# Programación Lineal: Método SIMPLEX con tablas

Rodrigo Maranzana



#### Concepto

El método SIMPLEX con tablas es un tipo de representación del algoritmo.

- Resolución iterativa de problemas lineales.
- Forma didáctica: permite entender cada operación.
- Definición clara de cada componente en las operaciones (ej: variables básicas y no básicas)

#### Ejemplo

Una empresa fabrica el producto A, con una utilidad de 2 \$/u, y el producto B, con una ganancia de 3 \$/u.

El producto A requiere para su fabricación 2 kg de cobre y 1 kg de aluminio. El producto B, en cambio, requiere 1 kg de cobre y 2 kg de aluminio. El máximo disponible de cobre y aluminio es 160 kg y 180 kg, respectivamente.

- Plantear modelo matemático.
- Resolver mediante método de tablas SIMPLEX.



#### Componentes del modelo

Función objetivo: Maximizar la utilidad de un mix de productos A y B.

<u>Tipo:</u> Lineal

Variables de decisión: Cantidad de producto A  $(X_1)$  y B  $(X_2)$ 

<u>Tipo:</u> Lineal

**Restricciones:**  $\blacksquare$  Máximo de materia prima de cobre  $(Y_1)$  y aluminio  $(Y_2)$ 

- Restricciones y variables de decisión Reales
- Positividad

Métodos de resolución posibles:

- Método gráfico
- Algoritmo SIMPLEX
- Algoritmo de punto interior
- Otros algoritmos específicos de asignación de recursos.
- Algoritmos heurísticos.

Método elegido: SIMPLEX



#### Construcción del modelo

Una empresa fabrica el producto A, que le aumenta su utilidad 2 \$ por unidad, y el producto B, que le aumenta la utilidad 3 \$ por unidad.

El producto A requiere de 2 kg de cobre y 1 kg de aluminio. El producto B requiere de 1 kg de cobre y 2 kg de aluminio. El máximo disponible de cobre es 160 kg y el máximo disponible de aluminio es de 180 kg.

$$Max Z = 2X_1 + 3X_2$$
  
 $sujeto a$ :

$$Y_1: 2X_1 + 1X_2 \le 160$$
  
 $Y_2: 1X_1 + 2X_2 \le 180$ 

$$X_1, X_2 \geq 0$$



#### Modelo extendido

$$Max Z = 2X_1 + 3X_2$$
  
 $sujeto a$ :

$$Y_1: 2X_1 + X_2 \le 160$$

$$Y_2$$
:  $X_1 + 2X_2 \le 180$ 

$$X_1, X_2 \geq 0$$

#### Modelo Extendido



$$Max Z = 2X_1 + 3X_2$$
  
 $sujeto a$ :

$$2X_1 + X_2 + X_3 = 160$$
$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$



#### Forma matricial

$$Max Z = 2X_1 + 3X_2$$
  
 $sujeto a$ :

$$2X_1 + X_2 + X_3 = 160$$
$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \ge 0$$

#### Modelo Extendido Matricial



$$Max Z = C^T X$$
 $sujeto a$ :

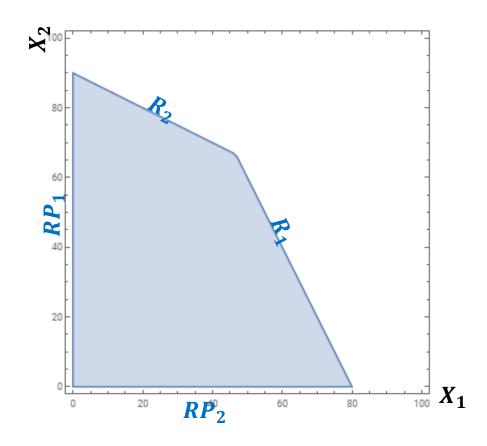
AX = b

#### Valores de matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2\\3\\0\\0 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} X_1\\X_2\\X_3\\X_4 \end{bmatrix}$$

