

Redes de proyecto por camino crítico

Clase 09

Investigación Operativa UTN FRBA 2020

Curso: I4051

Equipo: Juan Piro, Milagros Bochor, Gabriel Boso, Rodrigo Maranzana

Docente: Martín Palazzo

Agenda clase 06

- Definición de proyectos
- Teoría de grafos
- Critical Path Method
- Ejercicio Camino Crítico



Una breve historia de Project Management

Grandes proyectos desde la antigüedad

- Pirámides (Egipto),
- Gran muralla (China)

Poca documentación que evidencie gestión de proyectos

Formal Project Management

- Henry Gantt (1861-1919) -> graficos de barra 1910
- 1957 Sputnik Crisis -> Ciencia de la gestión
- Polaris (1958) -> Project Evaluation and Review Technique (PERT)
- DuPont Company (1960) -> Critical Path Method (CPM)

Definición de Proyecto

Project Management Institute

Un proyecto es un esfuerzo temporal y único, con un inicio y final establecidos.

Taha

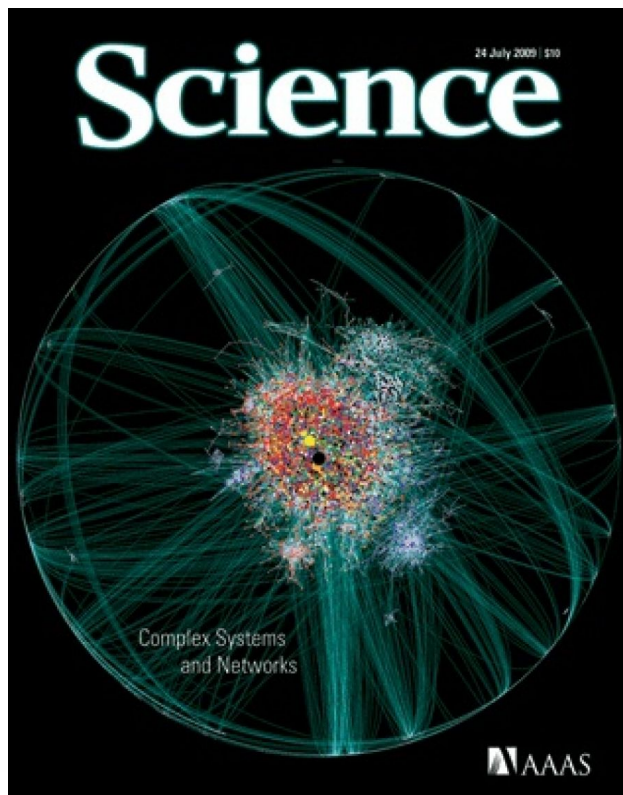
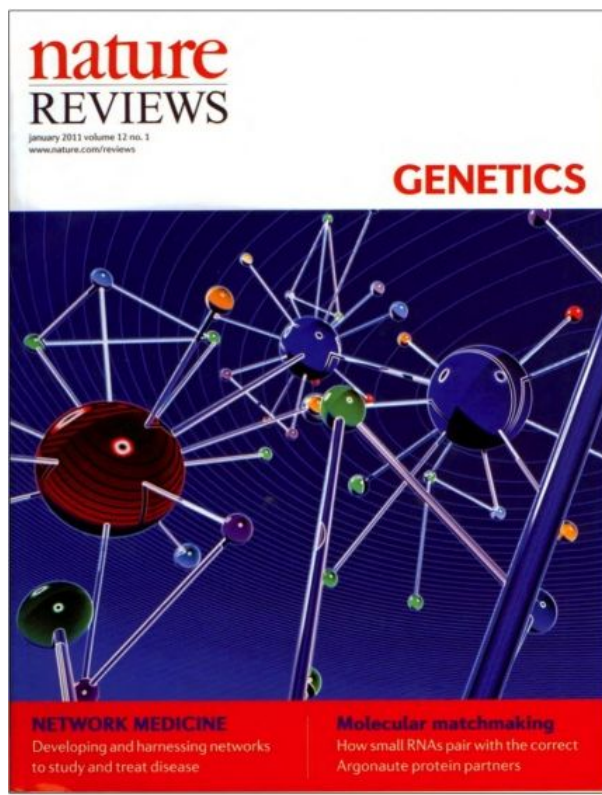
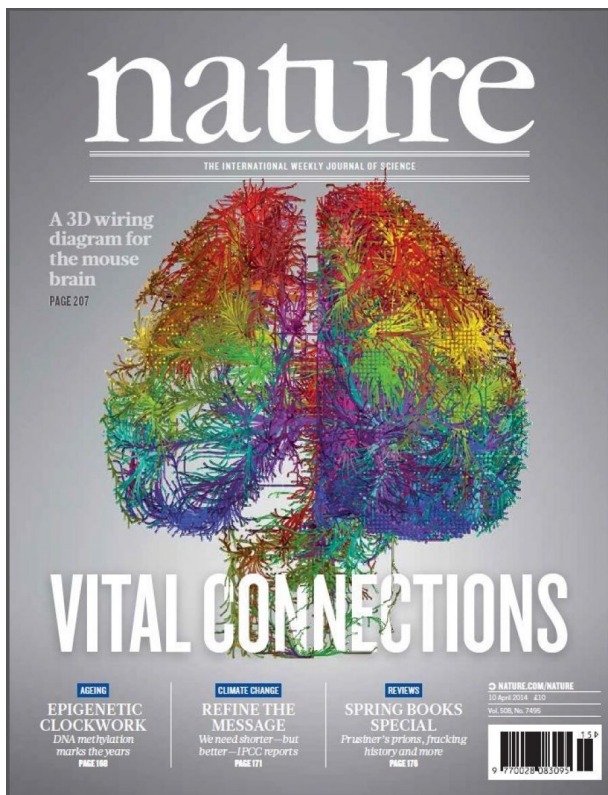
Es conjunto de actividades interrelacionadas, en las que cada actividad consume tiempo y recursos (Taha).

