

Programación de Proyectos: El Método del Camino Crítico

Introducción al PM y CPM

Bibliografía sugerida: Manual básico de métodos de camino crítico. I. Marín y R.J.A. Palma.
Consejo Federal de Inversiones, 1970.

Pregunta

¿Qué es un proyecto?

Algunas definiciones

De acuerdo al **Project Management Institute**, en términos simples:

Un proyecto es un esfuerzo temporal y único, con un inicio y final establecidos.

Mientras que la gestión de proyectos (project management), es definida como:

La aplicación de conocimientos, habilidades, herramientas y técnicas a un amplio rango de actividades en orden de alcanzar los requerimientos de un proyecto en particular.

Algunas definiciones

Es conjunto de **actividades interrelacionadas**, en las que cada actividad consume tiempo y recursos (**Taha**).

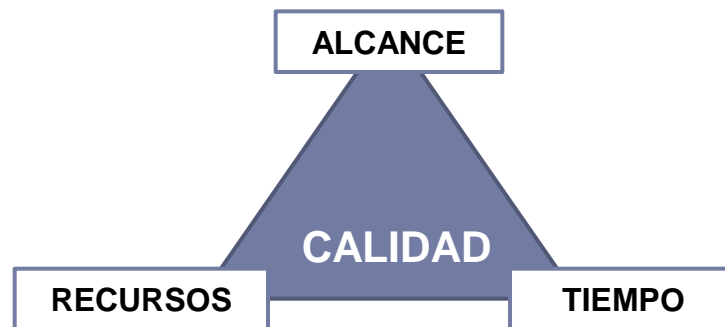
Un proyecto posee un **objetivo** claramente definido (**final establecido**) ...

y

... un **plan de acción** concreto: qué se debe hacer (**tareas**), cuándo (**tiempo**) , dónde, y cuánto (**recursos**).

La triple limitación

- ▶ En todo proyecto existen 3 variables relacionadas, el llamado “triángulo de hierro” o triple limitación:
 - ▶ El **alcance**: cuántos requisitos o tareas hay que realizar
 - ▶ El **tiempo** o **planificación**: cuánto durará el proyecto
 - ▶ El **costo** o **recursos**: cuanto dinero, personas, etc. se dedicará al proyecto.



- ▶ La combinación de **alcance**, **tiempo** y **recursos** permite alcanzar un determinado nivel de **calidad**.

La triple limitación

cont.

- ▶ **La variación de alguna de las limitaciones implica necesariamente la modificación de alguna(s) de las otras dos.**
- ▶ **Ejemplos:**
- ▶ **Si se reducen las personas que se dedican al proyecto, dada una calidad determinada, será necesario reducir el alcance del proyecto y/o aumentar su fecha de entrega.**
- ▶ **Si se reduce la fecha en la cual se debe entregar el proyecto, dada una calidad determinada, será necesario reducir el alcance del proyecto y/o aumentar los recursos que se dedicarán a él.**
- ▶ **Si se aumenta el alcance del proyecto, dada una calidad determinada, será necesario aumentar la fecha de entrega del proyecto y/o aumentar los recursos que se dedicarán a él.**

Introducción al CPM - PERT.

- ▶ **El Método de Camino Crítico (Critical Path Method) fue desarrollado en 1957 por Du Pont para la ejecución proyectos de construcción de nuevas plantas y operaciones de mantenimiento de plantas existentes.**
- ▶ **El método PERT (Program Evaluation and Review Technique) fue desarrollado en 1958 por la Armada de EE.UU. para el proyecto de construcción del misil submarino con cabeza nuclear Polaris.**
- ▶ **El objetivo de estas técnicas de programación de proyectos es optimizar la duración (**tiempo**) a través de la coordinación de las tareas (**alcance**) que integran el proyecto, para analizar luego las implicancias en flujos de fondos, asignación de personal, etc (**recursos**).**
- ▶ **El CPM requiere que las tareas del proyecto estén claramente definidas y asume que la duración de cada una se conoce con certeza (criterio determinístico).**
- ▶ **Cuando existe incertidumbre sobre la duración de las tareas se utiliza PERT, ya que este método efectúa una estimación ponderada (criterio probabilístico).**

Ventajas del CPM y PERT.

- ▶ **La técnica es útil sólo si previamente se identifican con claridad las actividades que componen el proyecto, la duración de cada una y sus interrelaciones.**
- ▶ **Proporciona una base de discusión. No siempre las interrelaciones de actividades para un proyecto poseen una configuración única.**
- ▶ **Permite estimar el tiempo de finalización más probable de los proyectos, y planificar y coordinar la administración de los recursos asociados.**
- ▶ **Se ponen en relieve actividades que pueden retrasarse sin afectar la finalización del proyecto permitiendo liberar recursos para otras actividades.**
- ▶ **Permite analizar la sensibilidad a cambios en tiempos y costos.**

Teoría de Grafos

- ▶ **Conjuntos de puntos y arcos conectados en el plano, que permiten analizar cualidades (no cantidades) e interrelaciones.**
- ▶ **Ejemplos:**
 - ▶ Grafos que parten de un nodo y finalizan abiertos:
 - Organigrama
 - Teorema de Bayes
 - Teoría de decisiones / Juegos.
 - ▶ Grafos de origen abierto que terminan en un nodo:
 - BOM
- ▶ **Los grafos se pueden representar biunívocamente con matrices, y estas son siempre cuadradas, con una cantidad de filas y columnas igual a la cantidad de nodos.**

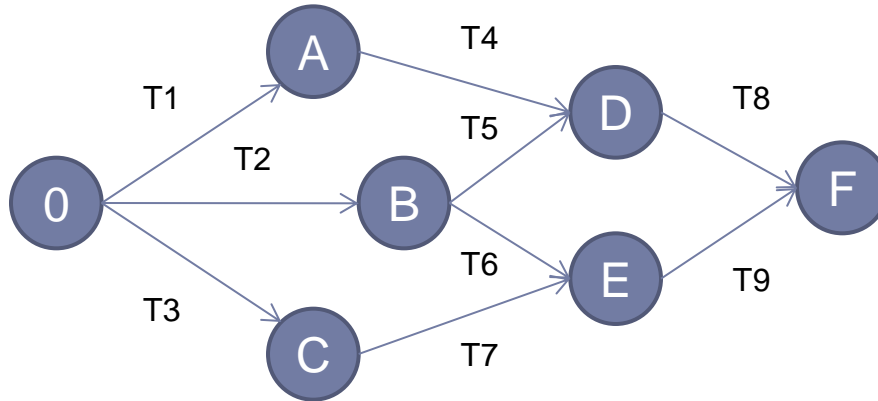
- ▶ **Para programación de proyectos, los grafos presentan las siguientes características:**
 - ▶ Cada nodo es un estado estático que muestra el estado de evolución de un proyecto.
 - ▶ Hay un nodo inicial y otro final, y los arcos, que representan tareas, siempre avanzan en sentido del nodo final.
 - ▶ No hay nodos auto-referentes.

Matriz de Incidencia

- ▶ Al avanzar las tareas siempre en el mismo sentido, sólo se utiliza la parte superior de **matriz de incidencia**, que representa las relaciones entre los distintos *nodos* de un proyecto.
- ▶ Al no haber nodos auto-referentes, la diagonal de la matriz queda inutilizada.
- ▶ La matriz se completa con “ceros” y “unos”, definiendo la secuencia de las tareas del proyecto.

Matriz de Incidencia

cont.



	0	A	B	C	D	E	F
0	0	1	1	1	0	0	0
A	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	1	1	0
C	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0

Nodo

i	Ft _i
	FT _i

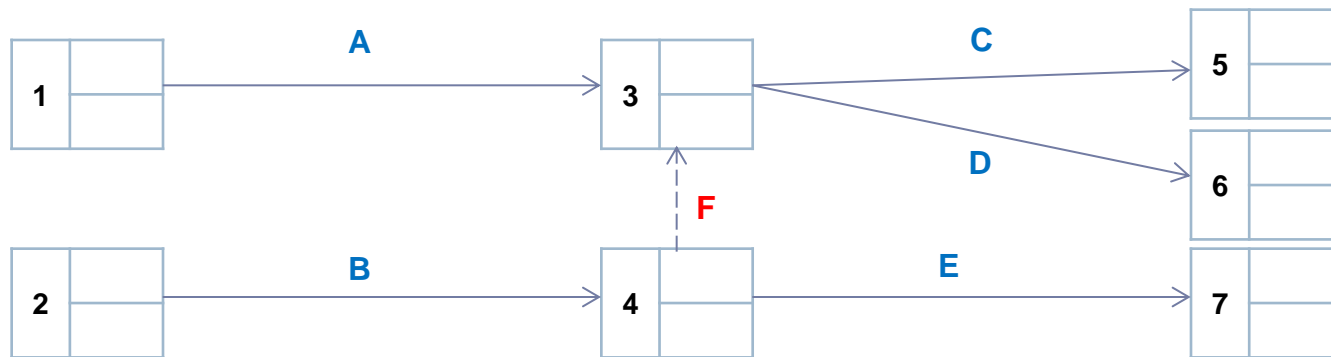
i : Número de suceso
Ft_i : Fecha temprana del suceso i
FT_i : Fecha tardía del suceso i
d_{in} : Duración de la tarea entre sucesos i y n.

