

UNIDAD 1: PROGRAMACIÓN DE PROYECTOS

Se define un **proyecto** como **conjunto de actividades interrelacionadas, en la que cada actividad consume tiempo y recursos**

La complejidad de los proyectos que se emprenden hoy en día ha movido a la implementación de técnicas especiales como la programación por camino crítico ya que con las tradicionales no eran posibles encarar satisfactoriamente su resolución.

Estos métodos tienen la finalidad de **PLANIFICAR, PROGRAMAR y CONTROLAR** la marcha de los proyectos.

Su fundamentación teórica debemos buscarla en la Teoría de Redes que integra el cuerpo de toda la problemática de la teoría de conjuntos.

Como paso fundamental y básico debe determinarse cuál es la meta u objetivo a alcanzar, así también fijar desde qué punto se comienza a efectuar la planificación.

El objetivo debe ser claro, preciso y alcanzable de acuerdo a los medios que se dispone para ello.

Cualquier proyecto puede ser programado aplicando estas técnicas siempre y cuando se trate de un proyecto único, no es posible su aplicación a producciones repetitivas ya sean éstas continuas o discretas.

Algunos ejemplos de proyectos en los que es posible y conveniente su utilización:

- Construcción de un gasoducto
- Construcción de un camino
- Construcción de un edificio
- Instalación de una planta
- Lanzamiento de un producto al mercado
- Desarrollo de un sistema informativo
- Otros proyectos

Si bien existen diversas técnicas de Programación de Proyectos, como ser:

- **CPM** Critical Path Method – Método del Camino Crítico
- **CPS** Critical Path Scheduling – Programación por Camino Crítico
- **PERT** Program Evaluation and Review Technique – Evaluación del Programa y Revisión de la Técnica, en general integrado se lo conoce como:
 - ✓ PERT Generalizado
 - ✓ PERT Costos
- **RAMPS** Resource Allocation and Multi Project Scheduling – Distribución de Recursos y Programación de Proyectos Múltiples

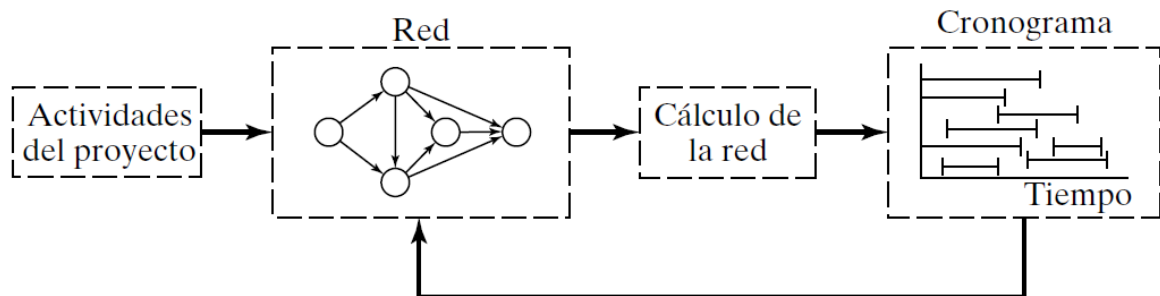
Todo el cuerpo de las técnicas de programación por camino crítico se basa en los que se denomina: **CPM (Critical Path Method – Método del camino crítico)**

Los métodos **CPM** (método de la ruta crítica o del camino crítico, *critical path method*) y **PERT** (técnica de evaluación y revisión de programa, *program evaluation and review technique*) se basan en redes, y tienen por objeto auxiliar en la planeación, programación y control de proyectos. El objetivo del CPM y del PERT es contar con un método analítico para programar las actividades.

Antes de entrar en detalle con la resolución de cada una de estas técnicas, vamos a describir brevemente los pasos de estas técnicas:

Primero se definen las actividades del proyecto, sus relaciones de precedencia y sus necesidades de tiempo. A continuación, el proyecto se traduce en una red que muestre las relaciones de precedencia entre las actividades. El tercer paso implica cálculos específicos de redes, que forman la base del desarrollo del programa del proyecto en función del tiempo.

Durante la ejecución del proyecto, podría no cumplirse el programa que estaba planeado, causando que algunas de las actividades se adelanten o se atrasen. En este caso será necesario actualizar el programa para que refleje la realidad. Ésta es la razón de incluir un bucle, lazo o ciclo de retroalimentación entre la fase de programa y la fase de red, como lo podemos ver en la siguiente figura.



Las dos técnicas, CPM y PERT, que se desarrollaron en forma independiente, difieren en que en el CPM se supone duraciones determinística de actividad, mientras que en PERT se suponen duraciones probabilísticas. Esta presentación comenzará con el CPM y después se presentarán los detalles del PERT.

CPM - Critical Path Method (Método del camino crítico)

Como ya lo hemos mencionado, el sustento teórico debemos encontrarlo en la teoría de redes complementada además con lo que se denomina el **Diagrama de Precedencias**.

En todo proyecto hay actividades que deben ejecutarse antes que otras, es decir que la naturaleza de cada actividad condiciona el orden lógico que debe respetarse al llevarlas a cabo.

Por ejemplo:

- No podría iniciar un proyecto en bicicleta sin antes revisar si las ruedas están infladas.
- No poder ducharme si antes no me he quitado las prendas de vestir.
- No poder reparar una máquina sin contar con los repuestos
- Otros casos

Representación en red

Cada actividad del proyecto se representa con un arco que apunta en la dirección de avance del proyecto. Los nodos de la red establecen las relaciones de precedencia entre las diferentes actividades del proyecto.

Para configurar la red se dispone de tres reglas:

Regla 1. *Cada actividad se representa con un arco, y uno sólo.*

Regla 2. *Cada actividad se debe identificar con dos nodos distintos.*

Regla 3. *Se deben de mantener las condiciones de precedencias.*

Para mantener las relaciones de precedencia correctas, se deben contestar las siguientes preguntas cuando se agrega a la red cada actividad:

- a) *¿Qué actividades deben anteceder inmediatamente a la actividad actual?*
- b) *¿Qué actividades deben seguir inmediatamente a la actividad actual?*
- c) *¿Qué actividades deben efectuarse en forma concurrente o simultánea con la actividad actual?*

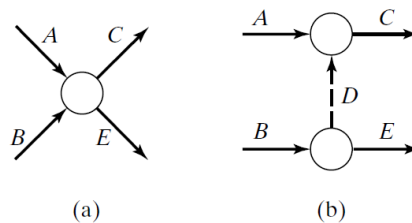
Nota: En caso de necesitarlo, se puede usar una actividad ficticia para representar dos actividades concurrentes, A y B. Por definición, **la actividad ficticia (Dummy)**, que normalmente **se representa con un arco de línea interrumpida, no consume tiempo o recursos**. La inserción de una actividad ficticia, mantiene la concurrencia de A y B, y también proporciona nodos finales únicos para las dos actividades (para satisfacer la regla 2).

Para contestar estas preguntas se podrá necesitar el uso de actividades ficticias, para asegurar las precedencias correctas entre las actividades. Por ejemplo, considere al siguiente segmento de un proyecto:

- 1) La actividad *C* comienza de inmediato después de haber terminado *A* y *B*.
- 2) La actividad *E* se inicia después de que sólo terminó la actividad *B*.

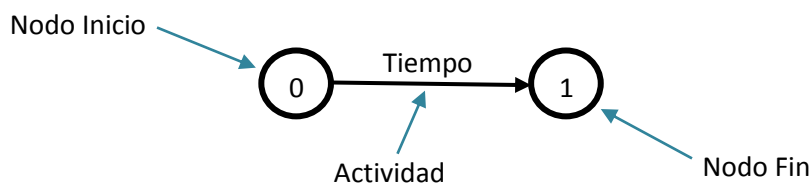
La parte (a) de la figura muestra la representación incorrecta de esta relación de precedencia, porque pide que *A* y *B* terminen antes de poder iniciar *E*.

En la parte (b) se corrige la situación con el uso de la actividad ficticia.



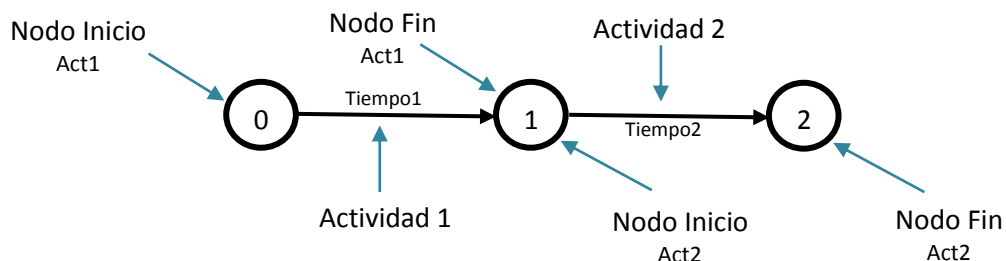
En síntesis, una Actividad Ficticia se crea para poder cumplir con las condiciones de precedencias sin modificar las condiciones originales del proyecto.

Ahora veamos cómo se realiza la representación de las actividades de manera gráfica:



El nodo inicio "0" representa el instante de tiempo o Evento en el que comienza la actividad, el nodo "1" representa el instante de tiempo o Evento en el que finaliza la actividad. La duración de la actividad se indica por medio de una unidad de tiempo que se selecciona según sea su magnitud.