Ejemplos de Proyectos

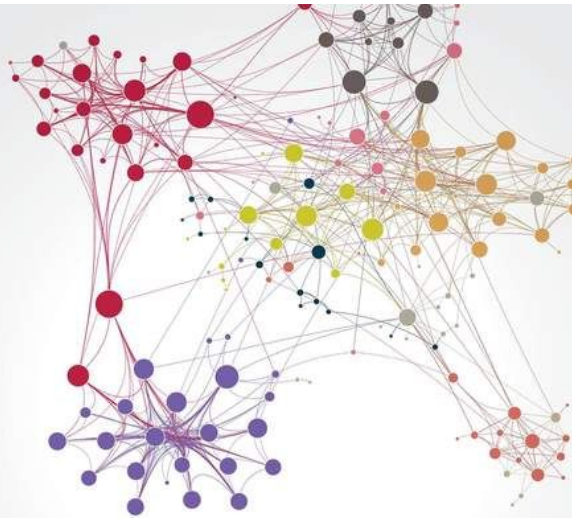
Actividad	Descripción de la actividad	Predecesores inmediatos	Duración estimada
A	Excavación	—	2 semanas
B	Colocar los cimientos	A	4 semanas
C	Levantar paredes	B	10 semanas
D	Colocar el techo	C	6 semanas
E	Instalar la plomería exterior	C	4 semanas
F	Instalar la plomería interior	E	5 semanas
G	Aplanados exteriores	D	7 semanas
H	Pintura exterior	E, G	9 semanas
I	Instalar el cableado eléctrico	C	7 semanas
J	Aplanados interiores	F, I	8 semanas
K	Colocar pisos	J	4 semanas
L	Pintura interior	J	5 semanas
M	Colocar accesorios exteriores	H	2 semanas
N	Colocar accesorios interiores	K, L	6 semanas

Teoría de grafos

Teoría de Grafos



Teoría de Grafos: Network Science



Albert-László Barabási

**NETWORK
SCIENCE**

El principal libro de teoría de grafos es Network Science, de Albert Barabasi, uno de los investigadores activos mas importantes en el área. El libro es gratuito y de libre acceso desde <http://networksciencebook.com/> .

