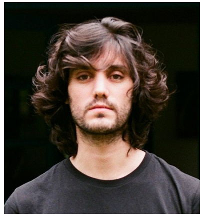
Introduccion a Investigacion Operativa clase 00

Investigación Operativa UTN FRBA 2022
Curso: I4051
Equipo docente: Martin Palazzo, Rodrigo Maranzana, Augusto Diaz Gustavino.

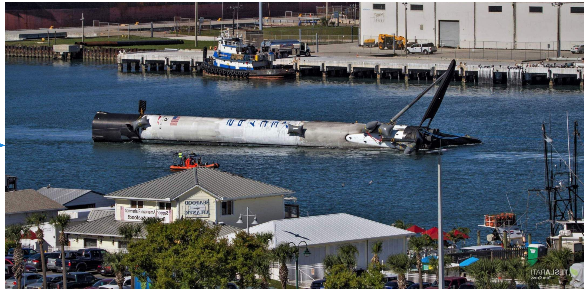
Equipo docente Investigación Operativa I4051

Rodrigo Maranzana
Lead Data Scientist en Banco Hipotecario
JTP Investigación Operativa UTN FRBA.
Ingeniero Industrial UTN FRBA.
Master en Optimización y Seguridad de Sistemas UTT (Fr)
Geek, amante de la ciencia, tecnología y el lado quant de la ingeniería industrial.



Martin Palazzo
Director of In-Silico Division en Stamm Biotech
Profesor Investigación Operativa UTN FRBA y Universidad de San Andres
PhD Engineering Signal Processing & Machine Learning UTT (Fr) & UTN
Master en Optimización y Seguridad de Sistemas UTT (Fr)
Ingeniero Industrial UTN FRBA.
Investiga la intersección entre Machine Learning y Biología Molecular.

why information grows



* Hidalgo, C. (2015). *Why information grows: The evolution of order, from atoms to economies*. Basic Books.

Vision del curso

Preparar a los futuros ingenier@s para lidiar con complejidad en el contexto de la 4ta revolución industrial*.

*The Fourth Industrial Revolution: what it means, how to respond (World Economic Forum)
https://www.weforum.org/agenda/2016/01/the-fourth-industrial-revolution-what-it-means-and-how-to-respond/

Misión del curso

Lograr que los alumn@s terminen el curso incorporando:

1. Métodos cuantitativos computacionales
2. Herramientas de matemática aplicada
3. Conociendo casos de aplicación en la industria

Programa de la Materia

Primer Parcial

1. Simulacion
2. Procesos Estocásticos: Cadenas de Markov
3. Filas de Espera
4. Grafos y redes de proyectos

Segundo Parcial

1. Optimizacion: Programación Lineal
2. Optimizacion: Algoritmo del Simplex, Solución Dual y Primal
3. Optimizacion: Casos no lineales
4. Inventarios
5. Transporte y Asignación

Herramientas de la materia

- Apuntes, código y presentaciones: github y campus virtual
- Teoria base: Libros Hillier, Taha.
- Ejercitación: Guia de Ejercicios
- Aplicaciones computacionales: Python (Jupyter Notebooks)
- Comunicacion: google groups, slack

@ioperativ

github.com/investigacion-operativa/pyOperativ

@ioperativ

Evaluación de la materia

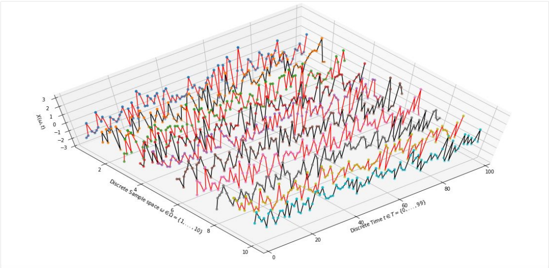
- 2 Parciales. Ambos con 2 recuperatorios a realizarse durante el año.
- Trabajo práctico individual en python. Los TPs son opcionales y necesarios para promocionar.