Se dice que una tarea o actividad es precedente de otra cuando solo a su finalización es posible comenzar la otra tarea o actividad tal como se indica en el siguiente grafo:



La tarea 0-1 precede a la tarea 1-2, lo que significa que no es posible llevar a cabo la tarea 1-2 sin antes haber finalizado la tarea 0-1

MÁRGENES

Los márgenes o flotaciones se utilizan para realizar análisis económicos del proyecto y para analizar las posibilidades de control.

Definimos margen de un acontecimiento o intervalo de flotación a la diferencia entre la fecha tardía y temprana de un acontecimiento.

$$Ms_i = FT_i - Ft_i$$

Para una tarea, comprendida entre los acontecimientos “i” y “j” podemos definir:

MARGEN TOTAL: Representa cuanto puede atrasarse una tarea sin atrasar la terminación del proyecto. Este margen condiciona el proyecto hacia atrás y hacia adelante.

$$M_T = FT_j - Ft_i - d_{ij}$$

Donde

- FT_j es la fecha tardía del acontecimiento j
- Ft_i es la fecha temprana del acontecimiento i
- d_{ij} es la duración de la tarea

MARGEN LIBRE: Representa cuanto puede retrasarse la iniciación de una tarea, sin que su finalización perturbe el comienzo de las tareas que le siguen. Condiciona el proyecto hacia atrás. Las tareas que están en el camino crítico tienen margen libre nulo.

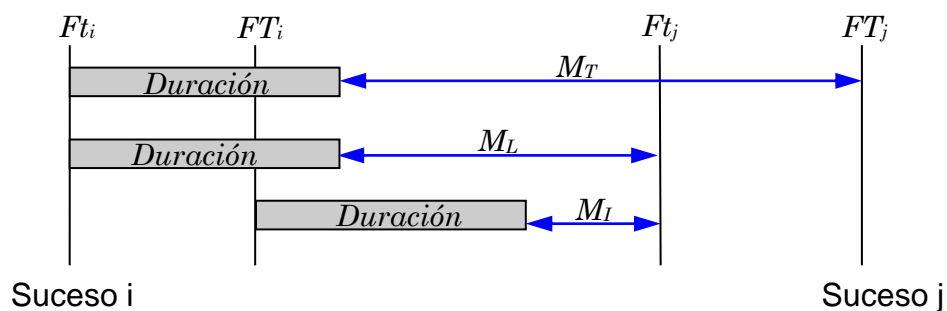
$$M_{Lij} = Ft_j - Ft_i - d_{ij}$$

En realidad, este margen libre debe llamarse margen libre temprano, existiendo un margen libre tardío cuya diferencia es utilizar las fechas tardías. No se utiliza en la práctica.

MARGEN INDEPENDIENTE: Representa cuanto puede moverse la iniciación de una tarea sin que perturbe a las tareas que le preceden ni a las que le siguen.

$$M_{Iij} = Ft_j - FT_i - d_{ij}$$

Es importante conocer este margen cuando hagamos la utilización económica del camino crítico, ya que el margen independiente nos permite mover las tareas sin ningún tipo de problemas en otros aspectos.



Armado de una red

Dado que no es posible que en un proyecto existan múltiples puntos de inicio se considera que los proyectos se inician en un instante de tiempo y se finalizan en otro instante. Esto no significa que el inicio o la finalización de una tarea sea coincidente con el de las otras, simplemente nos indica que existen tareas que pueden realizarse en paralelo aunque su inicio o fin sean coincidentes o no con el de las otras tareas.

Para que se entienda esto que les estoy diciendo, pasemos a resolver un ejercicio.

Ejercicio: Proyecto CASA

La Compañía constructora PREFAB ha identificado nueve actividades que tiene lugar durante la construcción de una casa. Las cuales se enumeran a continuación:

| ID | TAREA | DESCRIPCIÓN | PRECEDENTE | CN | TN |
|----|-------|---------------------------|------------|-----|----|
| 1 | EST | EREGIR LA ESTRUCTURA | 2 | 100 | 5 |
| 2 | CIM | HACER LOS CIMIENTOS | | 50 | 3 |
| 3 | VITE | PONER LAS VIGAS TECHO | 1 | 80 | 2 |
| 4 | RETE | REVESTIR EL TECHO | 3 | 80 | 3 |
| 5 | ELEC | CABLEADO ELECTRICO | 1 | 60 | 4 |
| 6 | EXT | TABLAS PAREDES EXTERIORES | 7 | 100 | 4 |
| 7 | VENT | COLOCAR LAS VENTANAS | 1 | 30 | 2 |
| 8 | INT | TABLAS PAREDES INTERIORES | 5 ; 7 | 180 | 3 |
| 9 | PINT | PINTURA EXT. E INT. | 4 ; 6 ; 8 | 500 | 2 |

- A. Realice la matriz de precedencia del proyecto
- B. Dibuje la red del proyecto
- C. Calcule las fechas Inicio Temprano e Inicio Tardío de cada actividad (o la fecha Temprana y Tardía de cada evento/nodo), así como los Margen Total y Margen Libre de las actividades. Identifique el Camino Crítico.
- D. Diagrame la Red del Camino Crítico. Graficando las actividades a fecha temprana y a fecha tardía.
- E. Construya el Diagrama Calendario para las Fechas Tempranas y Tardías. Teniendo en cuenta que CN es un valor fijo para cada actividad que incluye MOD y MP donde el 60% representa a la MP y el resto es la MOD. La tasa de interés es del 1 %.

Entonces, lo primero que me pide el ejercicio es realizar la **Matriz de Precedencias**.

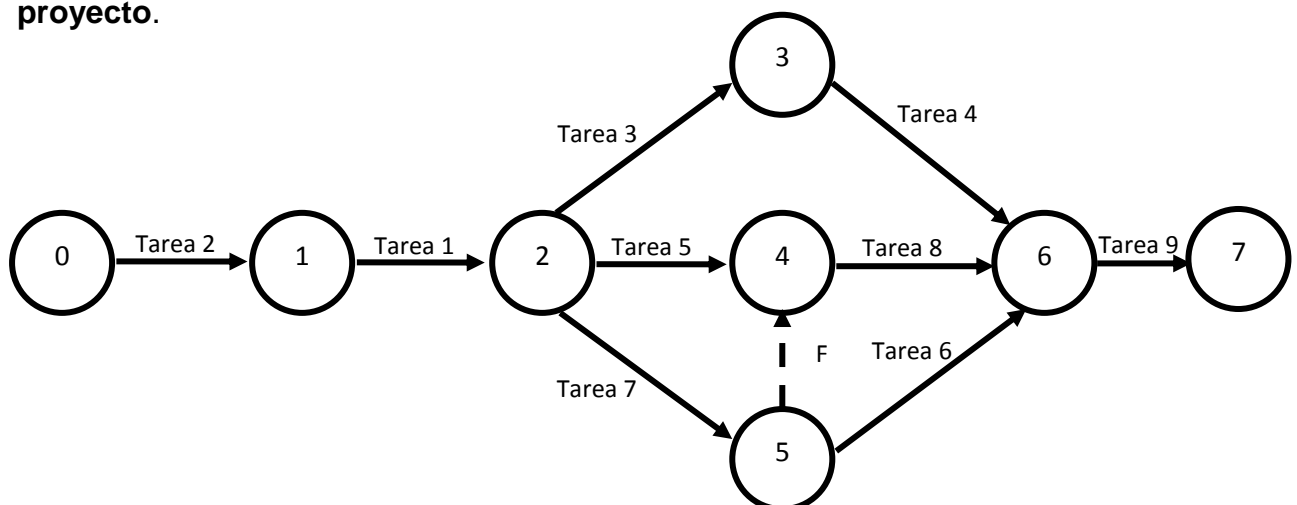
¿Cómo hacemos esto? Muy fácil, armamos una matriz cuadrada con el tamaño de la cantidad de actividades que integran al proyecto y luego pasamos a señalar con una X (manteniendo una misma lógica) a aquellas actividades que son precedentes de otras actividades.

| Tareas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | X | | X | | X | | |
| 2 | X | | | | | | | | |
| 3 | | | | X | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | X |
| 5 | | | | | | | | X | |
| 6 | | | | | | | | | X |
| 7 | | | | | | X | | X | |
| 8 | | | | | | | | | X |
| 9 | | | | | | | | | |

Si analizamos la matriz según filas, podemos observar que la actividad 1 es precedente de las actividades 3, 5 y 7. También podemos ver que la actividad 2 es precedente de la actividad 1. Y así podemos interpretar toda la matriz.

Ahora, si hacemos un análisis por columna, podemos observar que la actividad 1 tiene como precedente a la actividad 2 y que la actividad 2 no tiene ninguna actividad que la preceda y por lo tanto ella será la actividad que dará inicio el proyecto.

Una vez obtenida la matriz de precedencias podemos empezar a diagramar la **red del proyecto**.

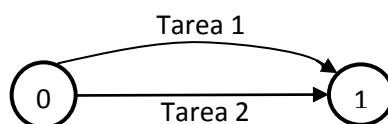


El Proyecto da inicio con la tarea 2 y la representamos con una flecha que va desde el nodo 0 (nodo inicio de la actividad 1) hasta el nodo 1 (nodo fin de la actividad 1).