### Representación gráfica



#### Estructura de tabla SIMPLEX

$C_j$					$B_k$
$C_j$ Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B_k}$			$/A_{ij}^{\kappa}$
Z	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>			

$$Max Z = 2X_1 + 3X_2$$
 $sujeto a$ :
 $2X_1 + X_2 + X_3 = 160$ 
 $X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$ 
 $X_1, X_2 \ge 0$ 

$$Max \ Z = C^T X$$
 $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 
 $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$ 
 $AX = b$ 
 $AX = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 
 $AX = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$ 

	$C_{j}$				$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$			$/A_{ij}$
Z	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>			

$$Max Z = 2X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 0X_4$$
 $sujeto a$ :
 $2X_1 + X_2 + X_3 = 160$ 
 $X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$ 
 $X_1, X_2 \ge 0$ 

$$Max \ Z = C^T X$$
 $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 
 $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$ 
 $AX = b$ 
 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 
 $b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$ 

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
$C_j$ Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B_k}$					$/A_{ij}$
Z	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>					

$$Max Z = 2X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 0X_4$$
 $sujeto a$ :
 $2X_1 + 1X_2 + 1X_3 = 160$ 
 $1X_1 + 2X_2 + 1X_4 = 180$ 
 $X_1, X_2 \ge 0$ 

Max 
$$Z = C^T X$$
  
sujeto a: 
$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

$C_j$		2	3	0	0	$B_k$	
$C_j$ Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
Z	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>					

$$Max Z = 2X_1 + 3X_2$$
 $sujeto a$ :
 $2X_1 + 1X_2 + 1X_3 = 160$ 
 $1X_1 + 2X_2 + 1X_4 = 180$ 
 $X_1, X_2 \ge 0$ 

$$Max \ Z = C^T X$$
 $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$ 
 $AX = b$ 
 $AX = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$ 

$C_j$		2	3	0	0	$B_k$	
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
			2	1	1	0	
			1	2	0	1	
Z	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>					

$$Max Z = 2X_1 + 3X_2$$
 $sujeto a$ :
 $2X_1 + X_2 + X_3 = 160$ 
 $X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$ 
 $X_1, X_2 \ge 0$ 

Max 
$$Z = C^T X$$
  
sujeto a: 
$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

$C_j$		2	3	0	0	$B_k$	
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
		160	2	1	1	0	
		180	1	2	0	1	
Z	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>					

$$Max \ Z = 2X_1 + 3X_2$$
 $sujeto \ a$ :
 $2X_1 + X_2 + X_3 = 160$ 
 $X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$ 
 $X_1, X_2 \ge 0$ 

Max 
$$Z = C^T X$$
  
sujeto a: 
$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

$C_j$		2	3	0	0	$B_k$	
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
	$X_3$	160	2	1	1	0	
	$X_4$	180	1	2	0	1	
Z	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>					

$$Max\ Z = 2X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 0X_4$$
 $sujeto\ a$ :
 $2X_1 + X_2 + X_3 = 160$ 
 $X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$ 
 $X_1, X_2 \ge 0$ 

$$Max \ Z = C^T X$$
 $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 
 $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$ 
 $AX = b$ 
 $AX = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 
 $AX = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$ 

$C_j$		2	3	0	0	$B_k$	
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<i>X</i> <sub>3</sub>	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
Z	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>					

$C_{j}$			2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>i</sub> Rase	$R_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<u>V</u> <sub>3</sub>	169	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
Z	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