Para consulta de literatura también página 331 a 335 y 368 a 380 del libro Hillier

Grafos

Elementos de un Grafo

- Nodos (nodes-vertex) -> instancias
- Arcos (edges) -> conectan los nodos

Grafos

- Direccionados (los que vamos a usar en IO)
- Uni-direccionados

Grafos: Matriz de adyacencia

Dada una lista de nodos

$$N = \{n_1, n_2, n_3, \dots, n_n\}$$

La adyacencia entre nodos se define como

$$A = \begin{cases} A_{ij} = 1 & \exists \text{ conexión entre } i \text{ y } j \\ A_{ij} = 0 & \nexists \text{ conexión entre } i \text{ y } j \end{cases}$$

Adyacencia discreta:
- existe o no conexión

$$A = \begin{cases} A_{ij} = W_{ij} & \exists \text{ conexión e/ } i \text{ y } j \text{ con peso } W \\ A_{ij} = 0 & \nexists \text{ conexión e/ } i \text{ y } j \end{cases}$$

Adyacencia continua
- las conexiones están 'pesadas'

Grafos: Matriz de adyacencia

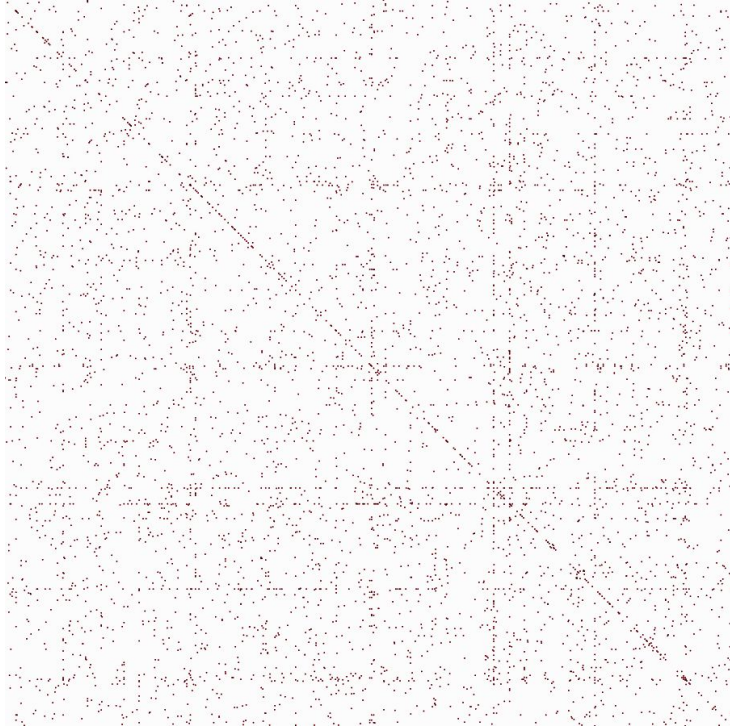
En un grafo direccionado:

- el 1er subíndice de **A** representa el nodo de origen
- el 2do subíndice de **A** representa el nodo destino
- Matriz de adyacencia cuadrada
- Grado de la matriz = cantidad de nodos