Para determinar el camino crítico de un proyecto se debe cumplir:

- ▶ La **fecha temprana** del nodo **inicial** siempre es cero, al igual que la **fecha tardía**.
- ▶ La **fecha tardía** del suceso **final** siempre debe ser igual a su **fecha temprana**.
- ▶ $Ft_n = Ft_{n-1} + d_{n-1\ n}$, seleccionando siempre la **mayor** Ft_n posible
- ▶ $FT_n = FT_{n+1} - d_{n\ n+1}$, seleccionando siempre la **menor** FT_n posible

Actividad Ficticia

- ▶ Se denomina como Actividad Ficticia (o “Dummy”) a aquellas tareas que son de duración nula, ya sea que insuman o no recursos.
- ▶ Este tipo de tareas pueden representar actividades necesarias en la ejecución del proyecto pero de duración mínima o no significativa, como puede ser la firma de un contrato, la realización de una reunión de avance del proyecto, etc.
- ▶ En ocasiones la representación del grafo del proyecto requiere la utilización de actividades ficticias. En este caso, las tareas son de duración nula y no insumen ningún tipo de recurso físico, constituyendo solamente un recurso gráfico.
- ▶ Ejemplo: Las actividades C y D son precedidas por las actividades A y B, mientras que E sólo es precedida por B. Esto se logra graficar utilizando **F**.



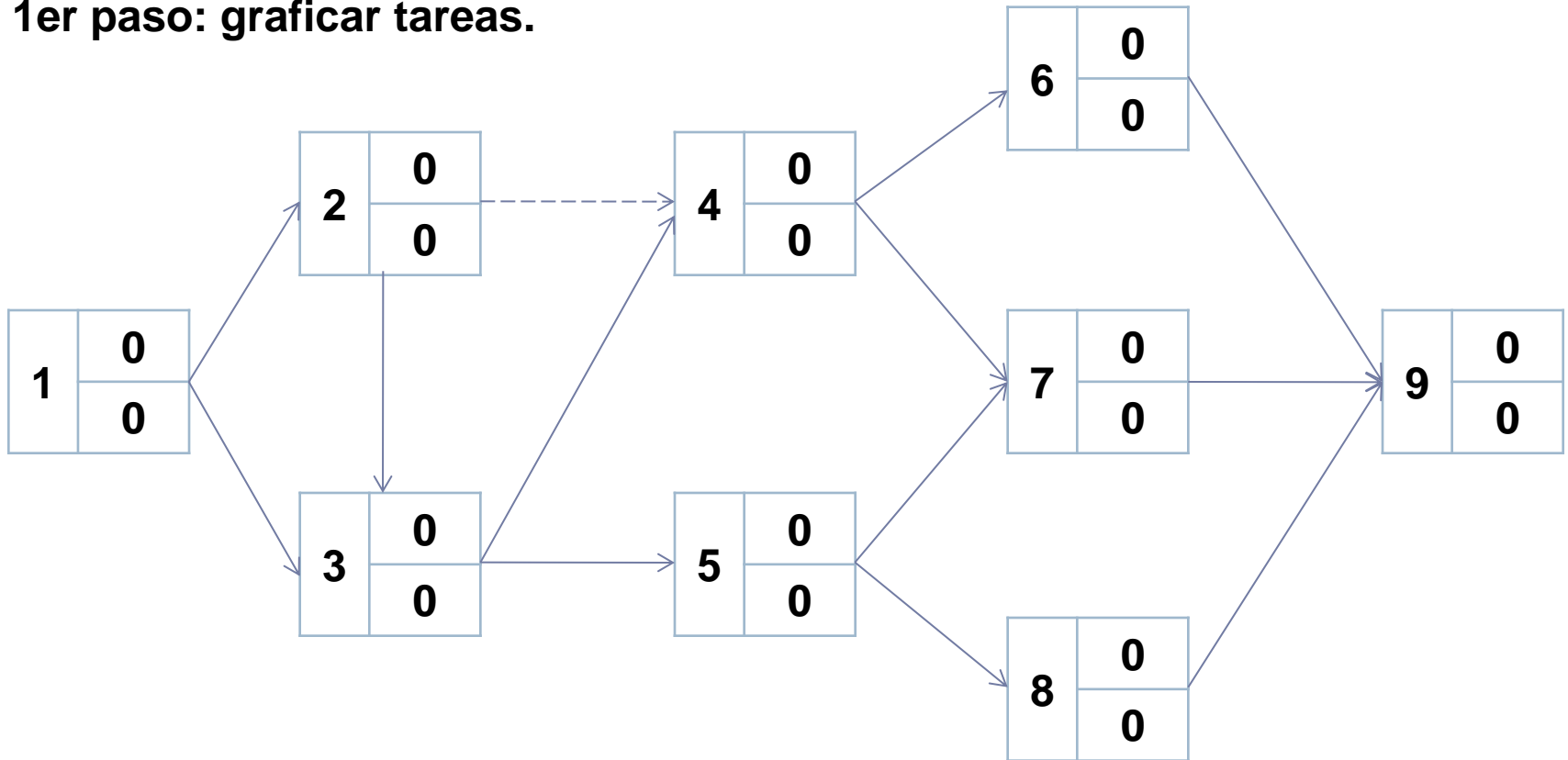
Ejercicio

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3	3						
2			4	F					
3				2	3				
4						3	4		
5							2	4	
6									4
7									6
8									4
9									

Ejercicio

cont.

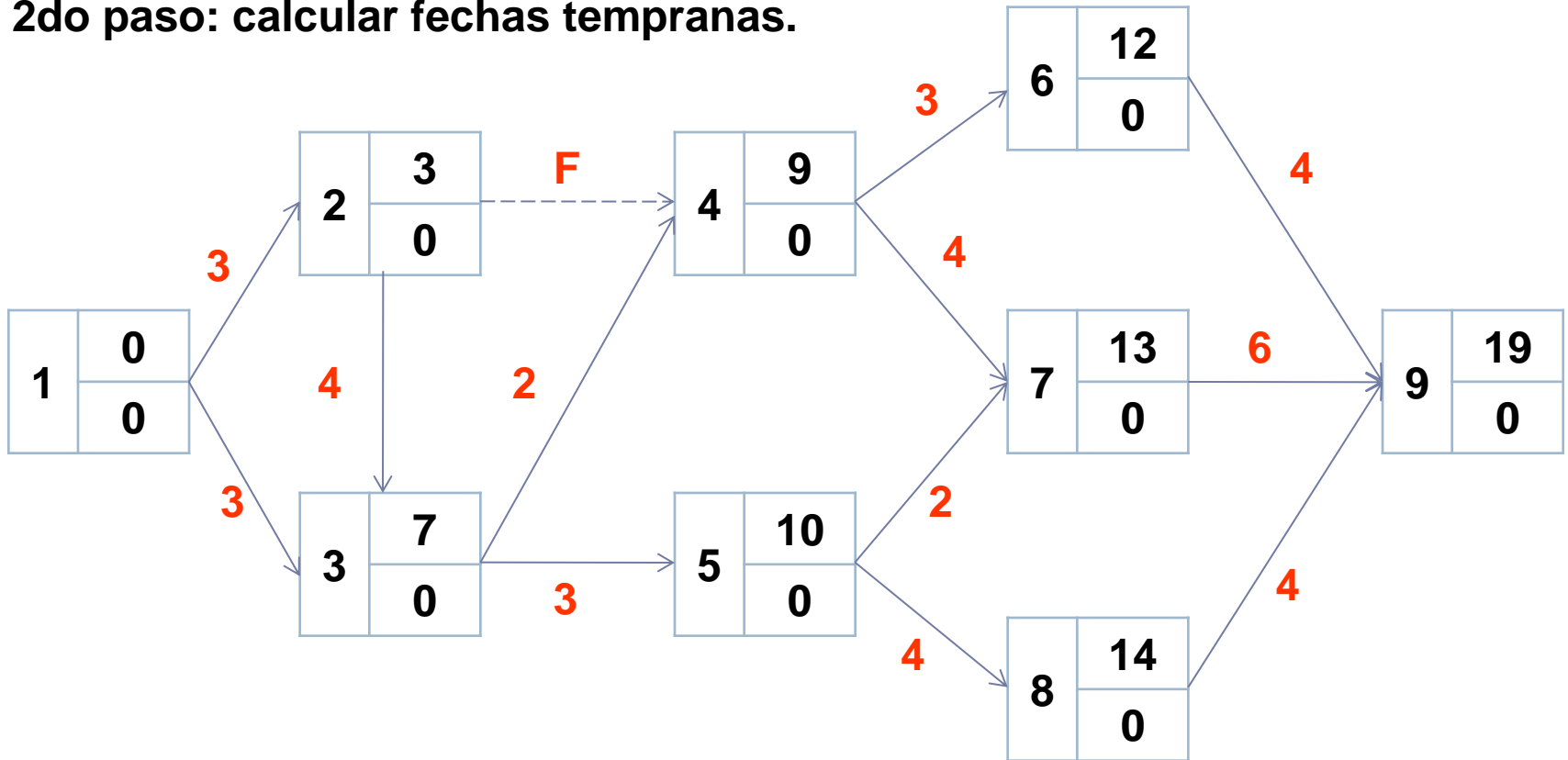
1er paso: graficar tareas.



Ejercicio

cont.