$$Z_1 = C_3 * A_{11} + C_4 * A_{21} = 0 * 2 + 0 * 1 = 0$$

$$C_1 = 2$$

$$Z_1 - C_1 = 0 - 2 = -2$$



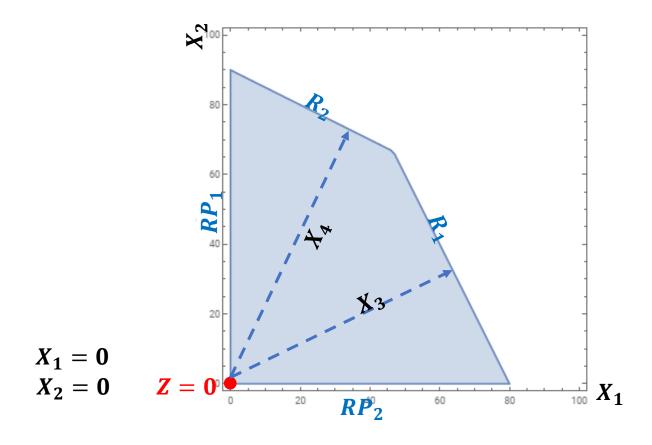
$C_j$		2	3	0	0	$B_k$	
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<i>X</i> <sub>3</sub>	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

$$Z = 0 * 160 + 0 * 180 = 0$$

¡Hay valores negativos, puede mejorar!



#### Representación gráfica (#0)



#### Optimización (#0)

$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$	
C <sub>j</sub> Base	$X_j$ Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<i>X</i> <sub>3</sub>	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

Columna pivote:  $\min(Z_j - C_j)$ 

 $X_2$  el más negativo, entra a la base. ¿Quién sale?



#### Optimización (#0)

$C_j$			2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<i>X</i> <sub>3</sub>	160	2	1	1	0	160
0	$X_4$	180	1	2	0	1	90
0	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

 $B_k / A_{ij}$  (de la columna pivote) =  $B_k / A_{i2}$ 



#### Optimización (#0)

$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$	
$C_j$ Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	160
0	$X_4$	180	1	2	0	1	90
0	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

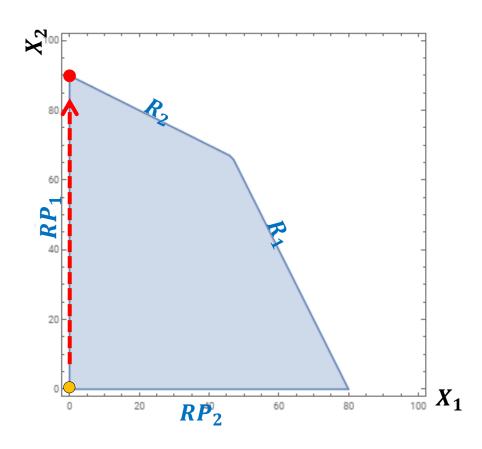
Fila pivote: 
$$\min\left(\frac{B_k}{A_{ij}}\right)$$
, si  $\frac{B_k}{A_{ij}} > 0$ 

 $X_4$  Sale de la base, entra  $X_2$ 

pivote



# Representación gráfica (#0 a #1)



### Optimización (#0 a #1)

Tabla iteración 0

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

Tabla iteración 1

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$						
3	$X_2$						
0	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>					

$C_j$		2	3	0	0	$B_k$	
$C_j$ Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ –	$-C_j$	-2	-3	0	0	

Actualizar valores de la fila pivote: 
$$B'_{kp} = B_{kp}/A_{ipjp}$$
 
$$A'_{ipj} = A_{ipj}/A_{ipjp}$$
 Valores de la fila pivote Valor pivote



	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<i>X</i> <sub>3</sub>	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180 <sub>90</sub>	1 <mark>0.5</mark>	2 <mark>1</mark>	0 0	1 0.5	5
0	$Z_j$ –	C	-2	-3	0	0	

Actualizar valores de la fila pivote:  $B'_{k_p}=B_{k_p}/A_{i_pj_p}$   $A'_{i_pj}=A_{i_pj}/A_{i_pj_p}$  Valores de la fila pivote Valor pivote

Tabla iteración 0

Tabla iteración 1

	$C_{j}$			3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	C <sub>j</sub> X <sub>j</sub> Base	$B_k$	<b>2</b>	3 X <sub>2</sub>	<b>O</b> X <sub>3</sub>	<b>0</b> X <sub>4</sub>	$B_k$ $/A_{ij}$
<i>C<sub>j</sub> Base</i>		$B_k$					
	X <sub>j</sub> Base	<i>B</i> <sub><i>k</i></sub>					