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix}$$

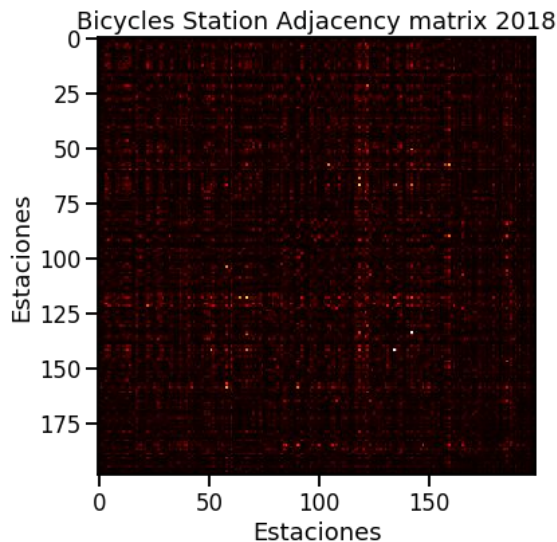
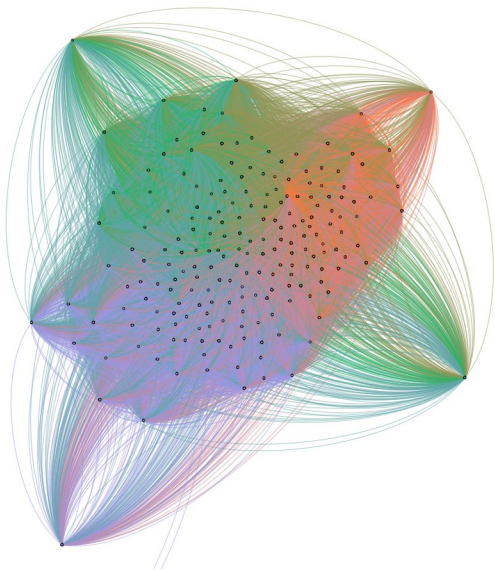
Cada posición de la matriz de adyacencia representa un arco (edge) entre nodos

Matriz de adyacencia: biología



Matriz de adyacencia de un grafo de 2018 nodos. Cada nodo representa una proteína y cada conexión entre nodos representa interacciones entre proteínas.

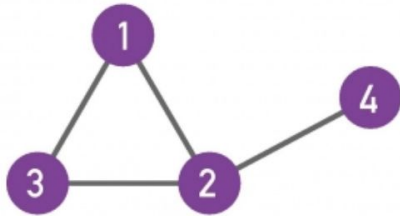
Matriz de adyacencia: urbanismo



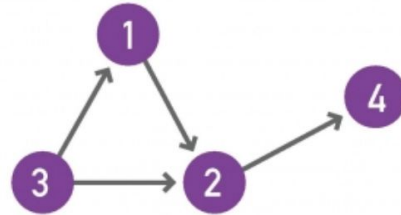
Matriz de adyacencia de un grafo de 200 nodos y 38483 arcos. Cada nodo representa una estación de BA bici y cada conexión entre nodos representa un viaje realizado entre dichas estaciones.

Este tipo de estudios permite reconocer posibles comunidades de estaciones para poder segmentar la red de bicicletas y poder realizar política pública más eficiente.

Matriz de adyacencia: según tipo de grafo



$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Grafo no-direccionado (izq)

- La matriz de adyacencia es simétrica.

Grafo direccionado (der)

- La matriz de adyacencia no es simétrica.

Critical Path Method

Critical Path Method

El CPM es un modelo de optimización de redes-grafos utilizado para gestionar tareas de proyectos.

- El proyecto comienza en un suceso/instante y finaliza en un suceso/instante.
- El proyecto está conformado por varias tareas.
- Existen tareas que preceden mandatoriamente a otras.
- En función de la precedencia de tareas algunas serán mas críticas que otras.

