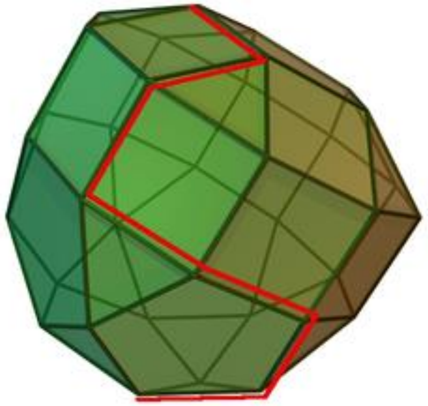
Programación Lineal: Variables Ficticias en Método SIMPLEX

Rodrigo Maranzana

Conceptos iniciales y repaso

SIMPLEX es un método de resolución de problemas lineales.

- Minimiza la ruta de búsqueda a través de los vértices de un poliedro convexo.



Fuente: https://en.wikipedia.org/wiki/Simplex_algorithm

Suposiciones del método SIMPLEX

- Variables continuas
- Solo puede trabajar con variables positivas.

SIMPLEX con restricciones de $\leq$ siempre comienza la búsqueda (iteración #0):

- Dentro del espacio de factibilidad.
- Con las variables slack en la base: origen de coordenadas.

Ejemplo disparador

$$\begin{aligned} &Max\ Z = 4X_1 + 3X_2 \\ &sujeto\ a: \\ &\quad Y_1:\ 6X_1 + 16X_2 \geq 108 \\ &\quad Y_2:\ 12X_1 + 6X_2 \geq 89 \\ &\quad Y_3:\ 2X_1 + X_2 \leq 160 \\ &\quad Y_4:\ X_1 + 2X_2 \leq 180 \\ &\qquad X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Modelo Extendido

$$\begin{aligned} &Max\ Z = 4X_1 + 3X_2 \\ &sujeto\ a: \\ &\quad Y_1:\ 6X_1 + 16X_2 - X_3 = 108 \\ &\quad Y_2:\ 12X_1 + 6X_2 - X_4 = 89 \\ &\quad Y_3:\ 2X_1 + X_2 + X_5 = 160 \\ &\quad Y_4:\ X_1 + 2X_2 + X_6 = 180 \\ &\qquad X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