$C_{j}$			2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
$C_j$ Base	$X_j$ Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<i>X</i> <sub>3</sub>	160 <sub>70</sub>	2	<b>→</b> 1)-	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote

$$B'_k = B_k - \frac{B_{k_p} * A_{ij_p}}{A_{i_p j_p}} \longrightarrow$$
 Valor de la columna pivote Valor a actualizar

Tabla iteración 0

Tabla iteración 1

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	C <sub>j</sub> X <sub>j</sub> Base	$B_k$	<b>2</b>	3 X <sub>2</sub>	<b>O</b> X <sub>3</sub>	<b>0</b> X <sub>4</sub>	$B_k$ $/A_{ij}$
<i>C<sub>j</sub> Base</i>	,	<i>B</i> <sub>k</sub> 70					
	X <sub>j</sub> Base						

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote  $A'_{ij} = A_{ij} - \frac{A_{ipj} * A_{ijp}}{A_{ipjp}} \longrightarrow \text{Valor de la columna pivote}$  Valor pivote Valor a actualizar

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	$X_j$ Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2 1.5	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	<b>7</b> 0	1	
0	$Z_j$ –	$-C_j$	-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote  $A'_{ij} = A_{ij} - \frac{A_{ipj} * A_{ijp}}{A_{ipjp}} \longrightarrow \text{Valor de la columna pivote}$  Valor pivote Valor a actualizar

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	$X_j$ Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	<i>X</i> <sub>3</sub>	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<i>X</i> <sub>3</sub>	160	2 1.5	5 100	1	0-0.	<mark>5</mark>
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote  $A'_{ij} = A_{ij} - \frac{A_{ipj} * A_{ijp}}{A_{ipjp}} \longrightarrow \text{Valor de la columna pivote}$  Valor pivote Valor a actualizar

Tabla iteración 0

Tabla iteración 1

$C_{j}$			2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	C <sub>j</sub> X <sub>j</sub> Base	$B_k$	2 X <sub>1</sub>	<b>3</b> X <sub>2</sub>	<b>0</b> X <sub>3</sub>	<b>0</b> X <sub>4</sub>	$B_k$ $/A_{ij}$
<b>C</b> <sub>j</sub> <b>Base</b>	,	<b>B</b> <sub>k</sub> 70					
	X <sub>j</sub> Base		$X_1$	<i>X</i> <sub>2</sub>	<i>X</i> <sub>3</sub>	$X_4$	

$C_{j}$			2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	(-3)	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote 
$$(Z_j-C_j)'=(Z_j-C_j)-\frac{A_{i_pj}*(Z_{j_p}-C_{j_p})}{A_{i_pj_p}}$$
 Valor a actualizar Valor pivote

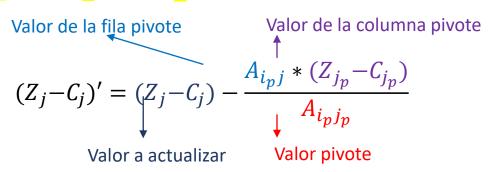
$C_{j}$			2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	<b>~</b> 0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2 <sub>0</sub>	-3	) <sub>0</sub>	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote  $(Z_j-C_j)'=(Z_j-C_j)-\frac{A_{i_pj}*(Z_{j_p}-C_{j_p})}{A_{i_pj_p}}$  Valor a actualizar Valor pivote

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	(-3)	0	0	
			-0.5	$\frac{1}{0}$	0	<b>1.5</b>	

Actualizar valores del resto de las filas:



