \$/Tn	6.565,32	297.139	30.000	309.880	50.000	323.400
0,94 \$/Tn	6.574,77	291.126	50.000	317.300		



b_j	q_j^*	CTE_j^*	$q^{MÍN}$	$CTE_j^{q^{MÍN}}$	$q^{MÁX}$	$CTE_j^{q^{MÁX}}$
1 \$/Tn	6.546,53	309.165			10.000	310.000
0,98 \$/Tn	6.555,90	303.152	10.000	303.980	30.000	315.940
0,96 \$/Tn	6.565,32	297.139	30.000	309.880	50.000	323.400
0,94 \$/Tn	6.574,77	291.126	50.000	317.300		



Resultado

- Lote óptimo $q^* = 10.000$
- Costo total estimado $CTE^* = 303.980$
- Cantidad de veces a pedir $n = D/q^* = 30$ veces

Resolución en python



scipy.optimize

- Optimización multivariada local:
`scipy.optimize.minimize(.)`

`res = scipy.optimize.minimize(fun, x0)`
`res.fun` -> valor óptimo
`res.x` -> x del valor óptimo

- Optimización metaheurística:
`scipy.optimize.differential_evolution(.)`
`scipy.optimize.dual_annealing(.)`

...

```
def CTE(q):  
    return <formula CTE(q) no lineal>  
  
res = scipy.optimize.minimize(CTE, x0)
```

```
cte_opt = res.fun  
q_opt = res.x
```

Desafío: Armar el problema visto en Python y optimizarlo con `scipy.optimize.minimize`