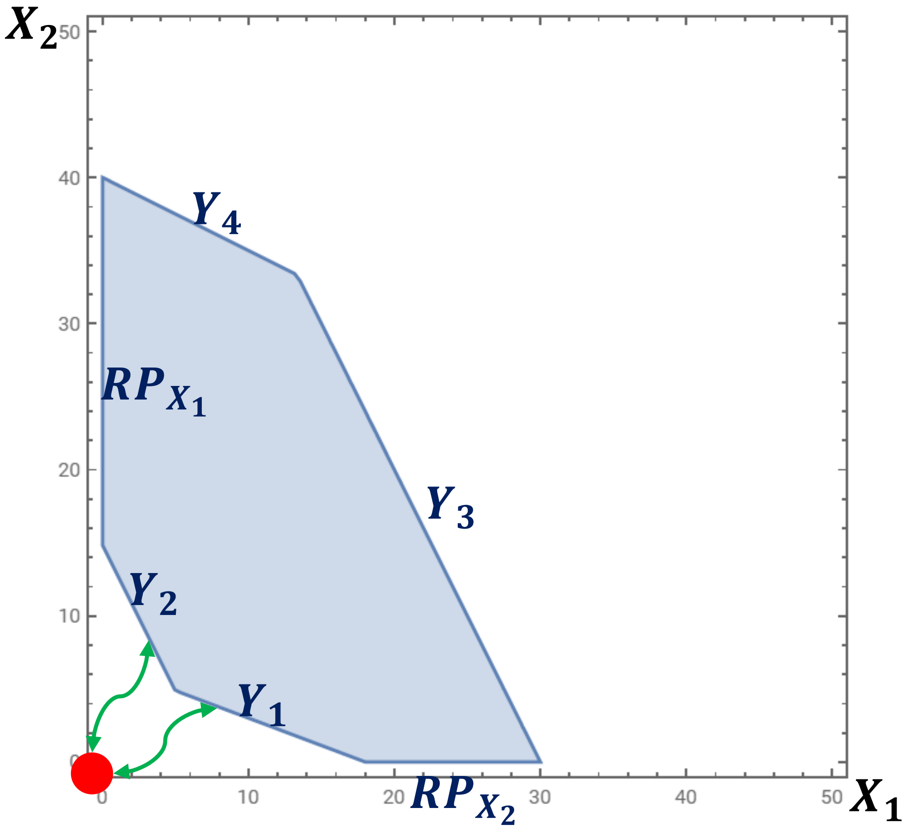
Ejemplo disparador

$$Max\ Z = 4X_1 + 3X_2$$
sujeto a:

$$\begin{aligned}
Y_1&: \quad 6X_1 + 16X_2 - X_3 = 108\\
Y_2&: \quad 12X_1 + 6X_2 - X_4 = 89\\
Y_3&: \quad 2X_1 + X_2 + X_5 = 160\\
Y_4&: \quad X_1 + 2X_2 + X_6 = 180
\end{aligned}$$

Variables no básicas (#0) Variables básicas (#0)

$$X_1, X_2 \geq 0$$



- Inicio de búsqueda en origen de coordenadas fuera del espacio de factibilidad.
- Variable slack negativa, fuera del espacio de factibilidad.

RP_i: restricciones de positividad

Variables Ficticias en restricciones

$$
\begin{array}{lllllllll}
Y_1: & 6X_1 + 16X_2 & -X_3 & & & & +u_1 & & = 108 \\
Y_2: & 12X_1 + 6X_2 & & -X_4 & & & & +u_2 & = 89 \\
Y_3: & 2X_1 + X_2 & & & +X_5 & & & & = 160 \\
Y_4: & X_1 + 2X_2 & & & & +X_6 & & & = 180
\end{array}
$$

Variables no básicas (#0)

Variables básicas (#0)

$$X_1, X_2 \geq 0$$

- Variables Ficticias (u_j) para salvar la negatividad de la variable.
- Inicio de búsqueda punto factible.

Variables Ficticias en función objetivo

$$\xleftarrow{\qquad} \text{Variables slack} \xrightarrow{\qquad}$$

$$\boldsymbol{Max\ Z = 4X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6} \boxed{\boldsymbol{- Mu_1 - Mu_2}}$$

En la función objetivo representan un término de penalización.

- Variables Ficticias (u_j) agregadas en función objetivo.
- No son una variable original del problema, son un *artilugio algorítmico*:
  - Si el problema las selecciona es penalizado M veces.
  - M es un número muy grande.
  - El signo tiene la dirección contraria de optimización: (-M) si max; (+M) si min.

Problema de optimización LP

$$Max\ Z = 4X_1 + 3X_2 - Mu_1 - Mu_2$$

$$sujeto\ a:$$

$$\begin{array}{llllllll}
Y_1: & 6X_1 + 16X_2 & -X_3 & & & & +u_1 & & = 108 \\
Y_2: & 12X_1 + 6X_2 & & -X_4 & & & & +u_2 & = 89 \\
Y_3: & 2X_1 + X_2 & & & +X_5 & & & & = 160 \\
Y_4: & X_1 + 2X_2 & & & & +X_6 & & & = 180
\end{array}$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Modelo Matricial

$$\boldsymbol{Max\ Z = 4X_1 + 3X_2 - Mu_1 - Mu_2}$$
sujeto a:

$$\begin{array}{lllllllll}
Y_1: & 6X_1 + 16X_2 & -X_3 & & & & +u_1 & & = 108 \\
Y_2: & 12X_1 + 6X_2 & & -X_4 & & & & +u_2 & = 89 \\
Y_3: & 2X_1 + X_2 & & & +X_5 & & & & = 160 \\
Y_4: & X_1 + 2X_2 & & & & +X_6 & & & = 180
\end{array}$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\boldsymbol{Max\ Z = C^T X}$$
sujeto a:

$$AX = b$$

$$X \geq 0$$

<u>Valores de matrices:</u>

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 16 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 12 & 6 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 108 \\ 89 \\ 160 \\ 180 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -M \\ -M \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Tablas SIMPLEX

$$\mathbf{Max\ Z = 4X_1 + 3X_2 - Mu_1 - Mu_2}$$

sujeto a:

$$\begin{aligned}
&Y_1: \quad 6X_1 + 16X_2 - X_3 + u_1 = 108\\
&Y_2: \quad 12X_1 + 6X_2 - X_4 + u_2 = 89\\
&Y_3: \quad 2X_1 + X_2 + X_5 = 160\\
&Y_4: \quad X_1 + 2X_2 + X_6 = 180\\
&X_1, X_2 \geq 0
\end{aligned}$$

$$\mathbf{Max\ Z = C^T X}$$

sujeto a:

$$\mathbf{AX = b}$$

$$\mathbf{X \geq 0}$$

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 16 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 12 & 6 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -M \\ -M \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 108 \\ 89 \\ 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k/A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
-M	u_1	108	6	16	-1	0	0	0	1	0	
-M	u_2	89	12	6	0	-1	0	0	0	1	
0	X_5	160	2	1	0	0	1	0	0	0	
0	X_6	180	1	2	0	0	0	1	0	0	
Z	$Z_j - C_j$										

Iteración #0

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k/A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
-M	u_1	108	6	16	-1	0	0	0	1	0	
-M	u_2	89	12	6	0	-1	0	0	0	1	
0	X_5	160	2	1	0	0	1	0	0	0	
0	X_6	180	1	2	0	0	0	1	0	0	
$-197M$	$Z_j - C_j$		-18M-4	-22M-3	M	M	0	0	0	0	

Resolvemos $Z_j - C_j$ y valor del funcional Z

Existen variables no básicas con $Z_j - C_j$ negativo, ¡Z puede mejorar!

Seleccionamos $\boldsymbol{X_2}$ para entrar a la base

Iteración #0

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
-M	u_1	108	6	16	-1	0	0	0	1	0	**6.75**
-M	u_2	89	12	6	0	-1	0	0	0	1	**14.83**
0	X_5	160	2	1	0	0	1	0	0	0	**160.00**
0	X_6	180	1	2	0	0	0	1	0	0	**90.00**
Z	$Z_j - C_j$		**-18M-4**	**-22M-3**	**M**	**M**	**0**	**0**	**0**	**0**	

Resolvemos B_k / A_{ij}

Mínimo positivo B_k / A_{ij} en $\boldsymbol{u_1}$

Sale $\boldsymbol{u_1}$, entra $\boldsymbol{X_2}$

Actualización #0 a #1

Tabla #0

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j ***Base***	X_j ***Base***	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
-M	u_1	108	6	16	-1	0	0	0	1	0	6.75
-M	u_2	89	12	6	0	-1	0	0	0	1	14.83
0	X_5	160	2	1	0	0	1	0	0	0	160.00
0	X_6	180	1	2	0	0	0	1	0	0	90.00
Z	$Z_j - C_j$		**-18M-4**	**-22M-3**	**M**	**M**	**0**	**0**	**0**	**0**	