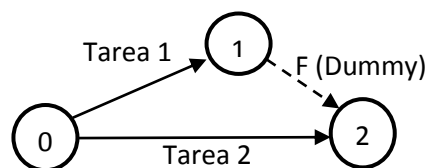
Una vez que la actividad 1 haya concluido, recién puedo comenzar a realizar la actividad 2. Representada con una flecha que va desde el nodo 1 (nodo inicio de la actividad 2) hasta el nodo 2 (nodo fin de la actividad 2) y así vamos a ir armando la red del proyecto con el resto de las actividades.

Cabe recordar que cada actividad se representa con una sola flecha (y solo una) y en caso de necesitarse cumplir una determinada condición de precedencia como ocurre con la actividad 7 (tarea 7) se debe recurrir a utilizar una tarea ficticia (Dummy) que tiene tiempo 0 y no insume ningún tipo de recurso.

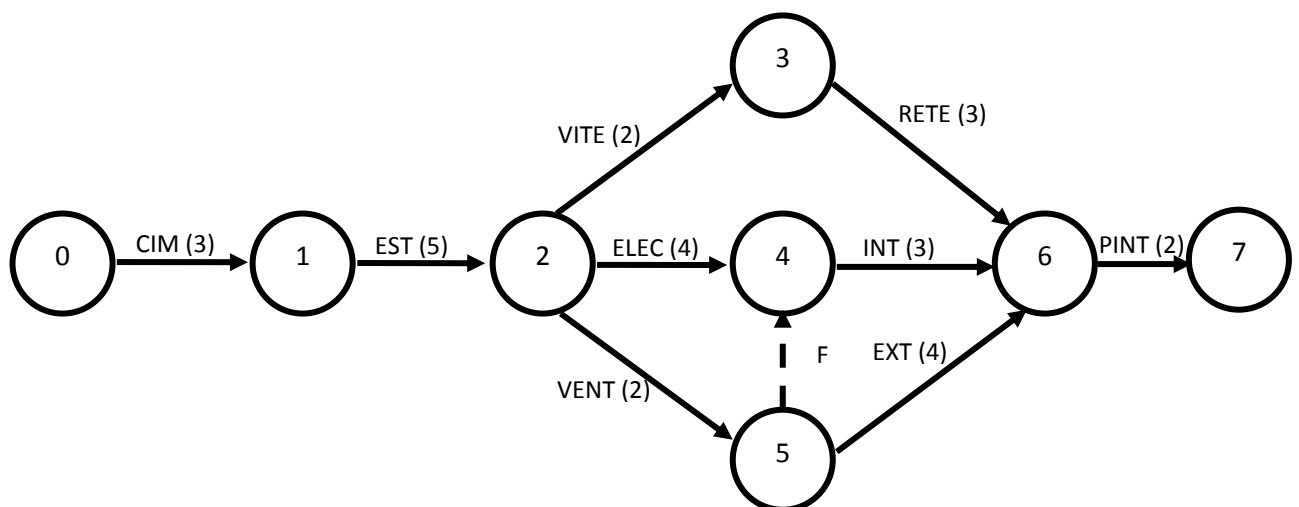
Otra observación que podemos realizar es que no es válido hacer que 2 actividades diferentes tengan el mismo nodo inicio y nodo fin dado que esto nos traería consecuencias en los cálculos del camino crítico que veremos más adelante.



Este inconveniente se soluciona fácilmente haciendo uso de las tareas ficticias;



Normalmente, la red se dibuja con las flechas de las actividades y los nodos que le dan inicio y fin, y en cada una de las flechas se coloca el tiempo de duración de cada actividad de manera de facilitar los cálculos que veremos a continuación.



Una vez que tenemos armada la red, estamos en condiciones de efectuar los cálculos para determinar cuál es el camino crítico, realizando los cálculos de realizar el proyecto a fecha temprana y a fecha tardía y el Margen de Flotación correspondiente.

Para resolver la red técnicamente y en forma general el método utilizado consta de los siguientes pasos:

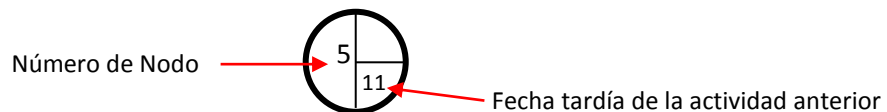
Paso 1: Determinación de la fecha temprana

Se define a la **fecha temprana (Fte)** como la fecha de un nodo más cercano al origen en que pueden comenzar las tareas que parten de ese nodo, con la condición que estén cumplidas las tareas precedentes.



Paso 2: Determinación de la fecha tardía

Se define **fecha tardía (Fta)** como la fecha de un nodo, más alejada del origen en que pueden finalizar las tareas que llegan a ese nodo, con la condición que no se atrasen las tareas que parten de ese nodo.



Paso 3: Determinación del margen de flotamiento total

El **margen de flotamiento total (M_{ft})** es un cálculo que se lleva a cabo por medio de la siguiente expresión:

$$M_{ft} = F_{taef} - F_{teei} - T_t$$

Siendo:

$$F_{taf} = \text{Fecha tardía del nodo fin}$$

$$F_{tei} = \text{Fecha temprana del nodo inicio}$$

$$T_t = \text{Tiempo de la tarea o actividad}$$

Se recomienda hacer los cálculos en una matriz como la que desarrollaremos más adelante para el ejercicio que estamos resolviendo.

Paso 4: Determinación de las tareas críticas

Se determina tarea crítica a toda tarea o actividad del proyecto que tienen margen de flotamiento igual a cero calculada de la forma explicitada en el paso 3.

Recomendación: Es común creer que una tarea crítica es aquella que posee en su nodo inicio y nodo fin las F_{te} y F_{ta} de igual valor. Esto los va a llevar a creer que ciertas actividades sean críticas cuando en el cálculo se demuestran que no lo son.

Esta condición se cumple en todas las tareas críticas (condición necesaria), pero no es suficiente ya que se encuentran tareas que cumplen con esa condición y no son tareas críticas por tener el M_{ft} distinto de cero.

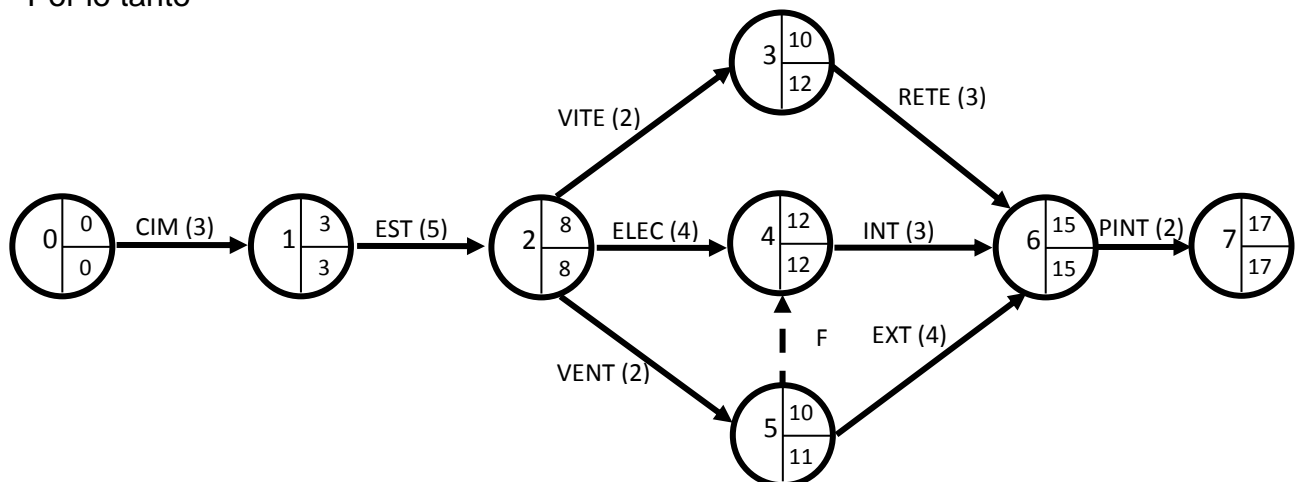
Paso 5: Determinación del Camino crítico

Se define como camino crítico (Cc) a la sucesión de tareas críticas, es por lo tanto el camino que define la duración del proyecto y sus integrantes, las tareas críticas, tienen $M_{ft}=0$, por lo tanto cualquier demora en alguna de ellas retrasará el proyecto.

Dicho esto, continuemos resolviendo el ejercicio que habíamos empezado a resolver.

El punto C pide que calculemos F_{te} , F_{ta} , M_{ft} , M_i y determinación del camino crítico.