Redes de Proyecto

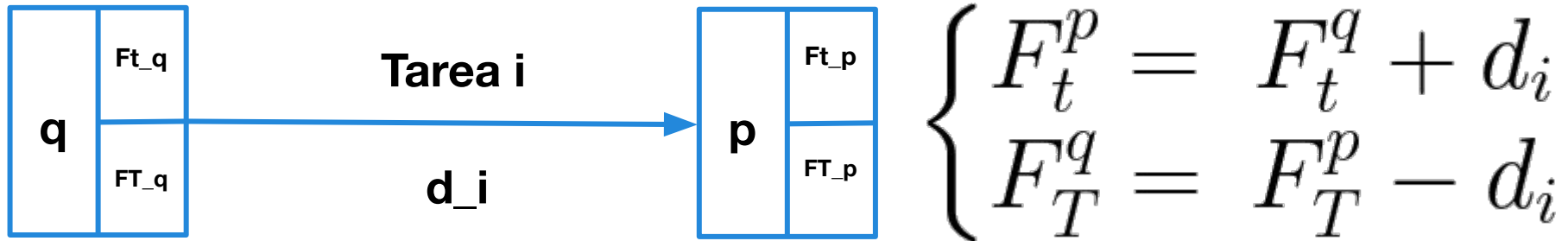
Se debe partir de los siguientes datos:

- Lista de actividades
- Relaciones de precedencia entre actividades
- Tiempo y/o costo de una actividad

Para representar el proyecto

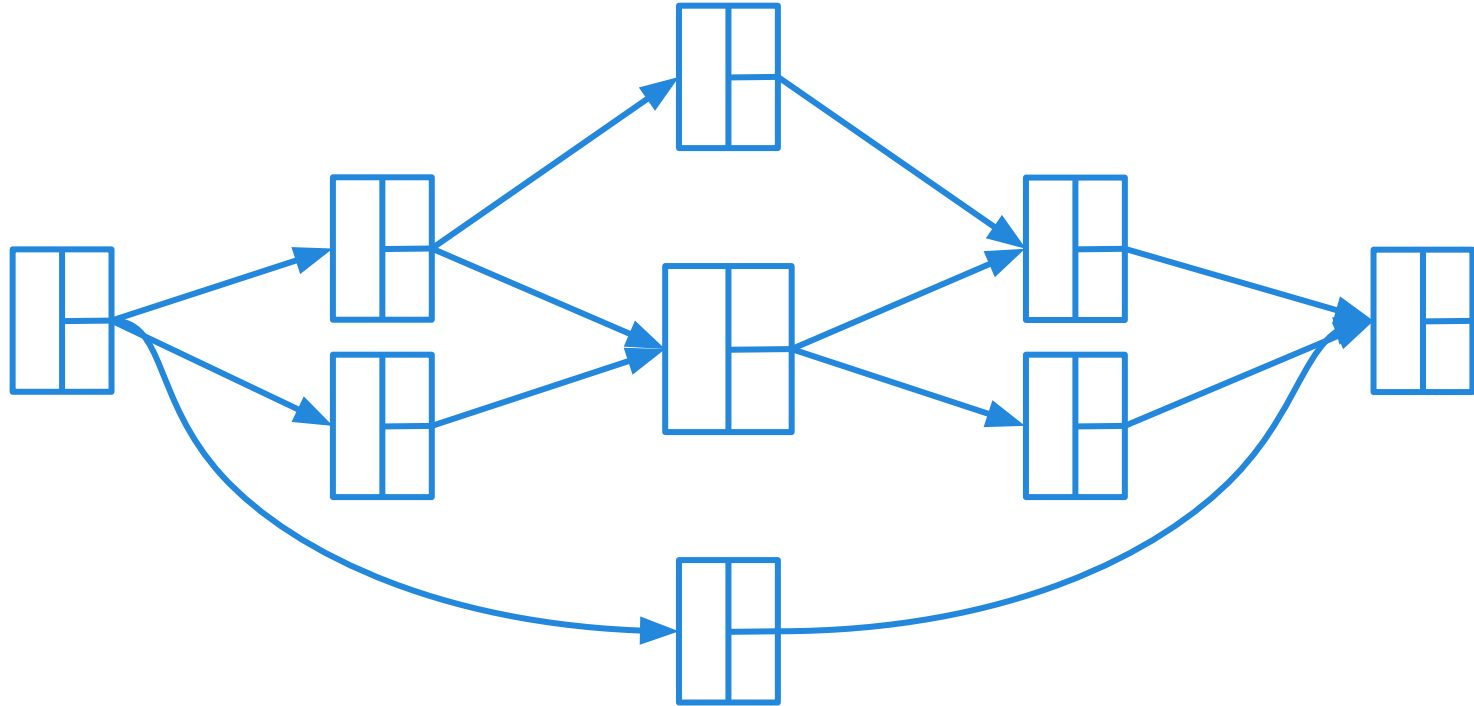
- Cada actividad es un arco
- El peso de cada arco representa el costo o tiempo de la tarea
- Cada nodo es un suceso/instante de comienzo o finalización de la tarea