Tabla #1

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j ***Base***	X_j ***Base***	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
3	X_2	**6.75**	**0.375**	**1**	**-0.062**	**0**	**0**	**0**	**0.062**	**0**	
-M	u_2	**48.50**	**9.750**	**0**	**0.375**	**-1**	**0**	**0**	**-0.375**	**1**	
0	X_5	**153.25**	**1.625**	**0**	**0.062**	**0**	**1**	**0**	**-0.062**	**0**	
0	X_6	**166.5**	**0.250**	**0**	**0.125**	**0**	**0**	**1**	**-0.125**	**0**	
Z	$Z_j - C_j$		**-9.75M -2.875**	**0**	**-0.37M -0.187**	**M**	**0**	**0**	**1.37M +0.187**	**0**	

Iteración #1

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
3	X_2	**6.75**	0.375	1	-0.062	0	0	0	0.062	0	
-M	u_2	**48.50**	9.750	0	0.375	-1	0	0	-0.375	1	
0	X_5	**153.25**	1.625	0	0.062	0	1	0	-0.062	0	
0	X_6	**166.5**	0.250	0	0.125	0	0	1	-0.125	0	
$-48.5M + 20.25$	$Z_j - C_j$		**-9.75M -2.875**	**0**	**-0.37M -0.187**	**M**	**0**	**0**	**1.37M +0.187**	**0**	

Resolvemos $Z_j - C_j$ y valor del funcional Z

Existen variables no básicas con $Z_j - C_j$ negativo, ¡Z puede mejorar!

Seleccionamos $\boldsymbol{X_1}$ para entrar a la base

Iteración #1

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k/A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
3	X_2	**6.75**	0.375	1	-0.062	0	0	0	0.062	0	**18.00**
-M	u_2	**48.50**	9.750	0	0.375	-1	0	0	-0.375	1	**4.97**
0	X_5	**153.25**	1.625	0	0.062	0	1	0	-0.062	0	**92.88**
0	X_6	**166.5**	0.250	0	0.125	0	0	1	-0.125	0	**666.00**
$-48.5M + 20.25$	$Z_j - C_j$		**-9.75M -2.875**	**0**	**-0.37M -0.187**	**M**	**0**	**0**	**1.37M +0.187**	**0**	

Resolvemos $B_k\ /A_{ij}$

Mínimo positivo $B_k\ /A_{ij}$ en $\boldsymbol{u_2}$

Sale $\boldsymbol{u_2}$, entra $\boldsymbol{X_1}$

Actualización #1 a #2

Tabla #1

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
3	X_2	**6.75**	0.375	1	-0.062	0	0	0	0.062	0	18.00
-M	u_2	**48.50**	9.750	0	0.375	-1	0	0	-0.375	1	4.97
0	X_5	**153.25**	1.625	0	0.062	0	1	0	-0.062	0	92.88
0	X_6	**166.5**	0.250	0	0.125	0	0	1	-0.125	0	666.00
$-48.5M + 20.25$	$Z_j - C_j$		**-9.75M -2.875**	**0**	**-0.37M -0.187**	**M**	**0**	**0**	**1.37M +0.187**	**0**	

Tabla #2

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
3	X_2	**4.88**	**0**	**1**	**-0.077**	**0.038**	**0**	**0**	**0.077**	**-0.038**	
4	X_1	**4.97**	**1**	**0**	**0.038**	**-0.102**	**0**	**0**	**-0.038**	**0.102**	
0	X_5	**145.17**	**0**	**0**	**0**	**0.167**	**1**	**0**	**0**	**-0.166**	
0	X_6	**165.26**	**0**	**0**	**0.115**	**0.025**	**0**	**1**	**-0.115**	**-0.025**	
Z	$Z_j - C_j$		**0**	**0**	**-0.076**	**-0.294**	**0**	**0**	**M +0.076**	**M +0.294**	

Iteración #2

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
3	X_2	**4.88**	0	1	-0.077	0.038	0	0	0.077	-0.038	
4	X_1	**4.97**	1	0	0.038	-0.102	0	0	-0.038	0.102	
0	X_5	**145.17**	0	0	0	0.167	1	0	0	-0.166	
0	X_6	**165.26**	0	0	0.115	0.025	0	1	-0.115	-0.025	
34.52	$Z_j - C_j$		0	0	**-0.076**	**-0.294**	0	0	M +0.076	M +0.294	

Resolvemos $Z_j - C_j$ y valor del funcional Z

Existen variables no básicas con $Z_j - C_j$ negativo, ¡Z puede mejorar!