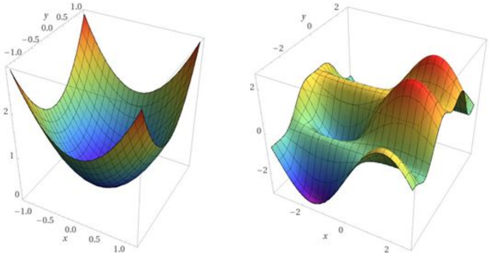
Introducción a la Investigación Operativa

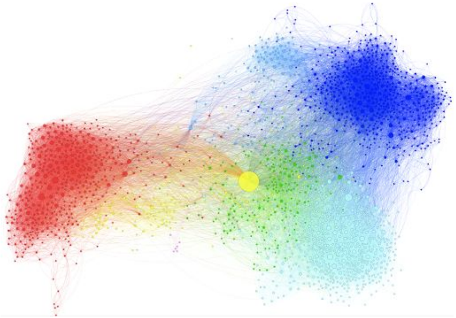
Investigación Operativa

La investigación Operativa es una rama de la ciencia que involucra

- Procesos estocásticos/simulacion
- Optimizacion
- Teoria de redes
- Otras ramas de la matemática aplicada







Investigación Operativa

La investigación Operativa tiene utilidad para **modelar sistemas y problemas complejos**. Poder modelar permite poder realizar una **interpretación matemática de la realidad** y en consecuencia **tomar decisiones** basadas en el modelo utilizado.

El modelo matemático es utilizado para describir el sistema bajo ciertas suposiciones. Utilizando el modelo matemático podemos estudiar los efectos de sus distintos componentes.

Un modelo matemático está compuesto por ecuaciones, variables independientes, variables dependientes, parámetros y coeficientes para cada variable. Cada variable puede representar un parámetro de interés en un sistema que es cuantificable.

Modelos matematicos

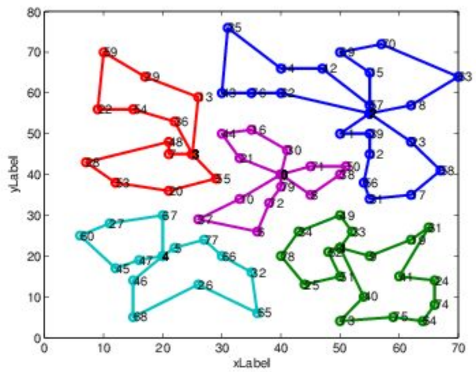
Los modelos matemáticos pueden clasificarse en:

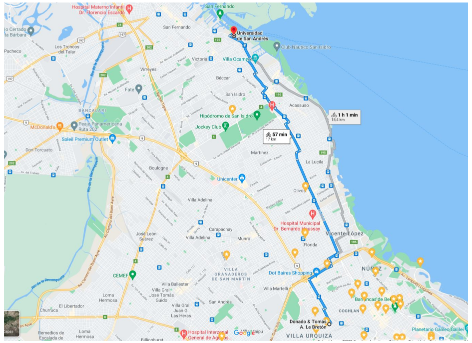
- Modelos Lineales o No Lineales
- Modelos Estocasticos o Deterministicos
- Discretos o Continuos
- Dinamicos o Estaticos

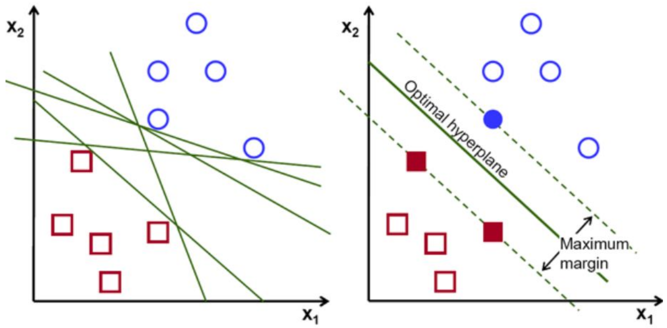
Investigación Operativa: optimizacion

La optimización matemática (o programacion matematica) consiste en poder encontrar y seleccionar de un segmento de múltiples alternativas disponibles el mejor elemento con respecto a un criterio.

