Filas de espera: Ejercicio 3

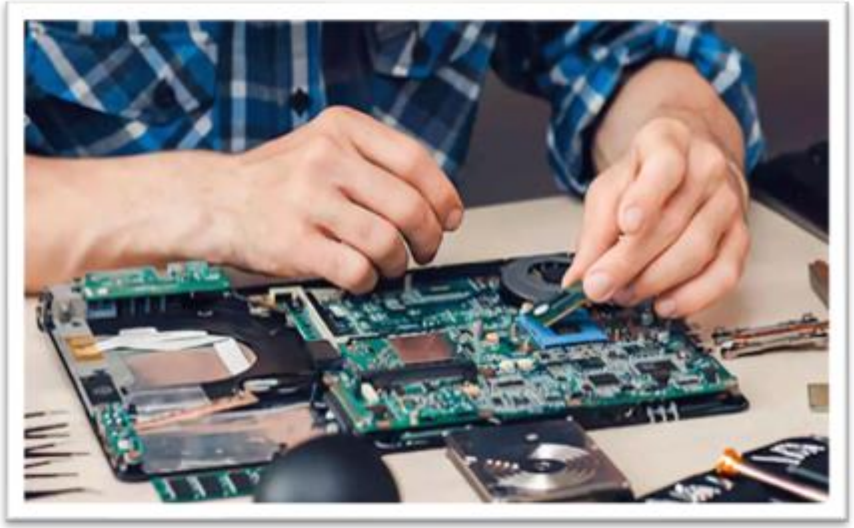
De Doménico Luciano

Ejercicio 3

Problema:

Una empresa de reparación de computadoras recibe una media de 10 solicitudes de reparación al día, que se distribuyen según Poisson.
Se supone que la velocidad de reparación del técnico es de 14 órdenes por día y el tiempo de reparación es exponencial.

Cada unidad de reparación cuesta 100 U$D por semana y se estima que el costo de tener computadoras no reparadas es de 200 U$D por unidad por día.



<u>Se pide</u>:

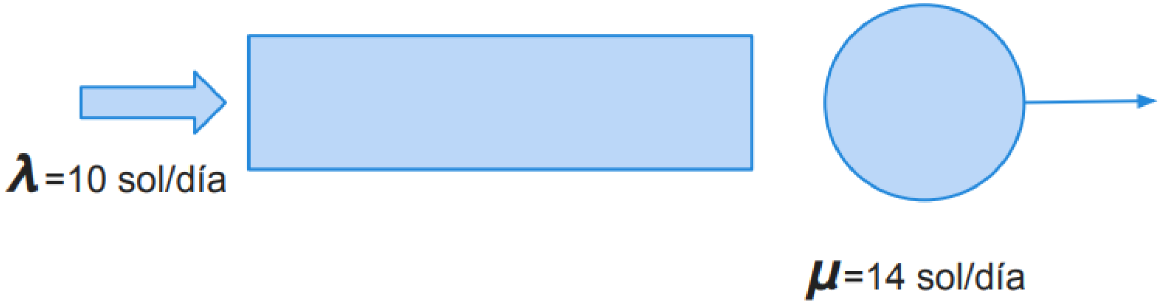
1. Indique supuestos
2. Determine el costo económico de mantener el sistema con M=1
3. Determine si sería más económico tener 2 personas

Modelado del sistema

Supuestos

Modelo M/M/1/∞

- Distribución Poisson llegada
- Distribución Exponencial salida
- Fuente de solicitudes ∞
- Paciencia ∞
- Sistema FIFO
- Longitud de la fila ∞



Determine el costo de M = 1

Datos

$\lambda = 10\ sol/día$ → Tasa de llegadas

$M = 1$ → Servidores

$e = 200\$/día$ → Costo por no despachar

$Cm = 100\$/sem$ → Costo de operación del servidor

→ $20\$/día$

Fórmulas de costos

$$Costo\ total = C_O + C_E$$

$$\begin{cases} C_o = \lambda * Ws * e \\ C_E = M * Cm \end{cases}$$

$¿Ws?$ → Tenemos que hallar el tiempo de espera en el sistema

*Consideramos semanas de 5 días

Determine el costo de M = 1

Fórmulas tiempos de espera

$$\mathrm{Ws} = \frac{1}{\mu - \lambda} \qquad \mathrm{Ws} = \mathrm{W_q} + \frac{1}{\mu} \qquad \mathrm{W_q} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \qquad \mathrm{W_q} = \frac{L_q}{\lambda}$$