Seleccionamos $\boldsymbol{X_4}$ para entrar a la base

Iteración #2

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
3	X_2	**4.88**	0	1	-0.077	0.038	0	0	0.077	-0.038	**128.42**
4	X_1	**4.97**	1	0	0.038	-0.102	0	0	-0.038	0.102	**-497.00**
0	X_5	**145.17**	0	0	0	0.167	1	0	0	-0.166	**869.28**
0	X_6	**165.26**	0	0	0.115	0.025	0	1	-0.115	-0.025	**6610.4**
34.52	$Z_j - C_j$		0	0	**-0.076**	**-0.294**	0	0	M +0.076	M +0.294	

Resolvemos B_k / A_{ij}

Mínimo positivo B_k / A_{ij} en X_2

Sale X_2, entra X_4

UTN.BA

Actualización #2 a #3

Tabla #2

		C_j	4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
3	X_2	**4.88**	0	1	-0.077	0.038	0	0	0.077	-0.038	128.42
4	X_1	**4.97**	1	0	0.038	-0.102	0	0	-0.038	0.102	-497.00
0	X_5	**145.17**	0	0	0	0.167	1	0	0	-0.166	869.28
0	X_6	**165.26**	0	0	0.115	0.025	0	1	-0.115	-0.025	6610.4
34.52	$Z_j - C_j$		0	0	-0.076	-0.294	0	0	M +0.076	M +0.294	

Tabla #3

		C_j	4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**128.42**	**0**	**26.31**	**-2.026**	**1**	**0**	**0**			
4	X_1	**18.07**	**1**	**2.667**	**-0.167**	**0**	**0**	**0**			
0	X_5	**123.72**	**0**	**-4.334**	**0.334**	**0**	**1**	**0**			
0	X_6	**162.05**	**0**	**-0.667**	**0.167**	**0**	**0**	**1**			
Z	$Z_j - C_j$		**0**	**7.667**	**-0.667**	**0**	**0**	**0**			

Iteración #3

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**128.42**	0	26.31	-2.026	1	0	0			
4	X_1	**18.07**	1	2.667	-0.167	0	0	0			
0	X_5	**123.72**	0	-4.334	0.334	0	1	0			
0	X_6	**162.05**	0	-0.667	0.167	0	0	1			
72.28	$Z_j - C_j$		**0**	**7.667**	**-0.667**	**0**	**0**	**0**			

Resolvemos $Z_j - C_j$ y valor del funcional Z

Existen variables no básicas con $Z_j - C_j$ negativo, ¡Z puede mejorar!

Seleccionamos $\boldsymbol{X_3}$ para entrar a la base

Iteración #3

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k $/A_{ij}$
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**128.42**	0	26.31	-2.026	1	0	0			**-64.21**
4	X_1	**18.07**	1	2.667	-0.167	0	0	0			**-108.20**
0	X_5	**123.72**	0	-4.334	0.334	0	1	0			**370.42**
0	X_6	**162.05**	0	-0.667	0.167	0	0	1			**970.36**
72.28	$Z_j - C_j$		**0**	**7.667**	**-0.667**	**0**	**0**	**0**			

Resolvemos $B_k\ /A_{ij}$

Mínimo positivo $B_k\ /A_{ij}$ en $\boldsymbol{X_5}$

Sale $\boldsymbol{X_5}$, entra $\boldsymbol{X_3}$

Actualización #3 a #4

Tabla #3

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**128.42**	0	26.31	-2.026	1	0	0			**-64.21**
4	X_1	**18.07**	1	2.667	-0.167	0	0	0			**-108.20**
0	X_5	**123.72**	0	-4.334	0.334	0	1	0			**370.42**
0	X_6	**162.05**	0	-0.667	0.167	0	0	1			**970.36**
72.28	$Z_j - C_j$		**0**	**7.667**	**-0.667**	**0**	**0**	**0**			