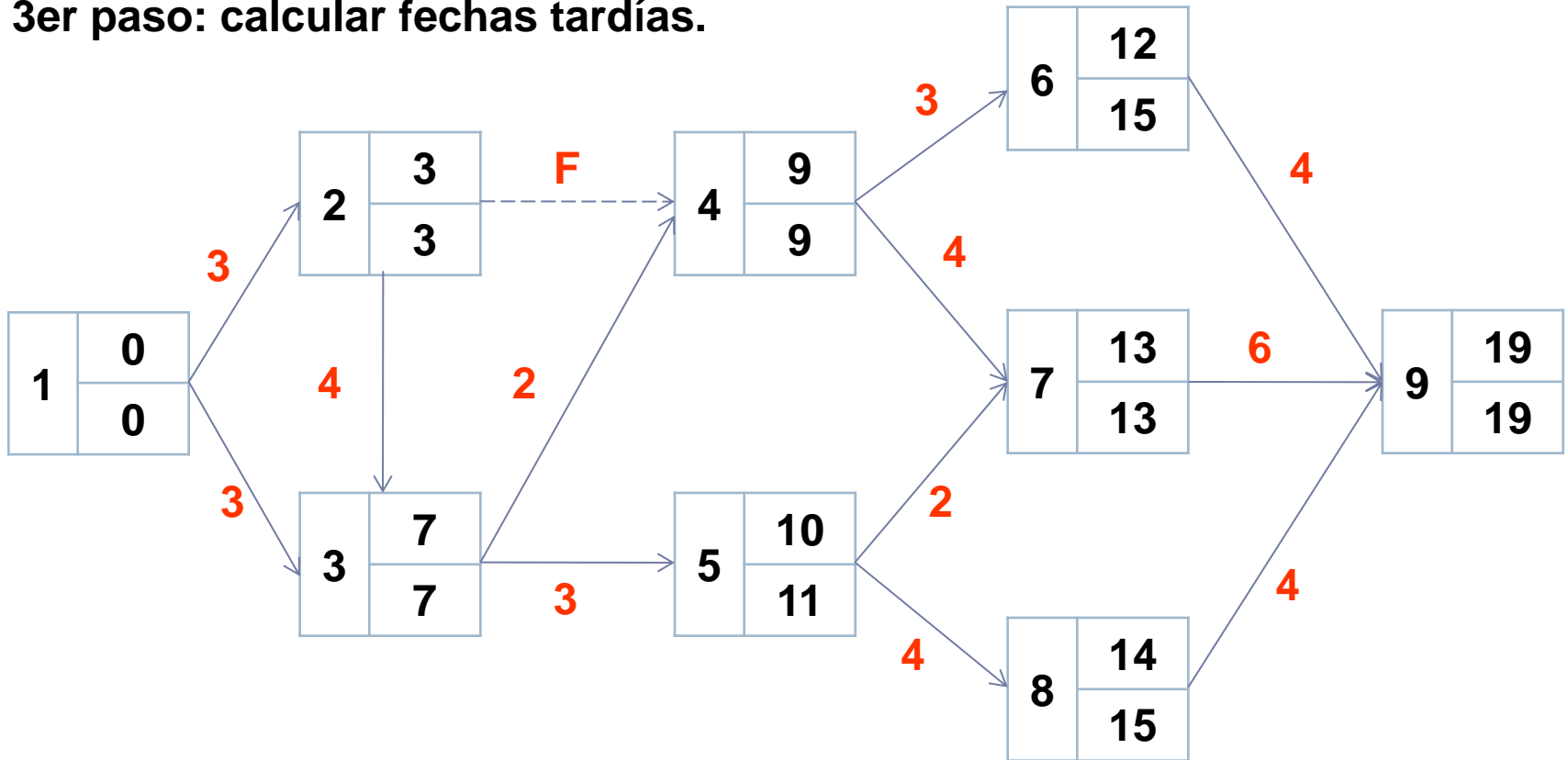
2do paso: calcular fechas tempranas.



Ejercicio

cont.

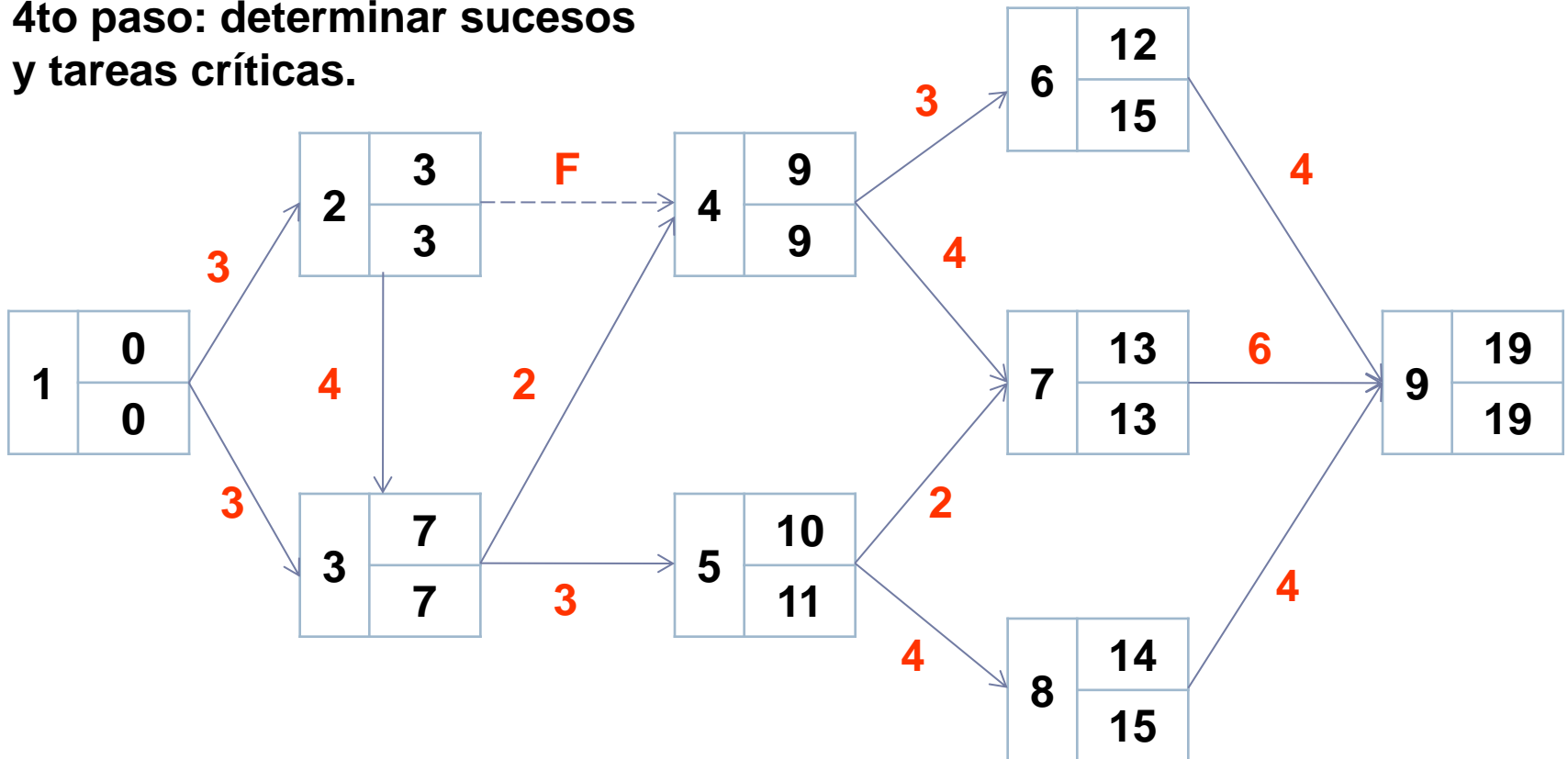
3er paso: calcular fechas tardías.



Ejercicio

cont.

4to paso: determinar sucesos y tareas críticas.



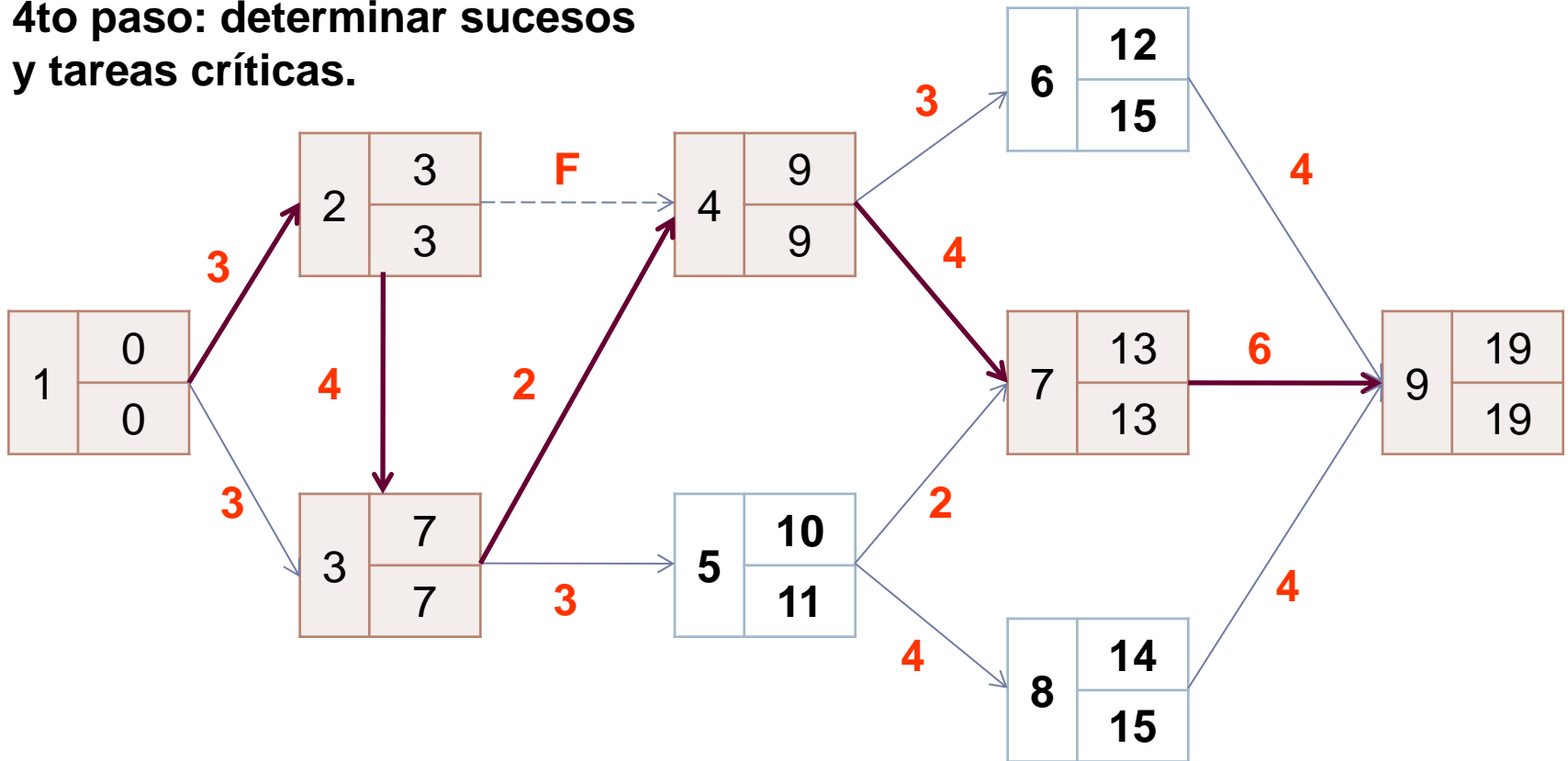
4to paso: determinar sucesos y tareas críticas.