El estudio de la optimización se desarrolla desde la comunidad de matemática aplicada y encuentra usos en los campos de ciencias de la computación, ingeniería industrial, biología y economía.



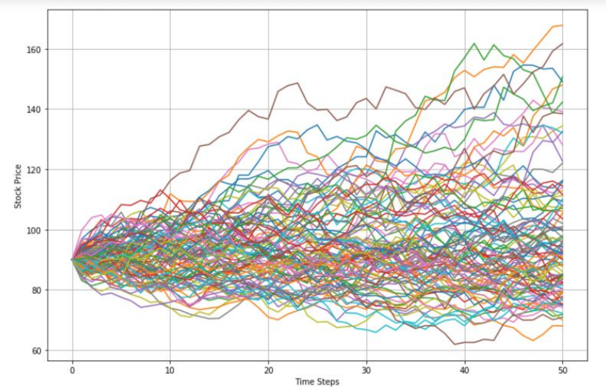


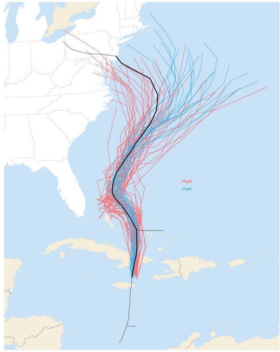


Investigación Operativa: Procesos estocásticos

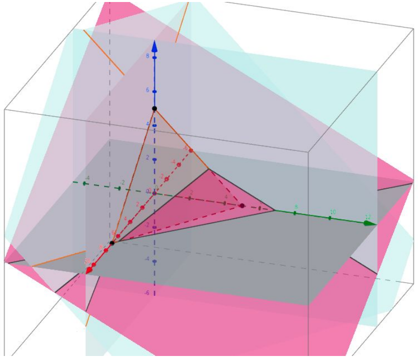
La **simulación** involucra la generación de eventos partiendo de variables aleatorias gobernadas por distribuciones de probabilidad.

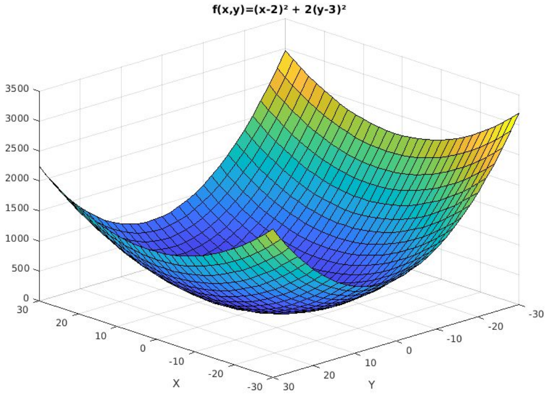
Simulando un sistema podemos estudiar los distintos estados que puede tomar en el tiempo y potenciales escenarios esperados.

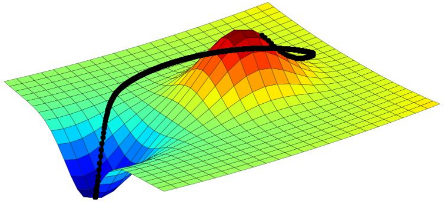




Spoiler: El backend de la optimización







Para poder realizar optimización debemos manipular funciones y ecuaciones matematicas.

Distribuciones de Probabilidad y variables aleatorias

Procéso Estocástico

Es aquel caracterizado por:

- una o más variables aleatorias (VA)
- Las VAs evolucionan en el tiempo bajo cierta distribución de probabilidad.

Variables Aleatorias

Espacio muestral: es el conjunto de resultados posibles de cada experimento desde los cuales la variable aleatoria puede generar valores imágenes.

Rango: Cada variable aleatoria se caracteriza por tener un rango de valores que puede generar, es decir los valores imágenes.

Distribuciones de probabilidad: las distribuciones de probabilidad o PDF (Probability Density Functions) determinarán la probabilidad de ocurrencia de cada valor que tome la variable aleatoria dado el espacio muestral.