Redes de proyecto



- Arco 'qp' -> tarea 'i' del suceso 'q' al 'p' . La duración 'd_i' de la tarea 'i' estará determinada por el peso del arco
- Cada suceso 'q' o 'p' tendrá una fecha temprana de ocurrencia (Ft) y otra tardía (FT).
- Cada fecha representa el instante mas temprano y tardío posible que podría ocurrir el suceso 'q'.
- El suceso inicial y final tienen una Ft = FT. Para el suceso inicial Ft = FT = 0

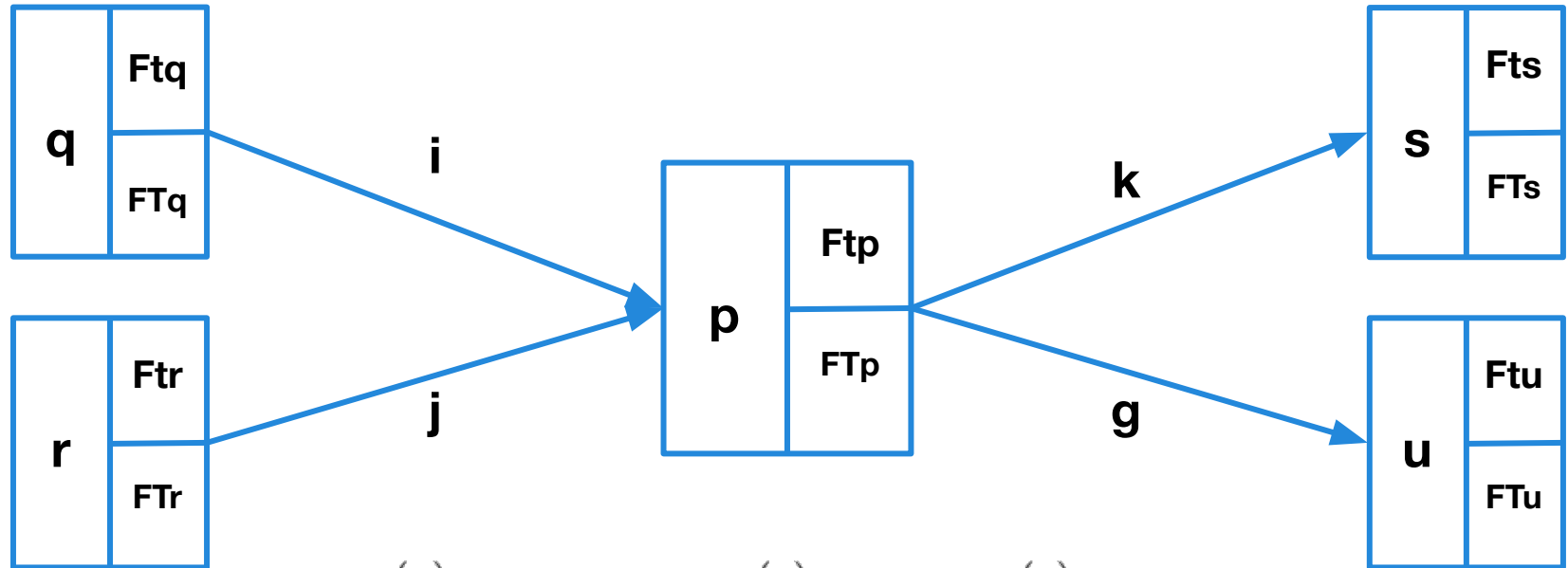
Redes de proyecto



Redes de Proyecto: Fechas tempranas y tardías

$$F_t^{(n)} = F_t^{(n-1)} + d_{(n-1,n)}$$
$$F_T^{(n)} = F_T^{(n+1)} - d_{(n,n+1)}$$

Redes de Proyecto: Fechas tempranas y tardías



$$F_t^{(p)} = \max(F_t^{(q)} + d_i, F_t^{(r)} + d_j)$$
$$F_T^{(p)} = \min(F_T^{(s)} - d_k, F_T^{(u)} - d_g)$$

Redes de Proyecto: Márgenes de las tareas

Margen Independiente: cuanto puede moverse la iniciación de la tarea correspondiente sin perturbar las tareas que le preceden o que le siguen.

$$M_I^{(ij)} = F_t^{(j)} - F_T^{(i)} - d_{ij}$$

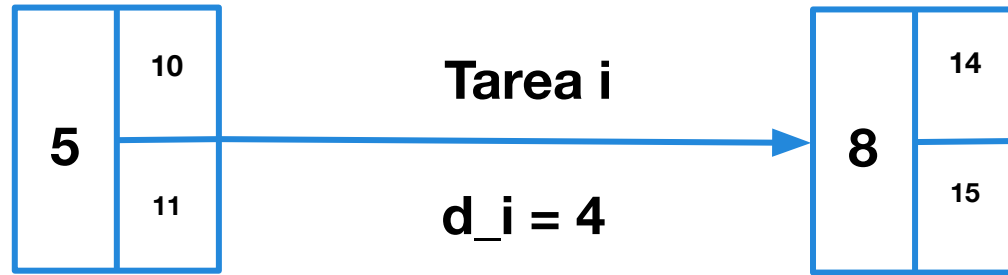
Margen Total: Indica cuanto puede atrasarse la tarea correspondiente sin retrasar la totalidad del proyecto. Aquellas tareas cuyo margen total = 0 se las denomina **críticas**.