Tabla #4

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**878.89**	**0**	**0.02**	**0**	**1**	**6.06**	**0**			
4	X_1	**79.93**	**1**	**0.50**	**0**	**0**	**0.50**	**0**			
0	X_3	**370.42**	**0**	**-13.00**	**1**	**0**	**3.00**	**0**			
0	X_6	**100.19**	**0**	**1.50**	**0**	**0**	**-0.50**	**1**			
Z	$Z_j - C_j$		**0**	**-1.00**	**0**	**0**	**2.00**	**0**			

Iteración #4

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**878.89**	0	0.02	0	1	6.06	0			
4	X_1	**79.93**	1	0.50	0	0	0.50	0			
0	X_3	**370.42**	0	-13.00	1	0	3.00	0			
0	X_6	**100.19**	0	1.50	0	0	-0.50	1			
319.72	$Z_j - C_j$		**0**	**-1.00**	**0**	**0**	**2.00**	**0**			

Resolvemos $Z_j - C_j$ y valor del funcional Z

Existen variables no básicas con $Z_j - C_j$ negativo, ¡Z puede mejorar!

Seleccionamos $\boldsymbol{X_2}$ para entrar a la base

Iteración #4

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**878.89**	0	0.02	0	1	6.06	0			**43944.50**
4	X_1	**79.93**	1	0.50	0	0	0.50	0			**159.86**
0	X_3	**370.42**	0	-13.00	1	0	3.00	0			**-28.49**
0	X_6	**100.19**	0	1.50	0	0	-0.50	1			**66.79**
319.72	$Z_j - C_j$		**0**	**-1.00**	**0**	**0**	**2.00**	**0**			

Resolvemos B_k / A_{ij}

Mínimo positivo B_k / A_{ij} en $\boldsymbol{X_6}$

Sale $\boldsymbol{X_6}$, entra $\boldsymbol{X_2}$

Actualización #4 a #5

Tabla #4

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j *Base*	X_j *Base*	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**878.89**	0	0.02	0	1	6.06	0			**43944.50**
4	X_1	**79.93**	1	0.50	0	0	0.50	0			**159.86**
0	X_3	**370.42**	0	-13.00	1	0	3.00	0			**-28.49**
0	X_6	**100.19**	0	1.50	0	0	-0.50	1			**66.79**
319.72	$Z_j - C_j$		**0**	**-1.00**	**0**	**0**	**2.00**	**0**			

Tabla #5

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j *Base*	X_j *Base*	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**877.50**	**0**	**0**	**0**	**1**	**6.00**	**0**			
4	X_1	**46.67**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0.67**	**-0.34**			
0	X_3	**1238.67**	**0**	**0**	**1**	**0**	**-1.34**	**8.67**			
3	X_2	**66.67**	**0**	**1**	**0**	**0**	**-0.34**	**0.67**			
Z	$Z_j - C_j$		**0**	**0**	**0**	**0**	**1.67**	**0.67**			

Iteración #5

C_j			4	3	0	0	0	0	-M	-M	B_k / A_{ij}
C_j **Base**	X_j **Base**	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	u_1	u_2	
0	X_4	**877.50**	0	0	0	1	6.00	0			
4	X_1	**46.67**	1	0	0	0	0.67	-0.34			
0	X_3	**1238.67**	0	0	1	0	-1.34	8.67			
3	X_2	**66.67**	0	1	0	0	-0.34	0.67			
386.67	$Z_j - C_j$		**0**	**0**	**0**	**0**	**1.67**	**0.67**			

Resolvemos $Z_j - C_j$ y valor del funcional Z

No existen variables no básicas con $Z_j - C_j$ negativo, ¡Z es óptimo!