Variables Aleatorias

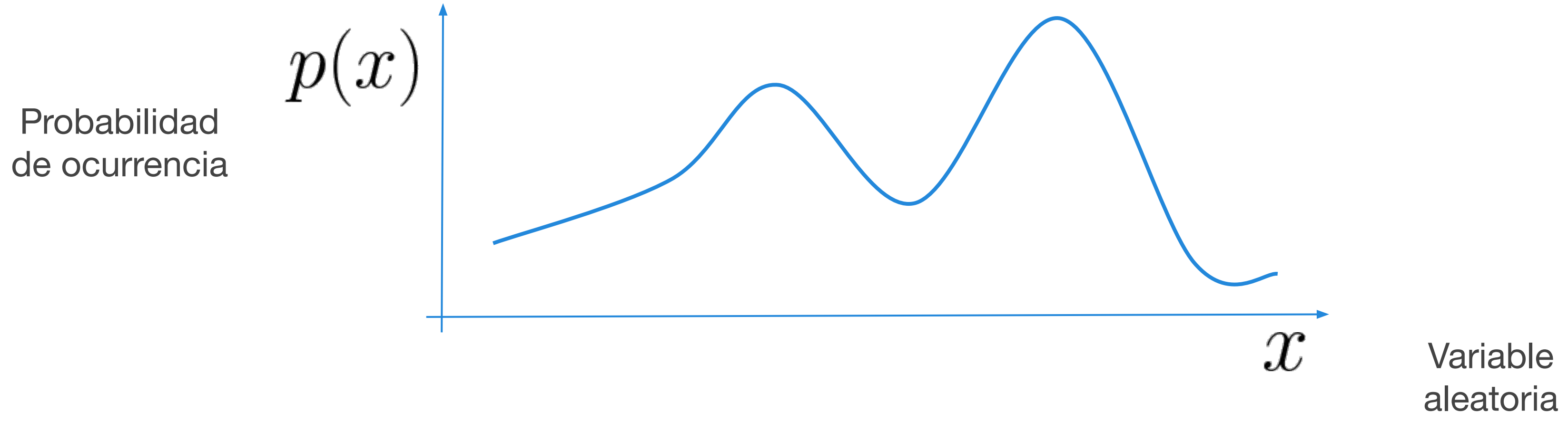
Asigna un valor numérico a un experimento aleatorio sujeto a una distribución de probabilidad, que determina qué probabilidad existe de que suceda cada valor numérico. Se pueden clasificar en

- **Discretas ->** el valor de la VA es discreto y evoluciona a través del parámetro
  - Parámetro continuo
  - Parámetro discreto

- **Continuas ->** el valor de la VA es continuo y evoluciona a través del parámetro
  - Parámetro contínuo
  - Parámetro discreto

Distribución de probabilidad

La distribución de probabilidad es la **función** que asigna probabilidades de ocurrencia a distintos estados posibles de un experimento [1]. Es la **descripción** de un fenómeno **aleatorio** en términos de un espacio de muestreos y probabilidades de eventos.



[1] Ash, Robert B. (2008). *Basic probability theory* (Dover ed.). Mineola, N.Y.: Dover Publications

Funciones de densidad de probabilidad

Función de densidad de probabilidad discreta (izq) y continua (der).

$$\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$$

$$\int_{\mathcal{X}} f(x)dx = 1$$

[1] Ash, Robert B. (2008). *Basic probability theory* (Dover ed.). Mineola, N.Y.: Dover Publications

Funciones acumuladas de probabilidad

Función de densidad acumulada

$$F(x) = \quad P(X \leq x) \quad \forall \; x \in \mathbb{R}$$

Función de densidad acumulada **discreta**

$$F(x) = \sum_{x_k \leq x} P(x_k)$$

Función de densidad acumulada **continua**

$$F(b) = P(x \leq b) = \int_{-\infty}^{b} f(x)dx$$

Esperanza y Varianza de una VA

Valor Esperado de una variable aleatoria discreta (izq) y continua (der)**:**

$$E(X) = \sum xP(x)$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx$$

Varianza: Se utilizan para describir la variabilidad de una variable aleatoria en referencia a su esperanza.

$$var(X) = E(X - E(x))^2$$

Función de probabilidad empírica

$$P_{\text{teorica}}(x = a) = f(x = a)$$

$$P_{\text{empirica}}(x = a) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta(x_i = a)}{n}$$