Por lo tanto



Hasta acá tenemos armada la red del proyecto, y hemos calculado las fechas tempranas y tardías del proyecto. Ahora vamos a armar una tabla para determinar el Margen de flotación total y margen libre de las actividades

Siendo el margen independiente (M_i):

$$M_{independiente} = F_{te_f} - F_{te_i} - T_t$$

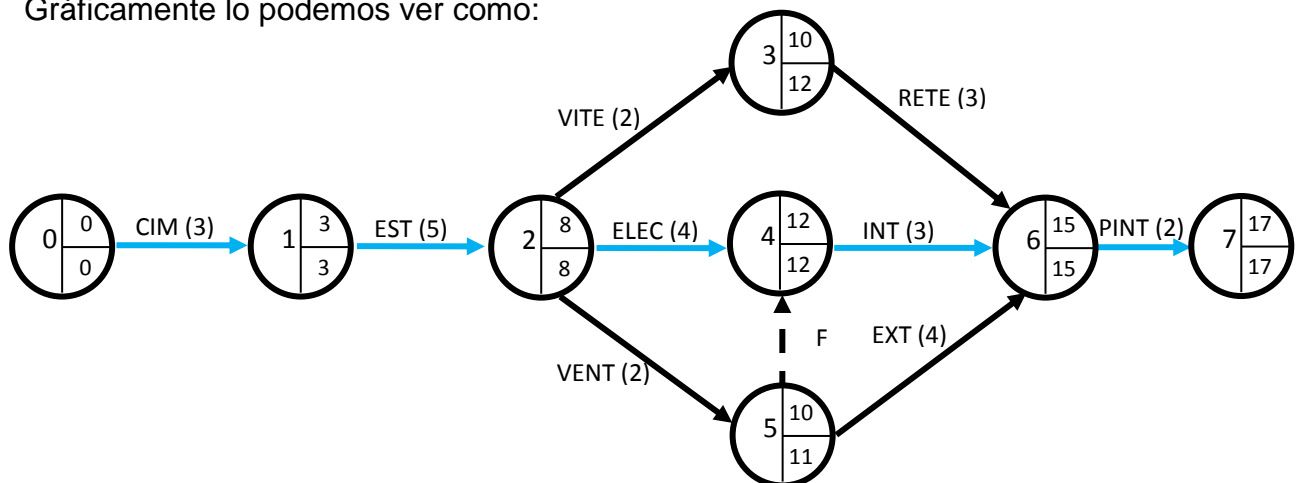
| Tarea (i - j) | F _{taf} | F _{tef} | F _{tei} | T _t | M _{ft} | M _{ind} | TC |
|------------------|------------------|------------------|------------------|----------------|-----------------|------------------|----|
| 0-1 (Tarea 2) | 3 | 3 | 0 | 3 | 0 | 0 | SI |
| 1-2 (Tarea 1) | 8 | 8 | 3 | 5 | 0 | 0 | SI |
| 2-3 (Tarea 3) | 12 | 10 | 8 | 2 | 2 | 0 | NO |
| 2-4 (Tarea 5) | 12 | 12 | 8 | 4 | 0 | 0 | SI |
| 2-5 (Tarea 7) | 11 | 10 | 8 | 2 | 1 | 0 | NO |
| 3-6 (Tarea 4) | 15 | 15 | 10 | 3 | 2 | 2 | NO |
| 5-4 (F) | 12 | 12 | 10 | 0 | 2 | 2 | NO |
| 4-6 (Tarea 8) | 15 | 15 | 12 | 3 | 0 | 0 | SI |
| 5-6 (Tarea 6) | 15 | 15 | 10 | 4 | 1 | 1 | NO |
| 6-7 (Tarea 9) | 17 | 17 | 15 | 2 | 0 | 0 | SI |

Como podemos ver en la tabla, hemos marcado cuales son las tareas críticas del proyecto las cuales formarán el camino crítico buscado.

Por lo tanto, hemos de concluir que el proyecto tendrá una duración mínima de 17 unidades de tiempo (depende de lo que diga el enunciado, puede ser días, semanas, meses, etc...)

También podemos ver que este tiempo mínimo de duración está conformado por las tareas críticas que juntas componen el camino crítico (Tarea 2 – Tarea 1 – Tarea 5 – Tarea 8 – Tarea 9): CIM (3) – EST (5) – ELEC (4) – INT (3) – PINT (2)

Gráficamente lo podemos ver como:

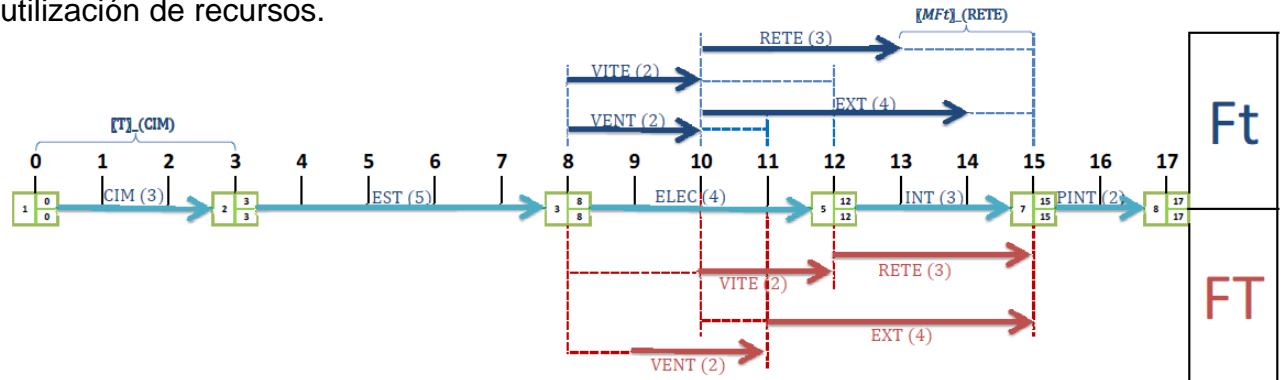


Una vez identificado el camino crítico, estamos en condiciones de calcular el diagrama financiero del proyecto. Para esto es necesario saber que toda programación de proyectos llevado a cabo con la resolución de un CPM o un PERT lleva de la mano la realización de un diagrama de GANTT. Por lo tanto, antes de efectuar el diagrama calendario, vamos a ejecutar un diagrama de GANTT para dicho proyecto.

Diagrama de Gantt para fecha temprana y fecha tardía

Resulta conveniente para construir el diagrama, tomar como eje central el camino crítico y a partir de él para arriba o para abajo del mismo representar los caminos dados por las ramas de nuestra red.

Si las actividades tienen margen de flotamiento, éste puede ser utilizado para desplazar las actividades en el tiempo al solo efecto de producir una armoniosa utilización de recursos.



Como podemos observar, hemos dibujado el camino crítico al centro del diagrama, y hacia arriba hemos trazado el Gantt para fecha temprana (en azul) y hacia abajo hemos trazado el Gantt a fecha tardía (en rojo)

Antes de comenzar a realizar el diagrama calendario, debemos de calcular los costos para cada una de las actividades y establecer en qué momento vamos a desembolsar estos costos. Por ejemplo, es común que para realizar una actividad necesitemos de materiales o Materia Prima (MP), y a menos que se establezca lo contrario, la MP se debe abonar al momento de efectuar la compra. Entonces podríamos decir que todos los materiales necesarios para llevar a cabo la ejecución de la actividad 1 (CIM) la debemos abonar al momento de la compra lo cual sería al inicio de la actividad (Momento 0) y así mantenemos la misma lógica para cada una de las actividades restantes.

Otro parámetro a tener en cuenta es en qué momento voy a pagar la Mano de Obra de cada actividad. Como un modelo ideal, podríamos decir que el momento exacto para abonar el servicio prestado por el profesional es en el momento en que termina de realizar su trabajo. Por lo tanto es esta la forma en que vamos distribuir nuestros gastos durante la ejecución del proyecto.

Seguramente se estarán preguntando, ¿en qué afecta este análisis en la ejecución del proyecto?

Para responder esto, vamos a recurrir a un ejemplo un poco extremista. Supongamos que en el momento 0 compro los materiales y Materias Primas para todas las actividades del proyecto. Esto estaría implicando que al inicio del proyecto se debe de contar con un capital de 708 UM (unidades monetarias que dependiendo del proyecto se podría estar hablando en miles de pesos) y considerando que por condiciones de

precedencias al inicio del proyecto solo puedo ejecutar la actividad 1, y por lo tanto todo el material o MP que compramos para el resto de las actividades me representa un capital inmovilizado importante que no solo me generó un gasto inicial innecesario, sino que ahora me representa un gasto de almacenamiento ya que debo contar con el espacio suficiente para almacenar y resguardar todos los materiales comprados al inicio del proyecto.

Pero si aplicamos la lógica planteada inicialmente, donde las compras de materiales y MP se realizan al inicio de cada actividad, al iniciar el proyecto solo necesitaríamos incurrir en un gasto de 30 UM. Lo cual es un monto mucho menor al gasto que nos someteríamos de la otra forma y es más beneficioso ya que no siempre se puede contar con todo el capital al momento de iniciar el proyecto.

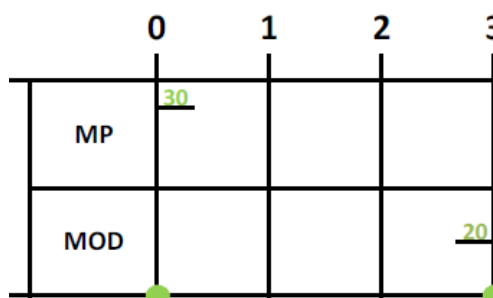
En la vida real, pueden ocurrir variantes de todo tipo, como ser, pago en cuotas con tarjeta, pago a proveedores a plazo, pago de la MOD con cheque a pagar en 30 días, etc. Pero en nuestro modelo básico nos limitaremos a efectuar pagos al contado y en los momentos pactados inicialmente para la MP y para la MOD.