			. /	4
lab	la	ıter	ación	

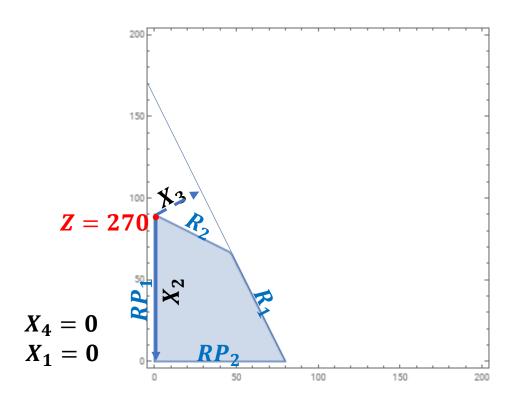
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	160	2	1	1	0	
0	$X_4$	180	1	2	0	1	
0	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-2	-3	0	0	
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	C <sub>j</sub> X <sub>j</sub> Base	$B_k$	<b>2</b> X <sub>1</sub>	3 X <sub>2</sub>	<b>O</b> X <sub>3</sub>	<b>0</b> X <sub>4</sub>	$B_k$ $/A_{ij}$
<b>C</b> <sub>j</sub> <b>Base</b>	,	<i>B</i> <sub>k</sub> 70					
	X <sub>j</sub> Base		<i>X</i> <sub>1</sub>	<i>X</i> <sub>2</sub>	<i>X</i> <sub>3</sub>	$X_4$	

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	70	1.5	0	1	-0.5	
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	
270	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-0.5	0	0	1.5	

$$Z = 0 * 70 + 3 * 90 = 270$$

¡Hay valores negativos, puede mejorar!

# Representación gráfica (#1)



	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<i>X</i> <sub>3</sub>	70	1.5	0	1	-0.5	
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	
270	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-0.5	0	0	1.5	

 $X_1$  Columna pivote, entra a la base



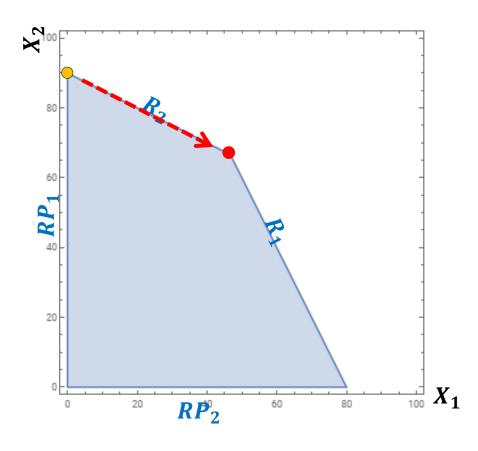
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	$X_j$ Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>	-0.5	0	0	1.5	

Calculamos  $B_k / A_{ij}$ 

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j$ -	- <i>C<sub>j</sub></i>	-0.5	0	0	1.5	

El menor positivo  $B_k / A_{ij}$  es el saliente,  $X_3$ . Entra  $X_1$ 

# Representación gráfica (#1 a #2)



### Optimización (#1 a #2)

Tabla iteración 1

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-0.5	0	0	1.5	
	0						
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	X <sub>2</sub>	$X_3$	X <sub>4</sub>	$B_k$ $/A_{ij}$
C <sub>j</sub> Base	,	$B_k$					
	X <sub>j</sub> Base	$B_k$					

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B_k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	<i>X</i> <sub>3</sub>	70 <sub>46.0</sub>	1.5 1	0	0.6	7 -0.5	46.67
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-0.5	0	0	1.5	

Actualizamos la fila pivote 
$$B'_{kp} = B_{kp}/A_{ipjp}$$
 
$$A'_{ipj} = A_{ipj}/A_{ipjp}$$
 Valores de la fila pivote Valor pivote

Tabla iteración 1

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-0.5	0	0	1.5	
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	C <sub>j</sub> X <sub>j</sub> Base	$B_k$	<b>2</b>	3 X <sub>2</sub>	<b>O</b> X <sub>3</sub>	<b>O</b> X <sub>4</sub>	$B_k$ $/A_{ij}$
C <sub>j</sub> Base	,	<i>B</i> <sub>k</sub> 46.67					
	X <sub>j</sub> Base		$X_1$	<i>X</i> <sub>2</sub>	<i>X</i> <sub>3</sub>	$X_4$	

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	$X_2$	90	0.5	1 1	0_0	0.5	180.00
270	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-0.5	0	0	1.5	<del>,</del>