- ▶ **Margen del suceso i:** $M_i = FT_i - Ft_i$
- ▶ Un **suceso** es **crítico** cuando su margen es igual a cero
- ▶ **Margen Total de la Tarea ij:** $M_{Tij} = FT_j - Ft_i - d_{ij}$
- ▶ Una **tarea** es **crítica** cuando se encuentra entre sucesos críticos y se cumple que su margen total es igual a cero.

Ejercicio

cont.

4to paso: determinar sucesos y tareas críticas.



Márgenes y fechas de comienzo y finalización

- ▶ **Margen del suceso i:** $M_i = FT_i - Ft_i$
- ▶ **Margen Total de la Tarea ij:** $M_{Tij} = FT_j - Ft_i - d_{ij}$
- ▶ **Margen Libre de la Tarea ij:** $M_{Lij} = Ft_j - Ft_i - d_{ij}$
- ▶ **Margen Indepte de la Tarea ij:** $M_{Iij} = Ft_j - FT_i - d_{ij}$
- ▶ **Primer Fecha de Comienzo ij:** Ft_i
- ▶ **Ultima Fecha de Finalización ij:** FT_j
- ▶ **Ultima Fecha de Comienzo ij:** $FT_j - d_{ij}$
- ▶ **Primer Fecha de Finalización ij:** $Ft_i + d_{ij}$

Márgenes y fechas de comienzo y finalización

- ▶ Veamos el ejemplo de la tarea 5-8:



- ▶ Margen Total de la Tarea 5-8:

$$M_{T5-8} = FT_8 - Ft_5 - d_{5-8} = 15 - 10 - 4 = 1$$

Esto implica que es una tarea no crítica y su duración se podría extender en 1 unidad de tiempo, lo que crearía un camino crítico nuevo (en este caso, adicional al existente), volviendo críticas actividades pos y precedentes.

Márgenes y fechas de comienzo y finalización



► Margen Libre de la Tarea 5-8:

$$M_{T5-8} = Ft_8 - Ft_5 - d_{5-8} = 14 - 10 - 4 = 0$$

Un valor de $ML = 0$ implica que si la tarea no comienza su ejecución en su Primera Fecha de Comienzo (Ft_j) o su duración se extiende más allá de lo estimado, el nodo j se vuelve crítico ($Ft_j = FT_j$), comprometiendo las fechas del proyecto hacia adelante.

Márgenes y fechas de comienzo y finalización



► Margen Independiente de la Tarea 5-8:

$$M_{T5-8} = Ft_8 - FT_5 - d_{5-8} = 14 - 11 - 4 = -1$$

Este margen representa la holgura de tiempo que posee una actividad para ser ejecutada sin afectar los márgenes de los nodos de inicio y finalización de la actividad.

Un MI negativo, como el de Tarea 5-8 implica que no es posible programar el inicio de la actividad en la FT_i sin afectar la Ft_j .

Márgenes y fechas

Tarea Ij	PFC Ij	UFC Ij	UFF Ij	PFF Ij	d Ij	M _{Tij} Ij	M _{Lij} Ij	M _{I ij} Ij
1-2	0	0	3	3	3	0	0	0
1-3	0	4	7	3	3	4	4	4
2-3	3	3	7	7	4	0	0	0
2-4	3	9	9	3	0	6	6	6
3-4	7	7	9	9	2	0	0	0
3-5	7	8	11	10	3	1	0	0
4-6	9	12	15	12	3	3	0	0
4-7	9	9	13	13	4	0	0	0
5-7	10	11	13	12	2	1	1	0
5-8	10	11	15	14	4	1	0	-1
6-9	12	15	19	16	4	3	3	0
7-9	13	13	19	19	6	0	0	0
8-9	14	15	19	18	4	1	1	0

Ejercicio 2

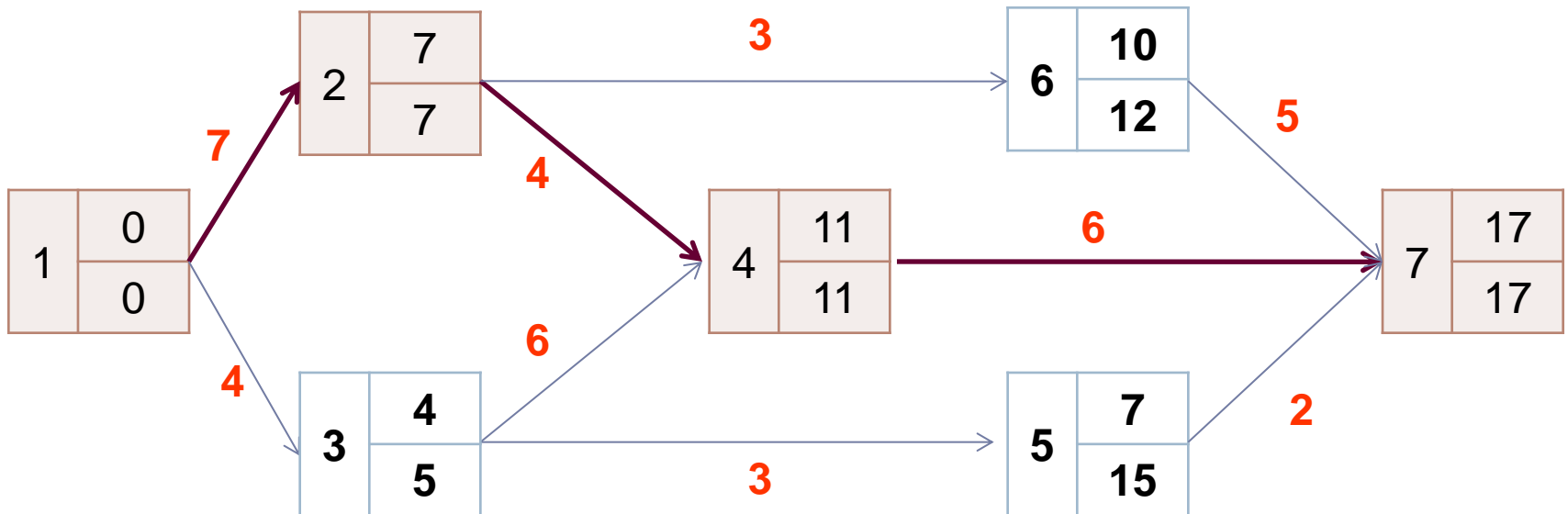
Nodos	1	2	3	4	5	6	7
1		7	4				
2				4		3	
3				6	3		
4							6
5							2
6							5
7							

Actividad	Precedencia
1-2	-
1-3	-
2-4	1-2
2-6	1-2
3-4	1-3
3-5	1-3
4-7	2-4 , 3-4
5-7	3-5
6-7	2-6

Ejercicio 2

cont.

Solución



Aceleración de Proyectos

- ▶ **Como discutimos al momento de revisar las implicancias de la triple limitación, puede existir la necesidad de reducir la duración de un proyecto, ya sea para incrementar los beneficios económicos del mismo, por requerimientos del cliente, motivos políticos, etc.**
- ▶ **Para que la duración de un proyecto pueda reducirse, al menos alguna de las actividades que lo componen deben poder acortarse, consumiendo más recursos para lograrlo (no se asume variación en el nivel de calidad).**
- ▶ **Para aquellas tareas susceptibles de ser acortadas en su duración debe conocerse cuál es el tiempo mínimo técnico de ejecución y cuál es el costo asociado a la aceleración.**

Pautas a considerar para la Aceleración de Proyectos

- ▶ **El objetivo es reducir la duración del proyecto para generar el mayor beneficio o incurrir en el menor costo posible.**
- ▶ **Deben analizarse solamente las actividades críticas, ya que son las únicas que tienen impacto directo en la duración del proyecto.**
- ▶ **De todas las actividades críticas se comienza por aquella que presente el menor costo de aceleración por unidad de tiempo.**
- ▶ **Se acelera la actividad crítica seleccionada hasta su duración mínima técnica o hasta que el camino crítico del proyecto se ve modificado, dependiendo de lo que ocurra primero.**
- ▶ **Se debe considerar que el proyecto puede presentar múltiples caminos críticos paralelos y al reducir la duración de una actividad crítica se pueden crear nuevas ramas o caminos críticos.**
- ▶ **Si todavía no se alcanzó la duración del proyecto esperada o pueden obtenerse beneficios adicionales de la aceleración de actividades, se prosigue el análisis con otra actividad crítica.**