Dicho esto, pasemos a calcular los gastos de MP y MOD para cada una de las actividades y así poder efectuar el diagrama calendario del proyecto.

| ID | TAREA | DESCRIPCIÓN | PRECEDENTE | TN | CN | MP | MOD |
|----|-------|---------------------------|------------|----|-----|-----|-----|
| 1 | EST | EREGIR LA ESTRUCTURA | 2 | 5 | 100 | 60 | 40 |
| 2 | CIM | HACER LOS CIMIENTOS | | 3 | 50 | 30 | 20 |
| 3 | VITE | PONER LAS VIGAS TECHO | 1 | 2 | 80 | 48 | 32 |
| 4 | RETE | REVESTIR EL TECHO | 3 | 3 | 80 | 48 | 32 |
| 5 | ELEC | CABLEADO ELECTRICO | 1 | 4 | 60 | 36 | 24 |
| 6 | EXT | TABLAS PAREDES EXTERIORES | 7 | 4 | 100 | 60 | 40 |
| 7 | VENT | COLOCAR LAS VENTANAS | 1 | 2 | 30 | 18 | 12 |
| 8 | INT | TABLAS PAREDES INTERIORES | 5 ; 7 | 3 | 180 | 108 | 72 |
| 9 | PINT | PINTURA EXT. E INT. | 4 ; 6 ; 8 | 2 | 500 | 300 | 200 |

Como lo decía el enunciado, el 60% de los costos normales de cada actividad representan los gastos de MP y el resto representa la MOD.

Ahora debemos ver la manera en que representamos esto gráficamente:



Cada cuadro representa una unidad de tiempo, ésta puede ser horas, días, semanas, meses, etc. Y según donde coloquemos el valor económico dentro del cuadro estaremos indicando el momento del día en que haremos el desembolso económico.

Por ejemplo, recién hemos graficado el diagrama calendario para la actividad 1, que tiene un tiempo de duración de 3 unidades de tiempo (supongamos que son días). Donde la MP se paga al inicio del día 1 que está comprendido entre los valores 0 y 1, y por lo tanto colocamos el valor de la MP a la izquierda del primer día de manera de indicar que la MP se paga al inicio del primer día.

Luego, la MOD se paga al finalizar la actividad, por lo tanto lo ponemos en el 3er cuadro en el margen izquierdo, representando que se paga al finalizar el día.

Repetimos este proceso para cada una de las actividades hasta completar todos los desembolsos según el diagrama de Gantt.

Este proceso lo debemos realizar tanto para el diagrama de Gantt a fecha temprana como para el diagrama a fecha tardía. Quedando representado de la siguiente manera:

| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | suma |
|----|-----|----|---|---|----|---|---|---|----|----|----|----|----|-----|----|----|-----|----|-----|------|
| Ft | MP | 30 | | | 60 | | | | | 36 | | 48 | | 108 | | | 300 | | | 708 |
| | MOD | | | | 20 | | | | 40 | | 32 | | 24 | | 32 | 40 | 72 | | 200 | 472 |
| FT | MP | 30 | | | 60 | | | | | 36 | | 48 | | 108 | | | 300 | | | 708 |
| | MOD | | | | 20 | | | | 40 | | | 12 | | 24 | | 32 | 72 | | 200 | 472 |

Observemos que económicamente no hay ninguna diferencia en trabajar a fecha temprana o a fecha tardía. Pero ahora vamos a ver cómo me impacta financieramente estas diferentes distribuciones.

Para esto, vamos a ver cómo se arma la ecuación para efectuar el cálculo del VAN y así poder demostrar el impacto financiero de nuestro proyecto.

$$VAN = \sum_{n=0}^{n=17} \frac{Costo_n}{(1+i)^n}$$

Siendo:

Costo: el costo que debemos desembolsar en determinado momento del día n.

i: es la tasa de interés del modelo financiero

n: indica el momento de cada día. Por ejemplo, el momento n=0 indica el inicio del día 1, mientras que el momento n=1 indica el fin del día 1 y el inicio del día 2.

Por lo tanto, resolviendo nuestro ejercicio nos queda que:

Van a fecha temprana:

$$VAN_{Ft} = \frac{30}{(1+0,1)^0} + \frac{60+20}{(1+0,1)^3} + \frac{36+48+18+40}{(1+0,1)^8} + \frac{48+60+32+12}{(1+0,1)^{10}} + \frac{108+24}{(1+0,1)^{12}} \\ + \frac{32}{(1+0,1)^{13}} + \frac{40}{(1+0,1)^{14}} + \frac{300+72}{(1+0,1)^{15}} + \frac{200}{(1+0,1)^{17}} = 1045,74$$

Van a fecha tardía:

$$VAN_{FT} = \frac{30}{(1+0,1)^0} + \frac{60+20}{(1+0,1)^3} + \frac{36+40}{(1+0,1)^8} + \frac{18}{(1+0,1)^9} + \frac{48}{(1+0,1)^{10}} + \frac{60+12}{(1+0,1)^{11}} \\ + \frac{108+48+24+32}{(1+0,1)^{12}} + \frac{300+72+24+32}{(1+0,1)^{15}} + \frac{200}{(1+0,1)^{17}} = 1041,73$$

Como podemos observar, económicamente el proyecto tiene el mismo gasto tanto a fecha temprana como a fecha tardía, pero financieramente nos resulta más productivo trabajar a fecha tardía dado que $VAN_{Ft} > VAN_{FT}$

Consejos y recomendaciones:

Es importante realizar el Gantt y el diagrama calendario a escala y uno abajo del otro para facilitar los cálculos y no cometer equivocaciones. Esto nos ayuda a visualizar mejor la distribución de los costos de cada una de las actividades.

Es importante para cada cuadro de cada unidad de tiempo dejar el espacio suficiente de manera de poder diferenciar si un costo va al inicio del día o al final y así no equivocarnos con la asignación del exponente en la ecuación.

Es importante recordar que “n” representa un momento determinado de un día (inicio o fin) y no confundirlo con el número del día ya que estos valores pueden ser similares. Por ejemplo para el final del día 1, $n=1$. Pero en el inicio del día 1, $n=0$.

A continuación podemos ver la manera más recomendable de realizar el diagrama de Gantt junto con el diagrama calendario y el cálculo del VAN tanto a fecha temprana como a fecha tardía.



la tarea 1-3 tarda 3 semanas y tiene un margen de 4 semanas, como estoy en Ft (lado azul), la flecha va al comienzo, y como es MP se paga antes de la tarea, así q va al comienzo de la primera semana del Tt (semana 0)

como es MOD, se paga al finalizar la tarea, así q va al final de la ultima semana del Tt

interés = $i = 0,01$

| | | DIA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | |
|---------|-------|-----|---|---|---|---|---|---|---|--------|--------|--------|--------|--------|----|--------|--------|--------|--------|--------|
| Ft | n = 0 | 30 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | MP | | | | | | | | | 36 | 48 | 50 | | | | | | | | |
| | MOD | | | | | | | | | 40 | | 32 | 12 | 24 | 32 | 40 | 72 | | 200 | |
| | Suma | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| FT | n = 0 | 30 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | MP | | | | | | | | | 36 | 18 | 48 | 60 | | | | | | | |
| | MOD | | | | | | | | | | | 12 | 24 | 32 | | | | | 200 | |
| | Suma | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| VAN Ft: | | 30 | + | 0 | + | 0 | + | 0 | + | 131,13 | 0 | + | 137,6 | 0 | + | 117,14 | 28,117 | 34,799 | 320,42 | 168,88 |
| VAN FT: | | 30 | + | 0 | + | 0 | + | 0 | + | 70,185 | 16,458 | 43,454 | 64,535 | 188,14 | 0 | + | 382,44 | 0 | 168,88 | |

VAN Ft:

VAN ET:

Aceleración de un Proyecto

La terminación de un proyecto en la fecha prevista despierta admiración por la eficacia puesta en manifiesto.

Con el objetivo de lograr que los proyectos se planifiquen en forma tal que finalicen en los plazos previstos, se ha generalizado en uso de imposiciones (multas) por el no cumplimiento o en el caso inverso, premios para los contratistas que terminan el proyecto con anterioridad.

Es evidente que será mucho más conveniente y satisfactorio recibir un premio que correr el riesgo de una multa que puede hacer peligrar la rentabilidad del proyecto, ya sea para obtener un premio o en su defecto para evitar caer en penalidades que según el tipo de proyecto y el país donde se está llevando a cabo puede tener una gran severidad.

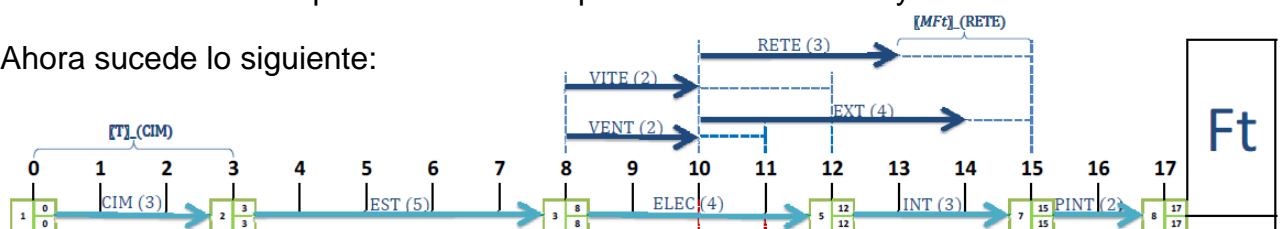
Para acelerar un proyecto, debemos actuar siguiendo la siguiente metodología:

1. Determinación de la posibilidad técnica de acelerar cada una de las tareas críticas. (Existen tareas que por su característica particular no puede adelantarse. Por ejemplo: Fraguado de Hormigón)
2. Determinación del costo unitario de aceleración para cada actividad (Cuánto cuesta acelerar en una unidad la actividad considerada)
3. Se confecciona una tabla con las tareas críticas susceptibles de ser aceleradas en cuanto a tiempo y costo de aceleración.
4. Se comienza la reducción por las tareas críticas de menor costo de aceleración tratando de agotar su posibilidad de reducción pero teniendo en cuenta que no entren en críticas otras actividades que no lo eran.