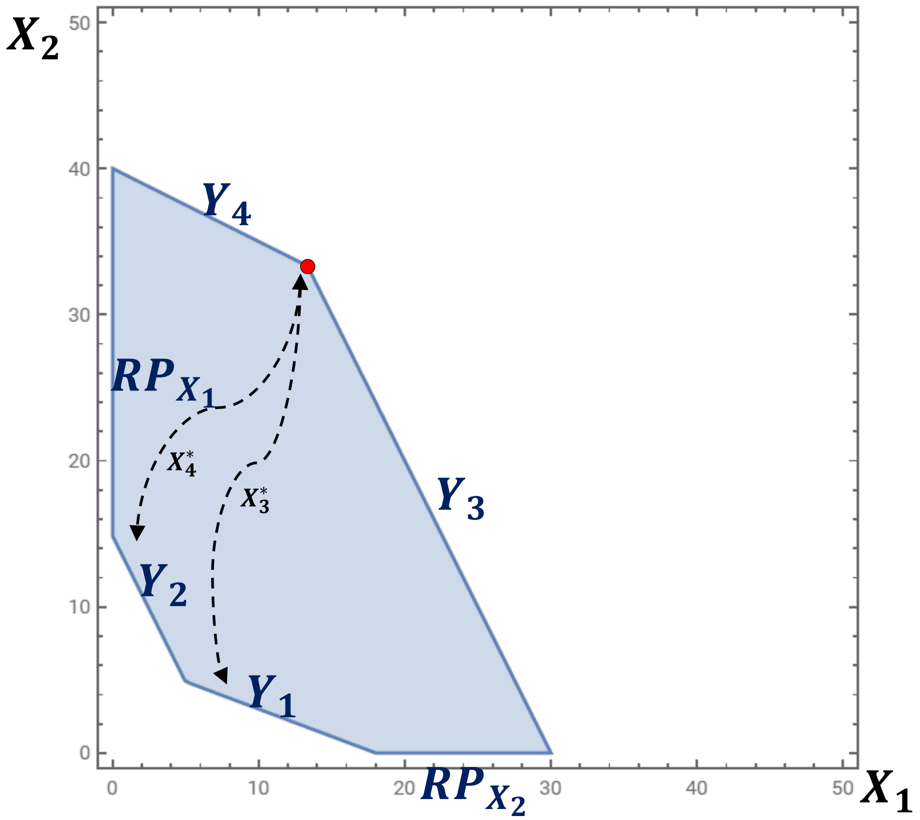
Representación gráfica

Solución:

$\boldsymbol{Z^* = 386.67}$

$\boldsymbol{X_1^*} = 46.67$

$\boldsymbol{X_2^*} = 66.67$



$\boldsymbol{RP_i}$: restricciones de positividad

Check con Python PuLP

```python
import pulp

lp01 = pulp.LpProblem("SIMPLEX variables ficticias", pulp.LpMaximize)

# Variables:
x = pulp.LpVariable('x', lowBound=0, cat='Continuous')
y = pulp.LpVariable('y', lowBound=0, cat='Continuous')

# Función objetivo:
lp01 += 4*x + 3*y, "Z"

# Restricciones:
lp01 +=  6*x + 16*y ≥ 108
lp01 +=  12*x + 6*y ≥ 89
lp01 +=  2*x + 1*y ≤ 16
lp01 +=  1*x + 2*y ≤ 180
```

```python
# Resolver:
lp01.solve()

# Imprimir resultados:
pulp.LpStatus[lp01.status]
print(pulp.LpStatus[lp01.status])

for variable in lp01.variables():
    print("%s = %.2f" % (variable.name, variable.varValue))
print(pulp.value(lp01.objective))
```

```
>> Optimal
>> x = 46.67
>> y = 66.67
>> 386.66666899999996
```