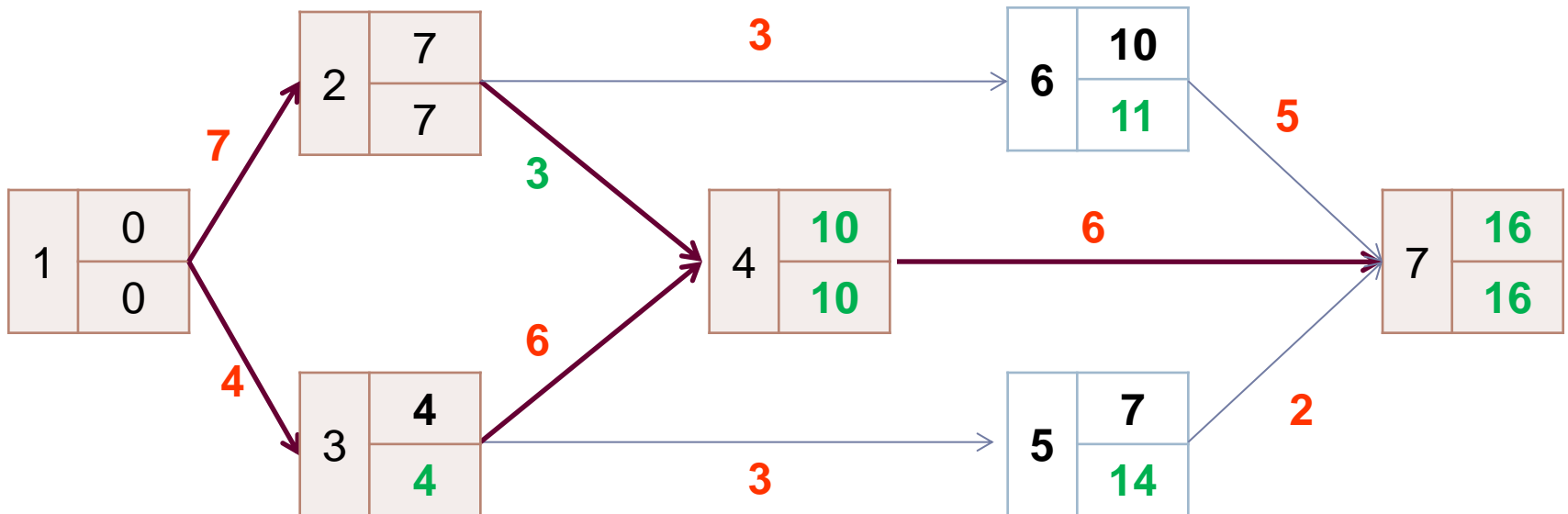
Aceleración de Proyectos

Premio: 120 \$/semana por cada semana acortada en la duración total del proyecto

Actividad	Duración	Mín Técnico	Costo x Acel (000 \$/semana)
1-2	7	5	100
1-3	4	2	50
2-4	4	2	50
2-6	3	3	-
3-4	6	4	75
3-5	3	1	100
4-7	6	4	75
5-7	2	2	-
6-7	5	5	-

Ejercicio 2 – Aceleración de Proyecto

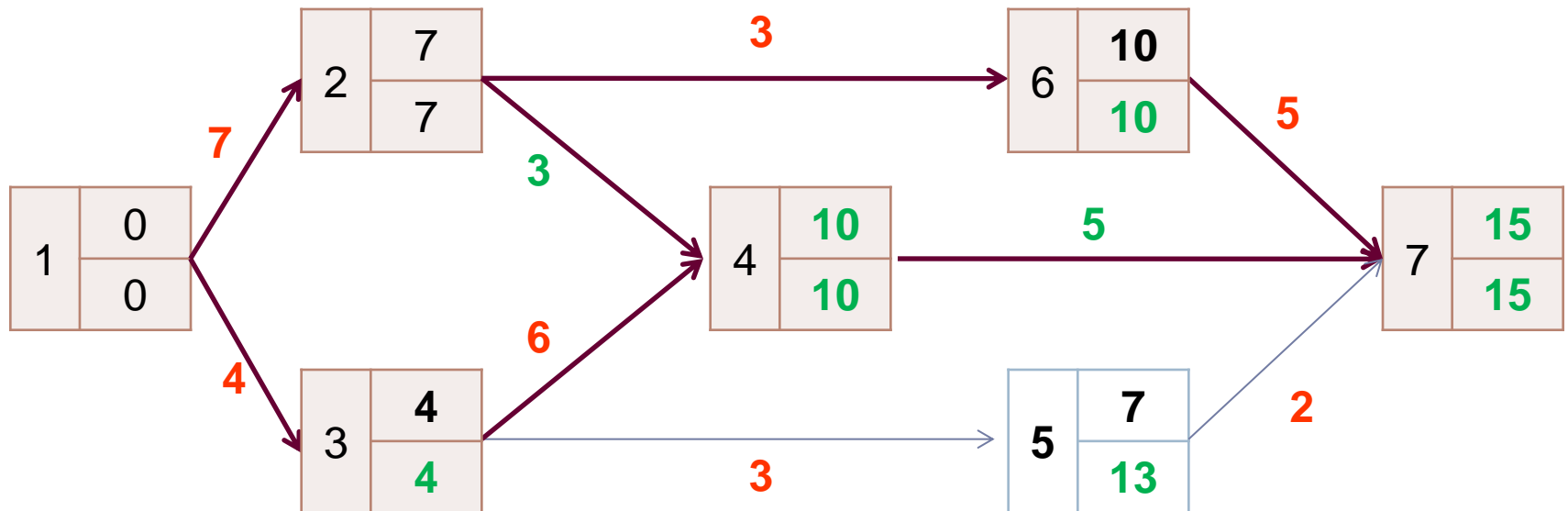
Paso 1: Aceleración de Actividad 2-4



Beneficio obtenido por acelerar el proyecto = \$120 - \$50 = \$70

Ejercicio 2 – Aceleración de Proyecto

Paso 2: Aceleración de Actividad 4-7



Beneficio obtenido por acelerar el proyecto = \$120 - \$75 = \$45

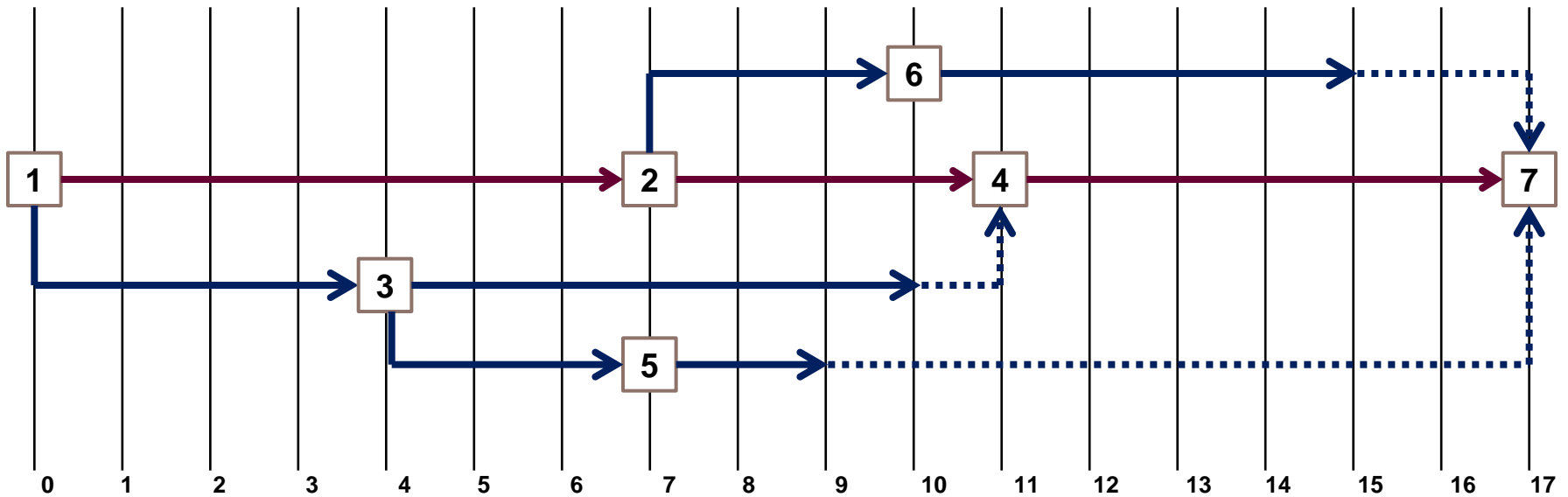
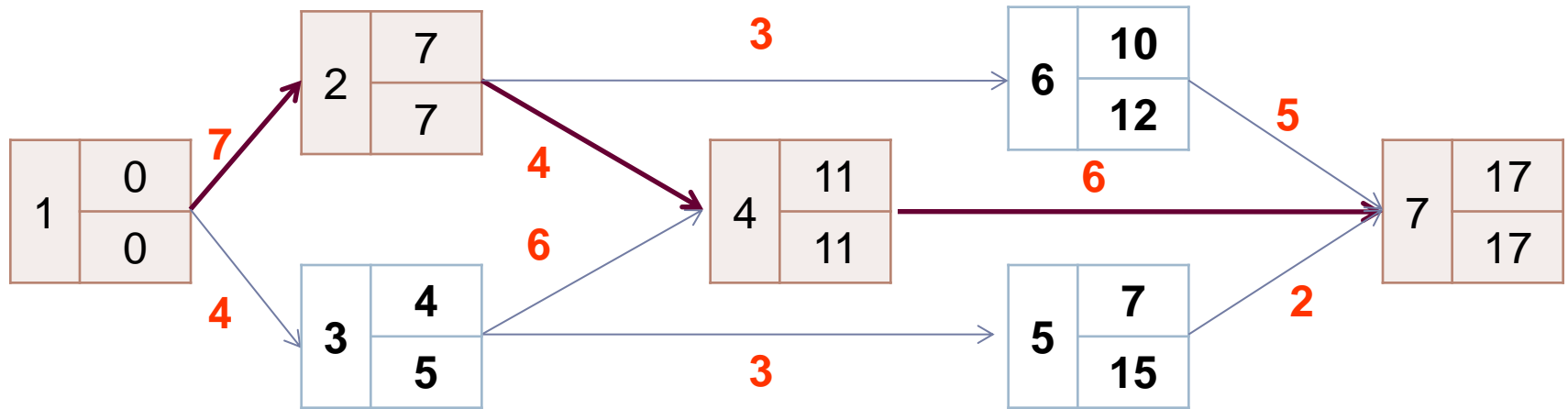
Programación de las actividades: Calendarios de Ft y FT