Entonces, vamos a suponer que en nuestro ejemplo, podemos acelerar la actividad ELEC en 2 unidades de tiempo a un costo de 10 UM/día.

Entonces, sabemos que la actividad conlleva un costo de 24 UM por los 4 días de duración. Por lo tanto podemos deducir que el costo se distribuye en 6 UM/día.

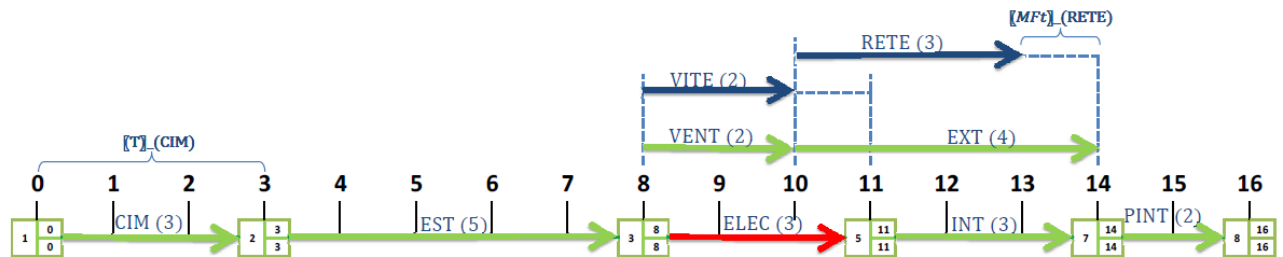
Ahora sucede lo siguiente:



La actividad ELEC posee la cualidad de poder acelerarse en 2 unidades de tiempo. Pero realizar este proceso implica acortar tanto el camino crítico que no solo el resto de los caminos pasan a ser críticos, sino que ocurre que el camino formado por VENT y EXT no alcanza a completarse produciendo un retraso en el proyecto acelerado en 2 unidades.

Por lo tanto, por más que quiera acelerar el proyecto en 2 unidades de tiempo, no me resulta conveniente por las consecuencias que esto me trae.

No así, si decidimos acelerar el proyecto en una sola unidad de tiempo dado que no existen retrasos de ningún tipo, pero si hay que tener mucho cuidado en no retrasar en camino VENT y EXT ya que ahora pasaron a formar un segundo camino crítico.



También podemos observar como el margen independiente de las actividades VITE y RETE se dedujeron a una unidad de tiempo.

Si nos enfocamos en las variaciones económicas que nos produce acelerar el proyecto en una unidad de tiempo, debemos observar que:

- Costo de acelerar ELEC en una unidad de tiempo: 10 UM
- Costo ahorrado por el día que no debo pagar la MOD de ELEC: 6 UM

Por lo tanto, el costo de acelerar el proyecto en 1 unidad de tiempo es: $10\text{UM} - 6\text{UM} = 4\text{UM}$

En cada caso en que se acelere un proyecto se debe de analizar la conveniencia o no de acelerar dicho proyecto dependiendo de las circunstancias.

PERT – Program Evaluation and Review Technique

La resolución de proyectos por el método PERT cobra importancia a partir de programar proyectos en donde no se tiene antecedentes de cuál va a ser comportamiento de las variables que influirán en la realización de cada una de las actividades, ya sea porque nunca se ejecutaron proyectos similares o porque no se dispone de información histórica sobre la duración de cada una de las actividades y cuáles fueron los problemas que pudieron presentarse.

Ahora bien, nosotros en el CPM asignábamos los tiempos de las actividades por cualquiera de los métodos conocidos (método de datos históricos o estimación en función de nuestra experiencia). Pero a partir del momento que no podemos hacerlo de ésta forma (porque no tenemos ni experiencia ni antecedentes históricos) debemos cambiar el concepto y considerar que el tiempo de cada actividad no es conocido y que para nuestro análisis debe ser un promedio probabilístico.

Consideramos que en un proyecto inédito (fenómeno de investigación y desarrollo), debemos trabajar con 3 tiempos, que denominamos:

- **To:** Tiempo Optimista
- **Tn:** Tiempo Normal
- **Tp:** Tiempo Pesimista

Tiempo Optimista: Es el tiempo que insumirá la realización de una actividad dada cuando en su realización se dan todas las condiciones favorables. Por ejemplo: Durante la etapa de relevamiento del terreno para la instalación de una planta industrial, no se registraron días de lluvia ni ausencia del personal. Por lo tanto el tiempo de relevamiento fue óptimo.

Tiempo Normal: Es el tiempo que insumirá la realización de una actividad dada cuando en su realización se dan todas las condiciones previstas tanto favorables como aquellas que complican o dificultan su realización. Por ejemplo: Durante la etapa de relevamiento del terreno para la instalación de una planta industrial, se registraron 12% de días de lluvia y un ausentismo del personal del 5%, valores considerados normales y que habían sido previstos.

Tiempo Pesimista: Es el tiempo que insumirá una actividad dada cuando en su realización se dan todas las condiciones adversas que complican o dificultan, pudiendo en casos extremos abortar la actividad y casi con seguridad el proyecto mismo. Por ejemplo: Durante la etapa de relevamiento del terreno para la instalación de una planta industrial, se registraron intensas lluvias que anegaron el terreno, una vez finalizadas las lluvias debieron contratarse equipos de bombeo para facilitar el drenaje, lo cual hizo que la duración del proyecto se incrementara en un 40%.

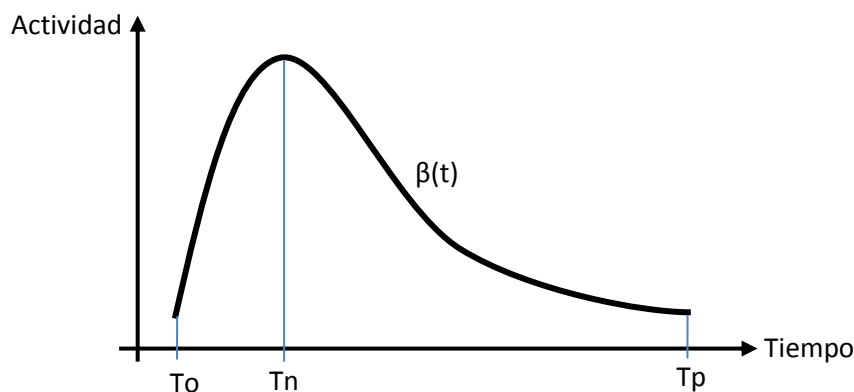
Cada uno de estos tiempos debe ser determinado utilizando el método que consideremos más idóneo en cada caso en particular. Es usual hoy en día el uso de simuladores o en casos muy especiales el concurso de expertos.

Lo que sí es muy importante, porque es parte del soporte teórico del método y siempre se debe tener en cuenta, es la relación de la magnitud de los tiempos, que como responde a una distribución no normal (distribución beta), se debe cumplir siempre lo siguiente:

$$T_n - T_o \ll T_p - T_n$$

Esta consideración deriva de haber constatado que las actividades de investigación y desarrollo siguen una ley de distribución no simétrica, no normal, denominada Beta, que tiene la particularidad de tener una forma asimétrica cuyo valor medio se acerca al valor optimista y se aleja más del valor pesimista.

Gráficamente, la función Beta se comporta de la siguiente manera:



Como toda distribución, la Beta se halla identificada por 2 parámetros: EL VALOR MEDIO y LA VARIANZA. Cada uno de ellos tendrá una expresión matemáticas para su cálculo y se nominarán de la siguiente manera:

“**Te**” será el VALOR MEDIO de la distribución (Tiempo esperado) y se calcula de la siguiente manera.

$$T_e = \frac{T_o + 4T_n + T_p}{6}$$

“**σt**” será la VARIANZA y tendrá la siguiente expresión:

$$\sigma^2 = \left| \frac{T_p - T_o}{6} \right|^2$$

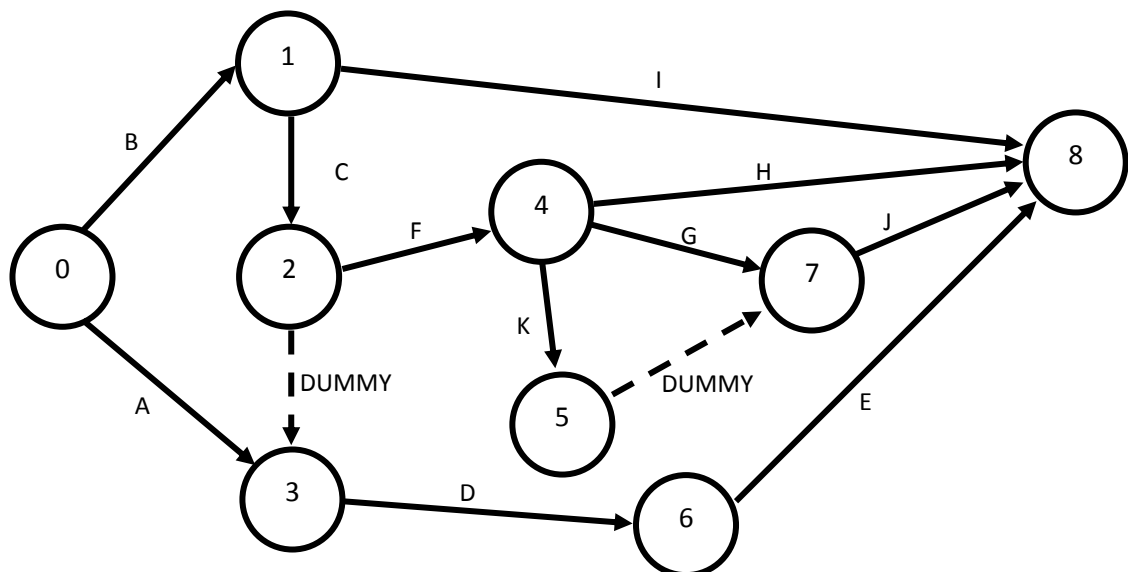
Para comprender mejor la manera de aplicar lo explicado, pasemos a resolver un ejercicio a modo de ejemplo.