$$M_T^{(ij)} = F_T^{(j)} - F_t^{(i)} - d_{ij}$$

Margen Libre: Indica cuanto puede atrasarse la iniciación de la tarea correspondiente sin que su finalización afecte el comienzo de las que siguen. Ojo! Todas las tareas críticas tienen margen libre = 0, aunque no necesariamente de manera inversa.

$$M_L^{(ij)} = F_t^{(j)} - F_t^{(i)} - d_{ij}$$

Redes de Proyecto: Margen de cada tarea



$$M_T^{(5-8)} = F_T^{(8)} - F_t^{(5)} - d_{5-8} = 15 - 10 - 4 = 1$$

Redes de Proyecto por CC: pseudo-código

1. Crear el grafo de la red de tareas.
2. Calcular las fechas tempranas de cada suceso.
3. Calcular las fechas tardías de cada suceso.
4. Calcular el Margen Total de cada tarea y la duración total.
5. Determinar las tareas críticas.

Redes de Proyecto: Margen de cada tarea

Tarea	PFC	UFC	PFF	UFF	D	Mt
A	0	3	5	8	5	8
...
...	0

Una vez realizados todos los pasos del CPM se confecciona una tabla de resultados para cada tarea donde calcula:

- Primera Fecha de Comienzo (PFC)
- Ultima Fecha de Comienzo (UFC)
- Primera Fecha de Finalización (PFF)
- Ultima Fecha de Finalización (UFF)
- D = Duración de la tarea
- Margen total -> si es = 0 entonces la tarea es crítica