- ▶ **Una vez establecido el camino crítico y la duración del proyecto, se conoce con exactitud el margen de todas las actividades.**
- ▶ **Mientras que las tareas críticas, para no afectar la duración del proyecto deben ser ejecutadas en una fecha única posible (la PFC es igual a la UFC), las tareas no críticas pueden iniciarse en cualquier instante entre la PFC y la UFC.**
- ▶ **Cuando todas las tareas no críticas se inician en su Ft, se obtiene un Calendario de Fechas Tempranas, mientras que cuando se finalizan en su FT se logra un Calendario de Fechas Tardías.**
- ▶ **Por lo tanto, el Calendario de Fechas Tempranas se construye ubicando en un diagrama de Gantt los nodos en su Ft y las actividades en su PFC, mientras que un Calendario de Fechas Tardías se logra colocando los nodos en su FT y ejecutando las tareas en su UFC.**
- ▶ **El aprovechamiento o utilización de recursos (personal, maquinas, \$, etc.) definirá la programación definitiva de cada tarea no crítica.**

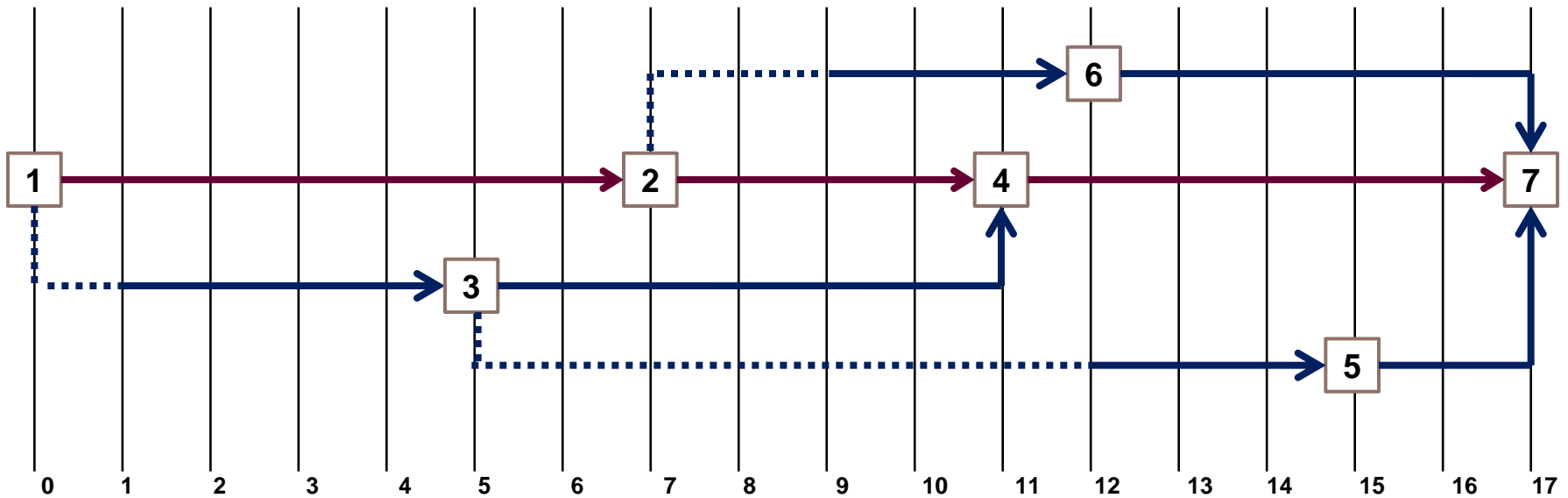
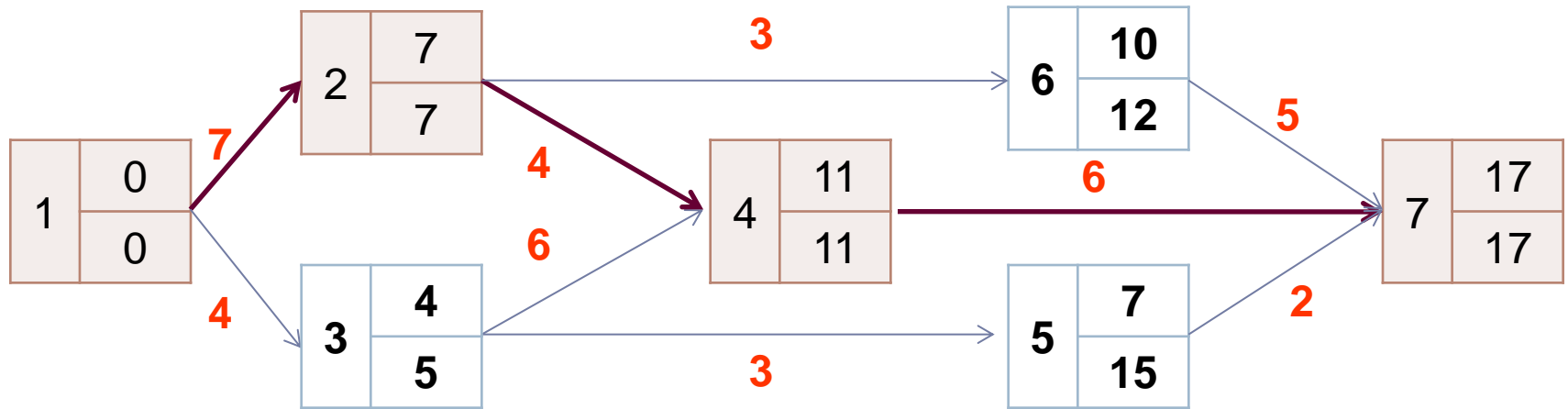
Ventajas y Desventajas de los Calendarios de Ft y FT

- ▶ **Desde el punto de vista financiero, es de esperar que el Calendario de Fechas Tardías muestre mejores resultados. Esto depende de que la postergación del comienzo de las actividades no críticas genere un retraso en las erogaciones asociadas a las mismas.**
- ▶ **Por otro lado, los ingresos del proyecto pueden obtenerse en su totalidad hacia al final del mismo o de manera parcial en la medida que el proyecto realiza avances o se finalizan entregables. En ese caso, trabajar con un calendario de fechas tempranas puede resultar en un mayor VAN (Valor Actual Neto) si es que esos ingresos parciales están asociados a actividades no críticas.**
- ▶ **Si bien los Calendarios de Fechas Tardías pueden generar mayores beneficios financieros, iniciar una actividad no crítica en su UFC implica convertirla en crítica, creando un camino crítico adicional. Por lo tanto, se incrementa el riesgo de prolongar la duración del proyecto ya que se pierde la capacidad de absorber imponderables que tiene un Calendario de Fechas Tempranas.**

Calendario de Fechas Tempranas



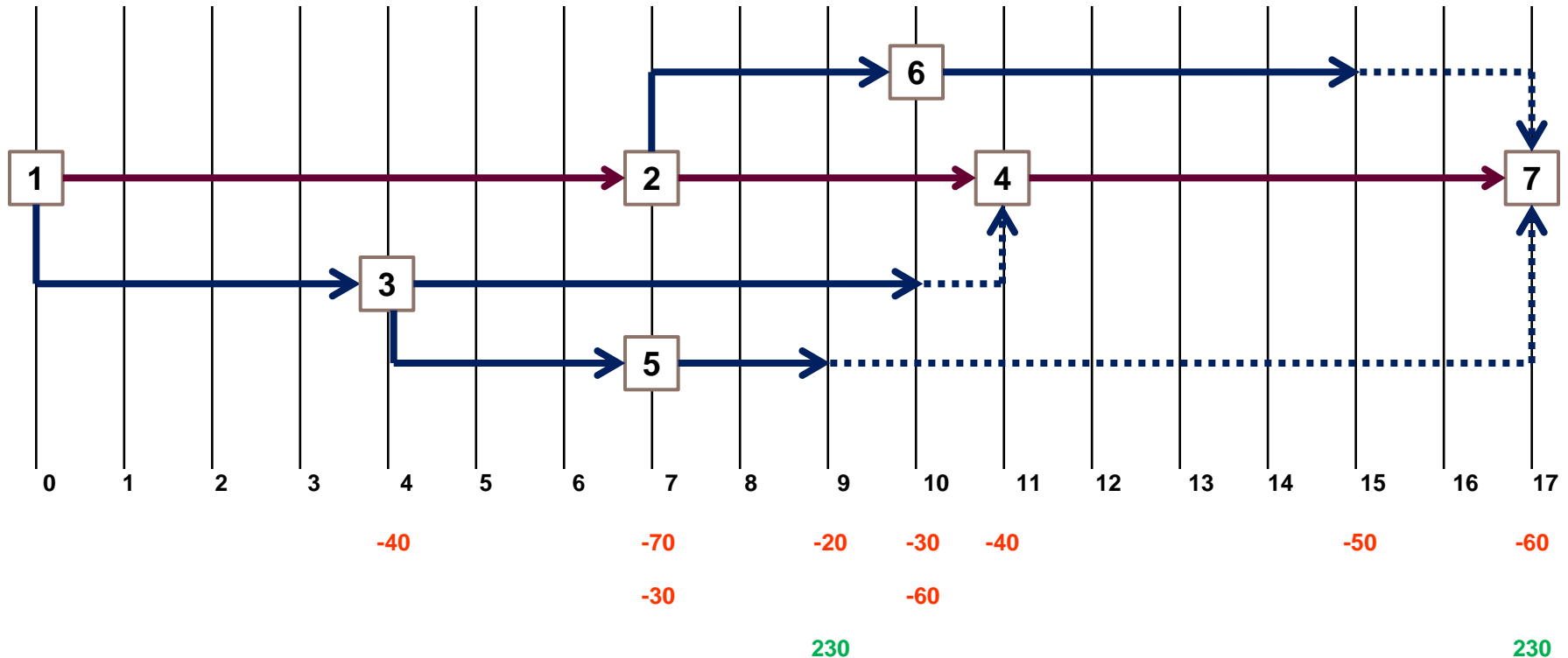
Calendario de Fechas Tardías



Valor Actual Neto del Proyecto (VAN)