Ejemplo proba empírica

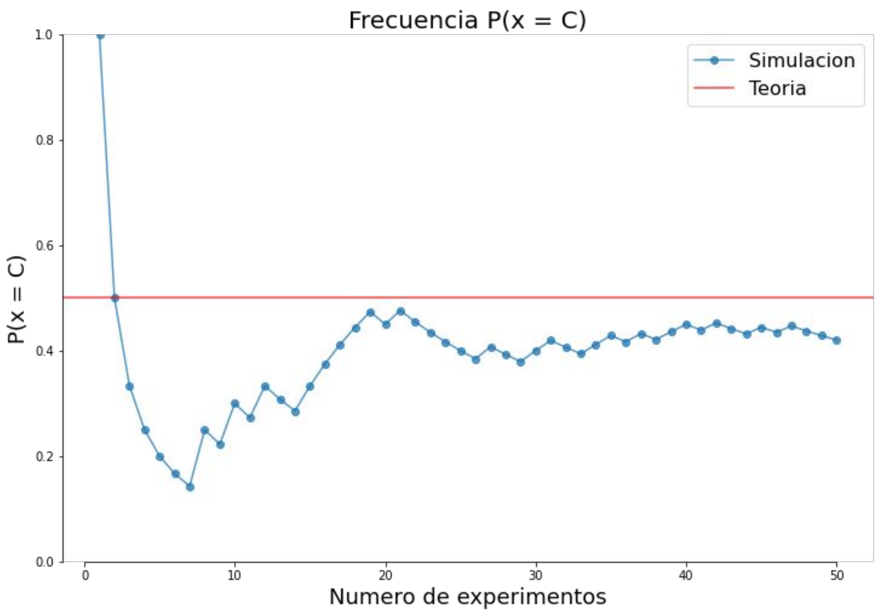
Supongamos que tenemos una moneda con 2 caras perfectamente balanceada donde la probabilidad teórica de obtener una cara es P(x = C) = 0.5.

Vamos a estimar en Python la probabilidad teórica con la probabilidad empírica mediante experimentos. En este caso n = 20.

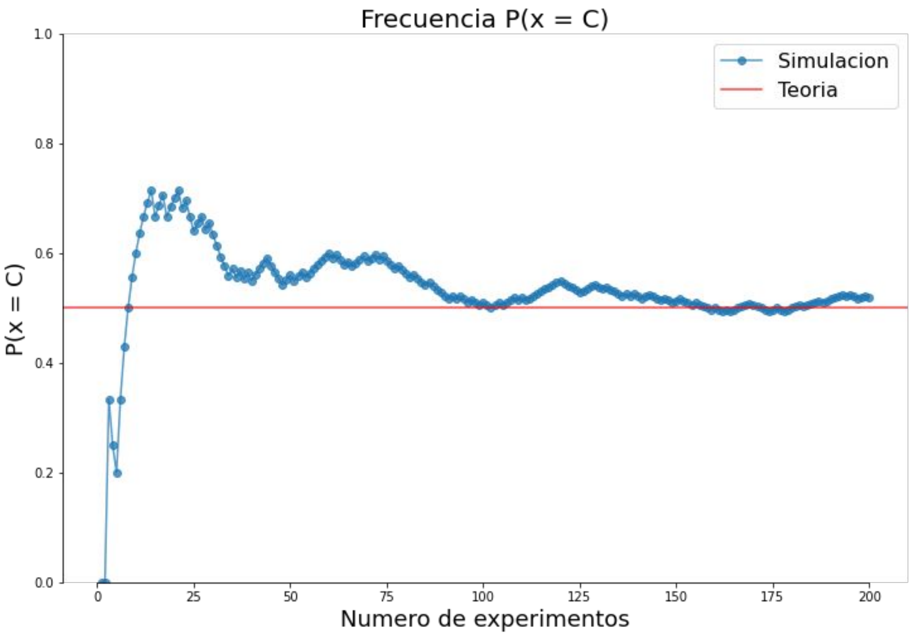
```
Experimentos: C C S C S S C S C C C S S S S S S S S C
Numero de caras: 8
P(x=C) = 0.4 (Numero de caras/Total experimentos)
```

Luego de 20 iteraciones/sampleos del fenómeno a estudiar (moneda) observamos que la probabilidad empírica P(x = C) = 0.4. Que sucedio?