Hay varios caminos para despejar Ws, vamos por el más fácil: →

$$\mathrm{Ws} = \frac{1}{14 - 10} = 0.25 \text{ días}$$

Determinar el costo de M = 1

Costo para M = 1

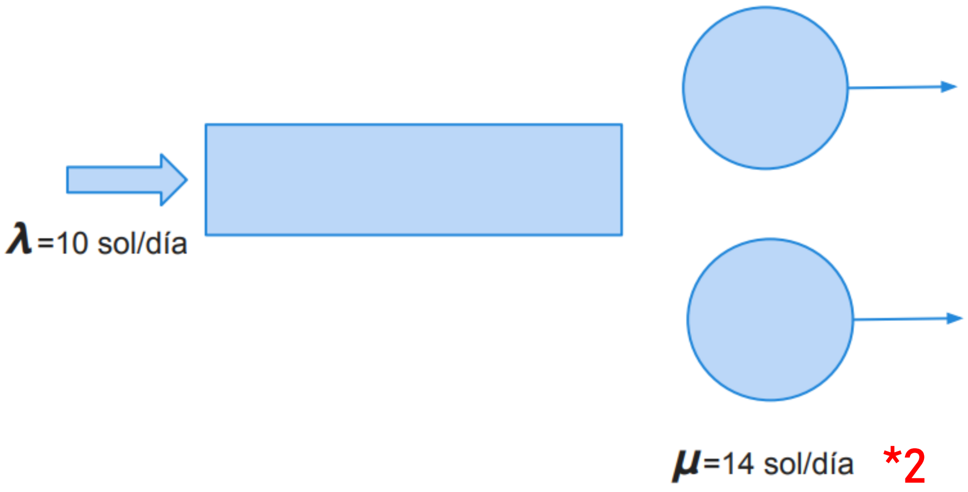
$$\begin{cases} C_O = \lambda * Ws * e = 10 * 0.25 * 200 \\ C_E = M * Cm = 1 * 20 \end{cases}$$

$$Costo\ total = C_O + C_E = \mathbf{520\ USD}$$

Determinar el costo de M = 2

Costo para M = 2

M/M/2/∞



Fórmulas para M = 2

$$Ws = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$L_q = \frac{P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M \rho}{M!\ (1-\rho)^2}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{M\mu}$$

Determinar el costo de M = 2

Costo para M = 2

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{i=0}^{M-1} \frac{(\lambda/\mu)^i}{i!}\right] + \frac{(\lambda/\mu)^M}{M!\,(1-\rho)}} \rightarrow Po = \frac{1}{\frac{(10/14)^0}{1} + \frac{(10/14)^1}{1} + \frac{(10/14)^2}{2!\,(1-0.357)}}$$

$$Po = 0.473$$

$$\rho = \frac{\lambda}{M\mu} \rightarrow \rho = \frac{10}{2 * 14} = 0.357$$

Determinar el costo de M = 2

Costo para M = 2

$$L_q = \frac{P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M \rho}{M!\ (1-\rho)^2} \rightarrow Lq = \frac{0.473 * \left(\frac{10}{14}\right)^2 * 0.357}{2! * (1-0.357)^2} = 0.104$$

$$\mathrm{W_q} = \frac{L_q}{\lambda} \rightarrow \mathrm{Wq} = \frac{0.104}{10} = 0.0104$$

$$\mathrm{W}s = \mathrm{W_q} + \frac{1}{\mu} \rightarrow \mathrm{W}s = 0.0104 + \frac{1}{14} = 0.0818$$

Determinar el costo de M = 2

Costo para M = 2

$$\begin{cases} C_O = \lambda * Ws * e = 10 * 0.0818 * 200 \\ C_E = M * Cm = 2 * 20 \end{cases}$$

$$Costo\ total = C_O + C_E = \mathbf{203.74\ USD}$$

¿Vale la pena sumar un servidor más?