Actualizamos el resto de las filas:

Valor de la fila Valor de la columna pivote 
$$B'_{k} = B_{k} - \frac{B_{kp} * A_{ijp}}{A_{ipjp}} \quad A'_{ij} = A_{ij} - \frac{A_{ipj} * A_{ijp}}{A_{ipjp}}$$
 Valor a actualizar Valor pivote

Tabla iteración 1

	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j$ –	- <i>C<sub>j</sub></i>	-0.5	0	0	1.5	
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	C <sub>j</sub> X <sub>j</sub> Base	$B_k$	<b>2</b> X <sub>1</sub>	3 X <sub>2</sub>	<b>O</b> X <sub>3</sub>	<b>0</b> X <sub>4</sub>	$B_k / A_{ij}$
C <sub>j</sub> Base	,	<b>B</b> <sub>k</sub> 46.67					
	X <sub>j</sub> Base		<i>X</i> <sub>1</sub>	<i>X</i> <sub>2</sub>	<i>X</i> <sub>3</sub>	<i>X</i> <sub>4</sub>	

$C_{j}$			2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		0.5		000.	1.5 1.	. <mark>33</mark>

Actualizamos el resto de las filas:

Valor de la fila pivote Valor de la columna pivote  $(Z_j - C_j)' = (Z_j - C_j) - \frac{A_{i_p j} * (Z_{j_p} - C_{j_p})}{A_{i_p j_p}}$  Valor a actualizar Valor pivote

Tabla iteración 1

$C_{j}$			2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$\boldsymbol{B}_{k}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
0	$X_3$	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	$X_2$	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	
	$C_{j}$		2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	C <sub>j</sub> X <sub>j</sub> Base	$B_k$	<b>2</b>	<b>3</b> X <sub>2</sub>	<b>O</b> X <sub>3</sub>	<b>O</b> X <sub>4</sub>	$B_k / A_{ij}$
C <sub>j</sub> Base	,	<i>B<sub>k</sub></i> 46.67					
	X <sub>j</sub> Base		<i>X</i> <sub>1</sub>	<i>X</i> <sub>2</sub>	<i>X</i> <sub>3</sub>	$X_4$	

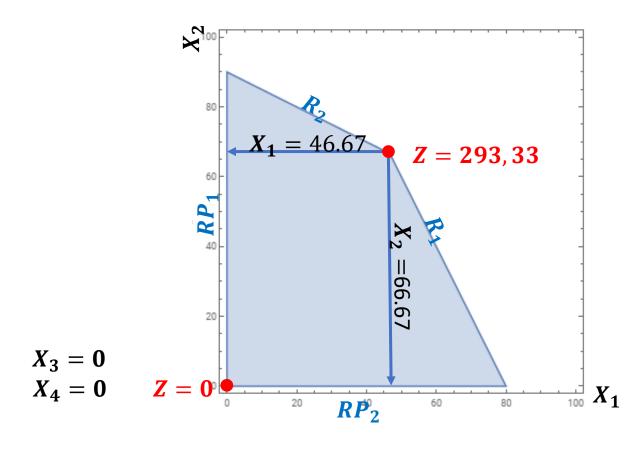
$C_{j}$			2	3	0	0	$B_k$
C <sub>j</sub> Base	X <sub>j</sub> Base	$B_k$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$/A_{ij}$
2	$X_1$	46.67	1	0	0.67	-0.33	
3	$X_2$	66.67	0	1	-0.33	0.67	
293.33	$Z_j - C_j$		0	0	0.33	1.33	

$$Z = 2 * 46.67 + 3 * 66.67 = 293.33$$

No hay valores negativos, las variables slack salieron de la base, jes el óptimo!



### Representación gráfica (#2)



#### Conclusión

Dado el modelo formulado, bajo las suposiciones tomadas al principio:

Se logró maximizar la solución para cantidades de producto A y B de  $X_1^*=46.67$  y  $X_2^*=66.67$  respectivamente; con un ingreso máximo de  $Z^*=\$293.33$