PERT: Apertura de un local

Considerando los requerimientos de la siguiente tabla con las estimaciones de la duración de las tareas, estime la probabilidad aproximada de terminar el proyecto en el tiempo requerido de 22 semanas.

| Actividad | Tarea | Precedencia | to | tn | tp |
|-----------|-----------------------------|-------------|-----|-----|-----|
| A | Seleccionar local | - | 1 | 3 | 5 |
| B | Plan | - | 3 | 4,5 | 9 |
| C | Requerimientos del personal | B | 2 | 3 | 4 |
| D | Diseño | A, C | 2 | 4 | 6 |
| E | Construcción | D | 4 | 7 | 16 |
| F | Selección del personal | C | 1 | 1,5 | 5 |
| G | Contratación | F | 2,5 | 3,5 | 7,5 |
| H | Mudanza | F | 1 | 2 | 3 |
| I | Disposiciones Financieras | B | 4 | 5 | 6 |
| J | Entrenamiento del personal | G, K | 1.5 | 3 | 4.5 |
| K | Asegurar Entrenamiento | F | 1 | 3 | 5 |

Para empezar a resolver el ejercicio, vamos a construir la red con los datos que tenemos de Precedencias.



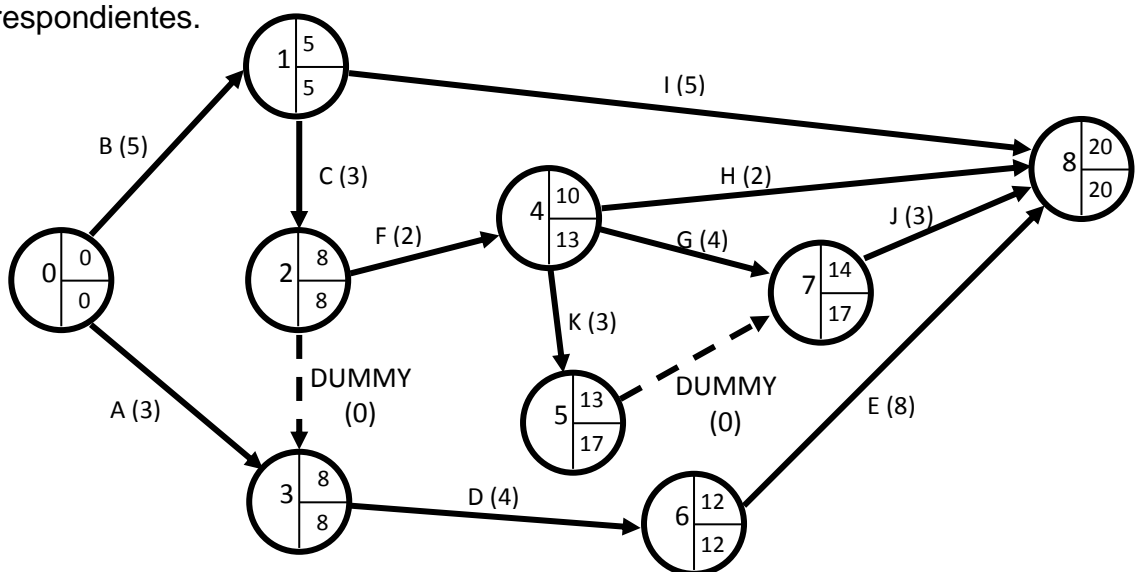
Una vez que tenemos trazada la red, estamos en condiciones de calcular los tiempos estimados de duración de cada una de las actividades para así poder llevar a cabo el

cálculo probable de duración del proyecto, como también la aplicación de las actividades a fecha temprana y a fecha tardía para así hallar cuáles son las actividades críticas que conformar el camino crítico del proyecto tal como lo hicimos en CPM.

Para calcular el Tiempo Esperado de cada actividad y la Varianza de ellas mismas vamos a proceder a realizar una tabla de la siguiente manera en donde aplicaremos las ecuaciones que hemos visto anteriormente.

| Actividad | To | Tn | Tp | Te | σ^2 |
|-----------|-----|-----|-----|----|------------|
| A | 1 | 3 | 5 | 3 | 0,444 |
| B | 3 | 4,5 | 9 | 5 | 1,000 |
| C | 2 | 3 | 4 | 3 | 0,111 |
| Dummy | - | - | - | - | - |
| D | 2 | 4 | 6 | 4 | 0,444 |
| E | 4 | 7 | 16 | 8 | 4,000 |
| F | 1 | 1,5 | 5 | 2 | 0,444 |
| G | 2,5 | 3,5 | 7,5 | 4 | 0,694 |
| H | 1 | 2 | 3 | 2 | 0,111 |
| I | 4 | 5 | 6 | 5 | 0,111 |
| J | 1,5 | 3 | 4,5 | 3 | 0,250 |
| K | 1 | 3 | 5 | 3 | 0,444 |
| Dummy | - | - | - | - | - |

Una vez calculado el Tiempo esperado de duración de cada una de las actividades, podemos proceder por volcar los datos en el diagrama de red y calculas en cada las fechas tempranas y tardías de cada actividad en cada uno de los nodos correspondientes.



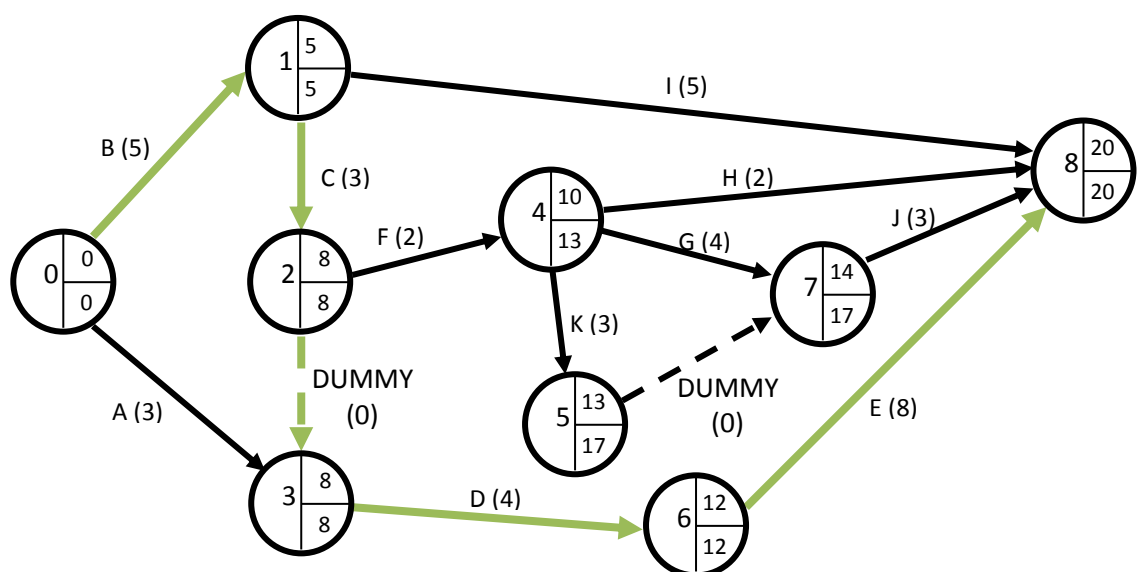
Como podemos observar, una vez calculado el Tiempo esperado de cada actividad, el procedimiento a seguir es similar al que ya hemos visto en CPM con la única diferencia es que en este caso los tiempos no son tiempos exactos, más bien son tiempos probabilísticos.

En este caso en particular se dio la particularidad de que los tiempos esperados de duración de cada actividad dieron como resultado un número exacto sin decimales. Pero por lo general, estos cálculos dan resultados con decimales.

Volviendo al ejercicio, una vez hecho estos cálculos, procedemos a hallar el camino crítico armando una tabla con las fechas tempranas y tardías de cada actividad y calculamos el Margen de flotación de cada actividad.