Ejemplo proba empírica



Proba empirica luego de 50 iteraciones



Proba empírica luego de 200 iteraciones

Variables aleatorias complejas

$$p(x = \text{cancer}) = f(???) = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$p(x = +\ \text{covid}) = f(???) = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

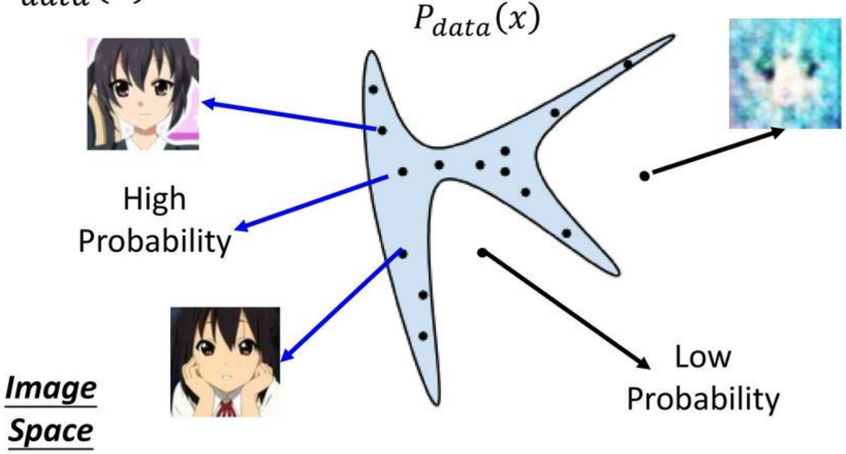
$$p(x = \text{cruzarte a un conocido}) = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

En los problemas reales existen variables aleatorias multi-variadas con distribuciones de densidad de probabilidad complejas.

Variables aleatorias complejas

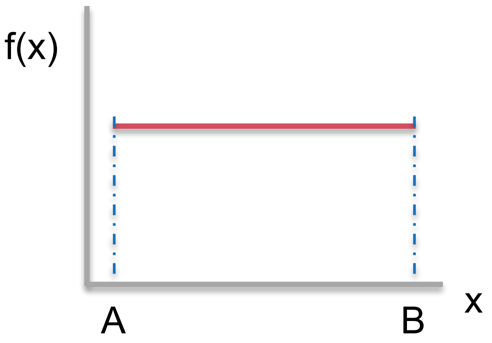
Basic Idea of GAN

- The data we want to generate has a distribution $P_{data}(x)$



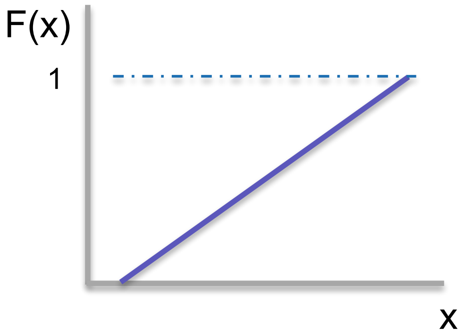
distribución uniforme

Distribución de densidad de probabilidad.



$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{if} \quad a \leq x \leq b \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

Distribución de probabilidad acumulada.