- ▶ Dado que las erogaciones e ingresos del proyecto se producen en diferentes momentos, para conocer el valor económico que genera no pueden sumarse simplemente y se debe considerar el valor del dinero en el tiempo.
- ▶ El VAN del proyecto surge de “llevar” al presente los diferentes flujos de fondos descontándolos a una tasa de interés i que puede ser definida en base a diferentes criterios (costo de oportunidad, , costo de endeudamiento, costo de capital propio, etc.)
- ▶
$$VAN = \sum \frac{FF}{(1 + i)^n}$$
- ▶ Donde:
 - FF = Flujos de Fondos del Proyecto
 - i = Tasa de interés periódica
 - n = Períodos a descontar

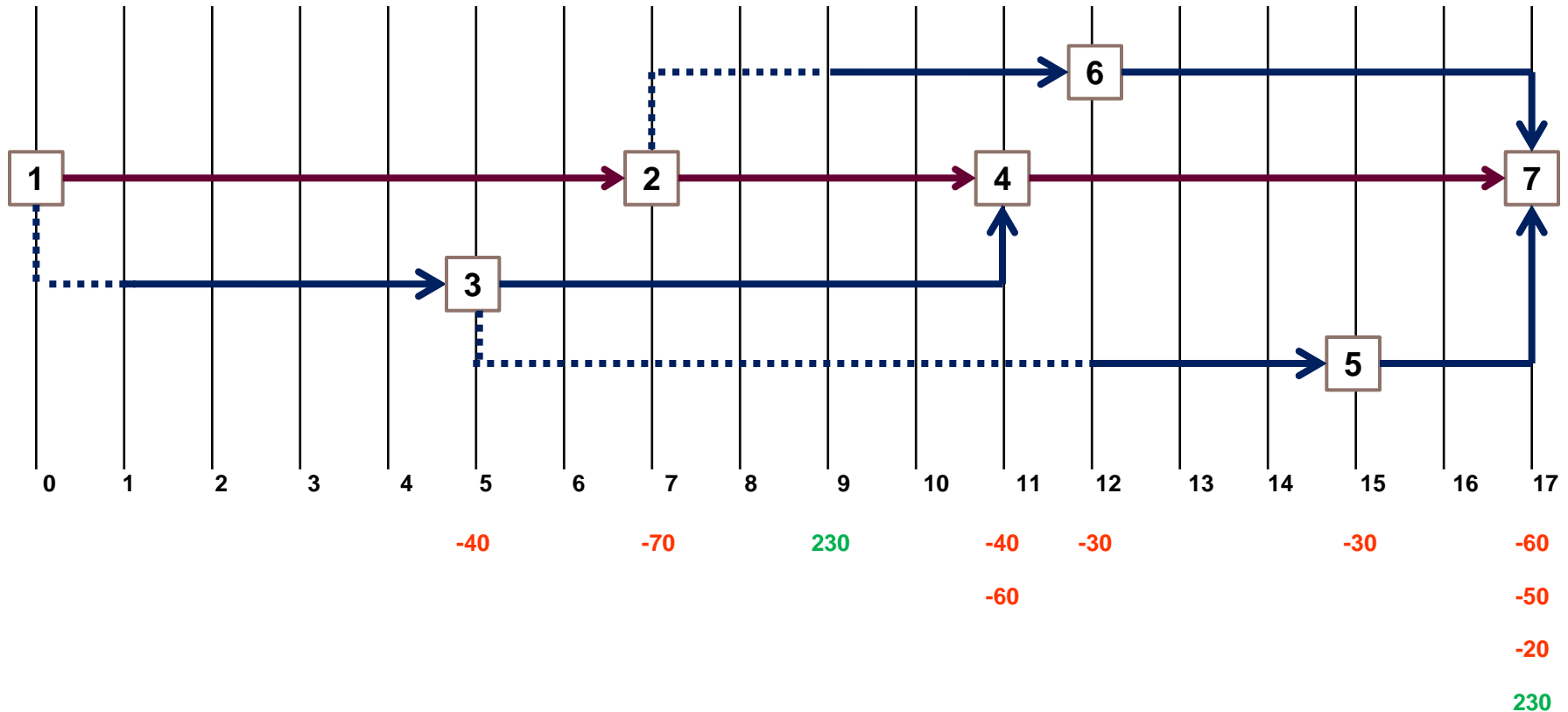
VAN de Calendario de Ft



$$\text{VAN} = -40 / (1+0,005)^4 - 100 / (1+0,005)^7 + 210 / (1+0,005)^9 - 90 / (1+0,005)^{10} - 40 / (1+0,005)^{11} - 50 / (1+0,005)^{15} + 170 / (1+0,005)^{17}$$

$$\text{VAN} = 51,302$$

VAN de Calendario de FT



$$VAN = -40 / (1+0,05)^4 - 100 / (1+0,05)^7 + 210 / (1+0,05)^9 - 90 / (1+0,05)^{10} - 50 / (1+0,05)^{15} + 170 / (1+0,05)^{17}$$

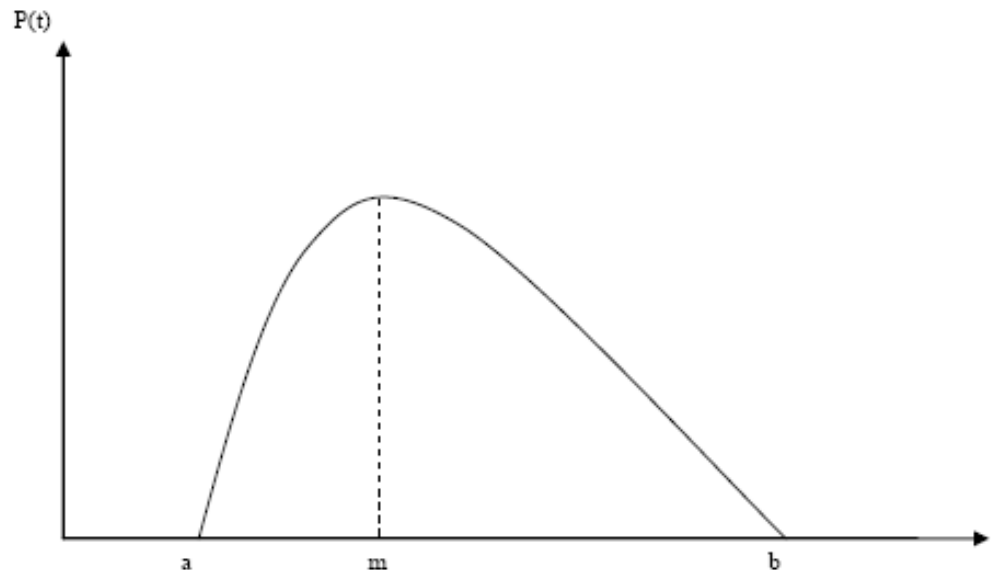
$$VAN = 54,406$$

PERT

- ▶ Como ya se dijo, el CPM realiza una única estimación de la duración de cada actividad, por lo que resulta de mucha utilidad en proyectos en los que se tiene mucha experiencia ejecutando proyectos similares y por tanto, se asume un alto nivel de certeza.
- ▶ El método PERT requiere de 3 estimaciones de tiempo por cada actividad para obtener luego una duración ponderada que se utilizará en el cálculo del camino crítico.
- ▶ Estas tres estimaciones son:
 - ▶ **Tiempo Optimista (t_a)**: Es la duración mínima que podría tener una actividad en las mejores condiciones.
 - ▶ **Tiempo más probable (t_m)**: Representa el tiempo de ejecución esperable en condiciones normales.
 - ▶ **Tiempo Pesimista (t_b)**: Es la estimación de tiempo más prolongada en condiciones adversas (OJO! No es la tormenta perfecta!)