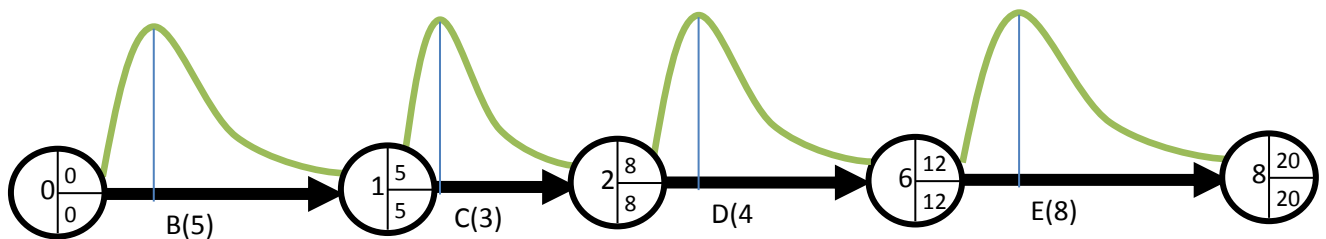
| Actividad | To | Tn | Tp | Te | σ^2 | FTj | Fti | Mfij | Crítica |
|-----------|-----|-----|-----|----|------------|-----|-----|------|---------|
| A | 1 | 3 | 5 | 3 | 0,444 | 8 | 0 | 5 | NO |
| B | 3 | 4,5 | 9 | 5 | 1,000 | 5 | 0 | 0 | SI |
| C | 2 | 3 | 4 | 3 | 0,111 | 8 | 5 | 0 | SI |
| Dummy | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,000 | 8 | 8 | 0 | SI |
| D | 2 | 4 | 6 | 4 | 0,444 | 12 | 8 | 0 | SI |
| E | 4 | 7 | 16 | 8 | 4,000 | 20 | 12 | 0 | SI |
| F | 1 | 1,5 | 5 | 2 | 0,444 | 13 | 8 | 3 | NO |
| G | 2,5 | 3,5 | 7,5 | 4 | 0,694 | 17 | 10 | 3 | NO |
| H | 1 | 2 | 3 | 2 | 0,111 | 20 | 10 | 8 | NO |
| I | 4 | 5 | 6 | 5 | 0,111 | 20 | 5 | 10 | NO |
| J | 1,5 | 3 | 4,5 | 3 | 0,250 | 20 | 14 | 3 | NO |
| K | 1 | 3 | 5 | 3 | 0,444 | 17 | 13 | 1 | NO |
| Dummy | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,000 | 17 | 13 | 4 | NO |

Según lo calculado, el camino crítico está compuesto por las actividades B-C-D-E



Cada actividad o tarea posee una naturaleza propia y en ese carácter es independiente de las demás, solo las vincula una relación de secuencia que se define por la programación adoptada para llevarlas a cabo. Recordemos que partimos del supuesto que cada actividad sigue una ley de distribución no normal del tipo Beta.

Si representamos gráficamente este fenómeno solo para las tareas del camino crítico que obviamente son las que definen el proyecto y por lo tanto las de nuestro interés, tendríamos el siguiente esquema:



$$\sum Te_c = Te_{total} = 20 \text{ dias}$$

Para resolver este problema es necesario recurrir a un concepto matemático estadístico fundamental conocido como TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE y que explica este fenómeno y como resolverlo.

TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE (TLC)

Si se han dado una serie de variables aleatorias independientes X_1, X_2, \dots, X_n de varianza $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2$, si las varianzas son finitas y si su suma crece indefinidamente con n , pero de manera tal que cada relación $\frac{\sigma_i^2}{\sum \sigma_i^2}$ tiende a cero. Podemos decir que en el límite la suma sigue una ley de distribución normal reducida, cualesquiera que sean las distribuciones de las X_i .

Por lo tanto, una suma de variables aleatorias independientes, estando cada una de ellas distribuida de manera cualquiera, cuando el número de estas variables es lo suficientemente grande podemos asumir, según lo demuestra el teorema, que sigue una ley normal, cuya media es la suma de las medias de cada variable y la varianza es la suma de cada una de las varianzas.

Entonces, aplicando el TCL en el caso analizado podemos notar que la fecha de finalización del evento es como lo habíamos calculado:

$$\sum Te_c = Te_t = 20 \text{ dias}$$

Y por la aplicación del TLC sabemos que la varianza de Te_t es normal y gaussiana y que el valor de $Te_t = 20días$ es el valor medio de la distribución y cuya varianza será igual a la suma de varianzas críticas, es decir las que corresponden a las actividades o tareas críticas del proyecto, por lo tanto la varianza del evento final será en nuestro caso:

$$\sigma_{Te_t}^2 = \sigma_{(B_{(0-1)})}^2 + \sigma_{(C_{(1-2)})}^2 + \sigma_{(D_{(3-6)})}^2 + \sigma_{(E_{(6-8)})}^2$$

$$\sigma_{Te_t}^2 = 1 + 0,111 + 0,444 + 4 = 5,555$$

Por lo tanto
$$\sigma_{Te_t} = \sqrt{\sigma_{Te_t}^2} = \sqrt{5,555} = 2,357$$

Cálculo de probabilidades

Para poder finalizar el ejercicio que utilizamos de ejemplo, debemos recurrir a la expresión de la probabilidad en GAUSS la cual la vamos a formular con la utilización de los términos de la programación por camino crítico:

- $Te_t = 20días$ Lo consideramos en Valor medio
- $\sigma_{Te_t} = 2,357$ Es la desviación estándar
- E_t = Valor del proyecto del cual queremos conocer la probabilidad de ocurrencia

Por lo tanto $Z_{(Gauss)}$ será:

$$Z = \frac{E_t - Te_t}{\sigma_{Te_t}}$$

Con el valor de Z calculado para los límites que se requiera calcular la probabilidad iremos a la tabla de Gauss y en ella encontraremos un valor que será el área debajo de la curva que será la probabilidad que estamos buscando.

Debemos recordar que la curva de Gauss matemáticamente es simétrica y que por lo tanto se puede integrar desde ambos límites.

Además la probabilidad de terminar el proyecto hasta $Te_t = 20días$ es igual a la probabilidad de terminar el proyecto después de los 20 días, en ambos casos la probabilidad es del 50% pues el área de la curva hasta y desde ese valor es del 0.50. Recordemos que la superficie total de la curva de Gauss es igual a uno (1)

Continuando con el ejemplo:

$$Z = \frac{E_t - Te_t}{\sigma_{Te_t}} = \frac{22días - 20días}{2,357} = 0,8485$$

Yendo a la tabla de probabilidades de Gauss podemos ver que para el valor 0.84 nos da 0.7995 y para el valor 0.85 nos da un valor 0.8023.

El valor de la tabla para z es el área bajo la curva de la normal estándar a la izquierda de z

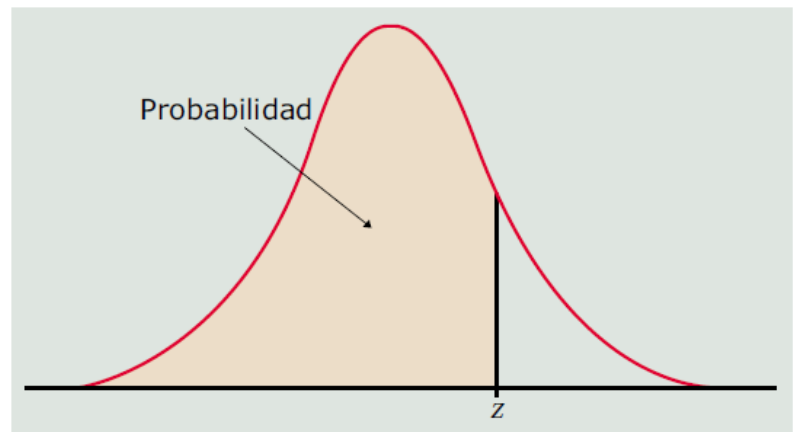


TABLA A: Probabilidades de la normal estándar (cont.)

| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0 | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5160 | .5199 | .5239 | .5279 | .5319 | .5359 |
| 0.1 | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5636 | .5675 | .5714 | .5753 |
| 0.2 | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6026 | .6064 | .6103 | .6141 |
| 0.3 | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6406 | .6443 | .6480 | .6517 |
| 0.4 | .6554 | .6591 | .6628 | .6664 | .6700 | .6736 | .6772 | .6808 | .6844 | .6879 |
| 0.5 | .6915 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7088 | .7123 | .7157 | .7190 | .7224 |
| 0.6 | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7454 | .7486 | .7517 | .7549 |
| 0.7 | .7580 | .7611 | .7642 | .7673 | .7704 | .7734 | .7764 | .7794 | .7823 | .7852 |
| 0.8 | .7881 | .7910 | .7939 | .7967 | .7995 | .8023 | .8051 | .8078 | .8106 | .8133 |
| 0.9 | .8159 | .8186 | .8212 | .8238 | .8264 | .8289 | .8315 | .8340 | .8365 | .8389 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 | .8485 | .8508 | .8531 | .8554 | .8577 | .8599 | .8621 |

Interpolando la diferencia de 0.0028 en 100 partes, tendremos 0.000028, ahora le debemos sumar al valor 0.7995 una cantidad de $0.000028 \times 85 = 0.00238$ quedando que la probabilidad de $Z=0.8485$ es de $0.7995 + 0.00238 = 0.80188$. Es decir que tenemos una probabilidad del 80,188% de terminar el proyecto antes de los 22 días.