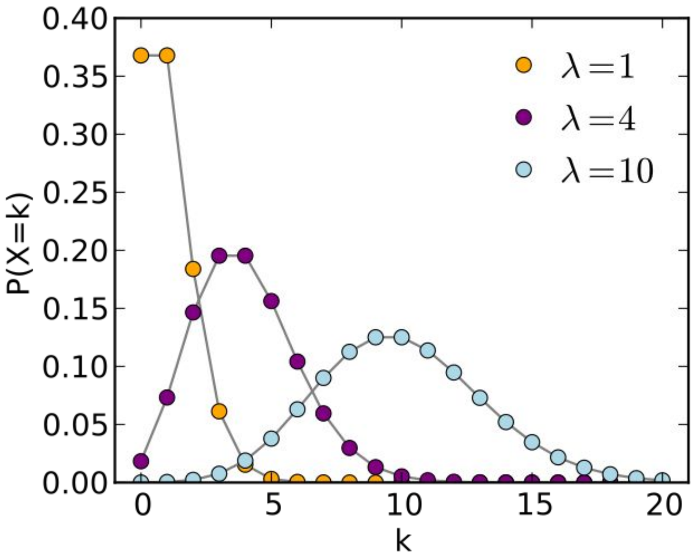
Rango de valores posibles.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{if} \quad x > b \end{cases}$$

La distribución de probabilidad uniforme asigna la misma probabilidad de ocurrencia a cada valor dentro del rango que puede generar una variable aleatoria.

distribución poisson

Distribución de densidad para distintos valores del parámetro lambda.



Rango de valores posibles de la VA.

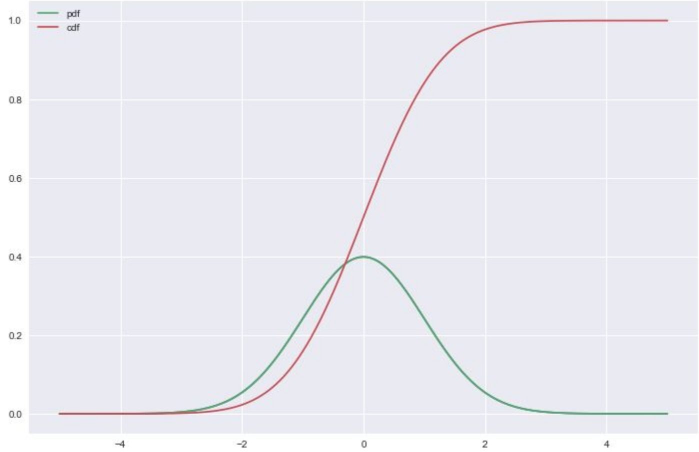
Distribución simétrica de VA discreta. El parámetro lambda define la frecuencia de ocurrencia de eventos media.

Se utiliza para modelar la **cantidad de eventos discretos en un intervalo de tiempo fijo.**

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

distribución gaussiana - normal

Distribución de densidad (verde) y acumulada (roja) de probabilidad.



Rango de valores posibles de la VA.

Distribución simétrica de VA continua. El parámetro mu define la esperanza y el sigma el desvío standard.

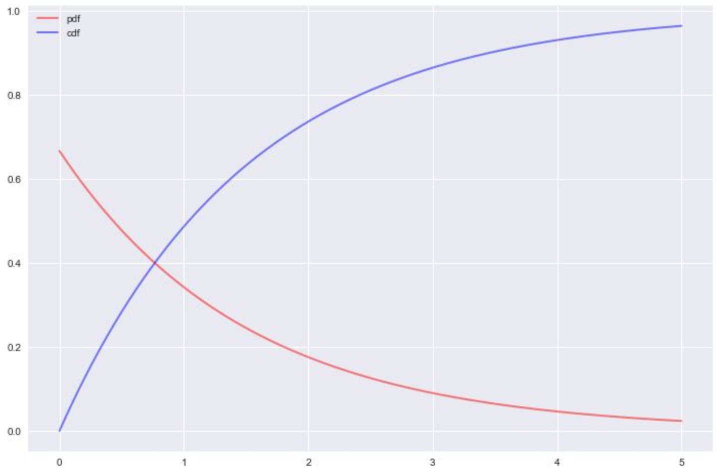
Suele utilizarse para modelar procesos reales en ciencias naturales, sociales, etc.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

distribución exponencial

Distribución de densidad (rojo).

Acumulada (azul).



Rango de valores posibles de la VA.

Distribución simétrica de VA continua. El parámetro lambda define la frecuencia de ocurrencia de eventos media (es el mismo lambda que la poisson).

Se utiliza para modelar el **tiempo que transcurre entre dos eventos de un proceso de Poisson.**

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$