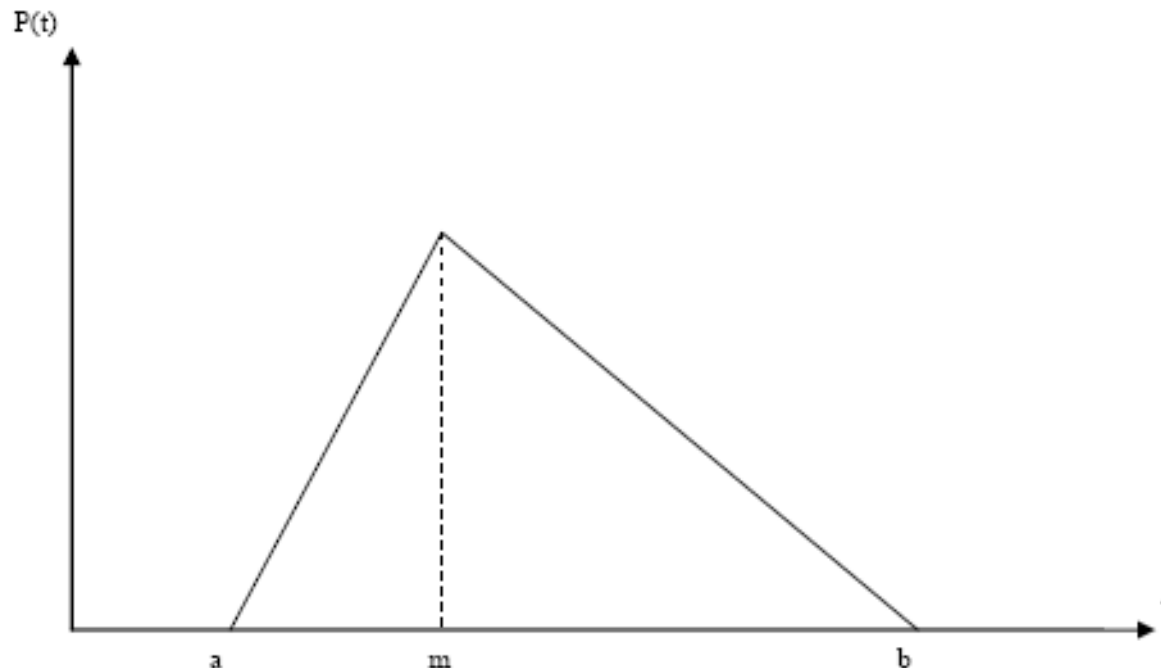
PERT

- ▶ PERT asume que la duración de las tareas sucede con una distribución Beta con los parámetros son t_a (límite inferior de la distribución), t_b (límite superior) y t_m (moda).
- ▶ La utilidad de la distribución Beta reside en se ajusta muy bien para modelar eventos restringidos a ocurrir en un intervalo definido por un valores mínimo y máximo y es monomodal (1 moda).



PERT

- ▶ De modo de simplificar cálculos, PERT además asume que las duraciones de las actividades tienen una distribución Triangular.
- ▶ La distribución Triangular es típicamente utilizada como descripción subjetiva de una población para la cual los datos muestrales son limitados.



PERT

- ▶ Para una distribución Triangular, el Tiempo Esperado (t_e) se calcula:

$$t_e = \frac{t_a + 4 \cdot t_m + t_b}{6}$$

- ▶ Mientras que el desvío estándar se obtiene:

$$\sigma = \frac{b - a}{6}$$

PERT

- ▶ Si la duración de las actividades que componen el proyecto son variables aleatorias, la duración total del proyecto también lo será.
- ▶ Si el camino crítico se compone de un numero de actividades relativamente grande, podemos hacer uso del teorema central del límite que establece que la variable suma de n variables aleatorias (cualquiera sea su distribución) tiene una distribución normal cuya media es la suma de las medias de dichas variables aleatorias y cuya variancia es la suma de las variancias de dichas variables aleatorias.
- ▶ Entonces la variable aleatoria "duración total del proyecto" tendrá una distribución normal de media y desvío estándar:

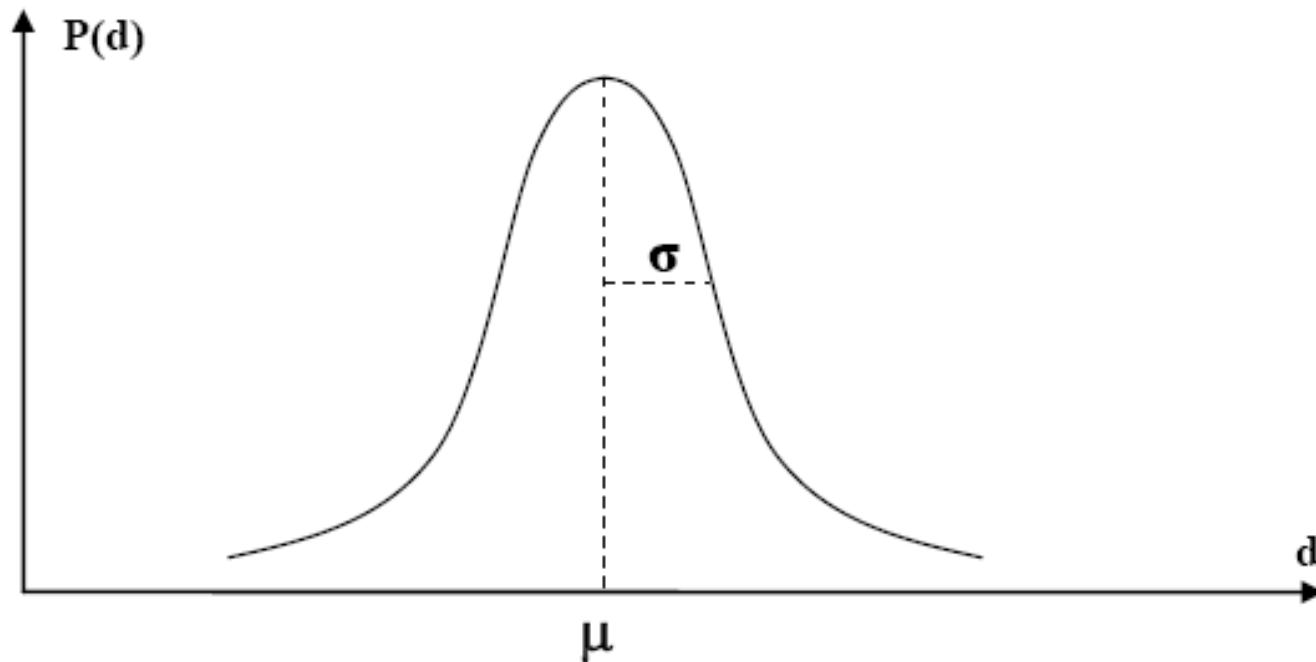
$$\mu = \sum te_{cci} \quad y$$



- ▶ En donde los tiempos te_{cci} son las medias de las duraciones de las actividades que componen el camino crítico y en donde las σ^2_{cci} son las variancias de las actividades que componen el camino crítico.

PERT

- **Distribución de la duración del proyecto (distribución normal):**



Ejercicio PERT

Actividad	Precedencia	Duración (estimados en días)		
		a	m	b
1-2	-	30	35	40
1-3	-	18	20	25
2-4	1-2	19	20	22
2-6	1-2	12	15	22
3-4	1-3	15	30	40
3-5	1-3	10	15	16
4-7	2-4 , 3-4	20	30	45
5-7	3-5	10	10	10
6-7	2-6	15	25	28

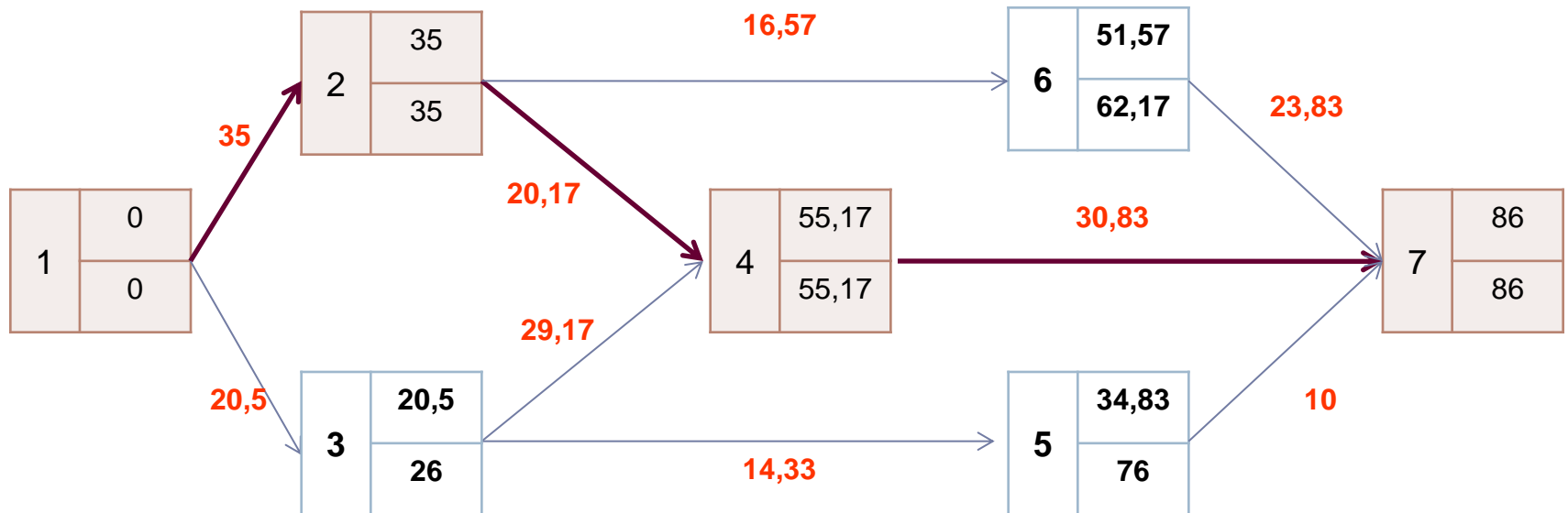
Ejercicio PERT

► Primer paso: Cálculo de t_e y σ

Actividad	Precedencia	Duración (estimados en días)			t_e	σ
		a	m	b		
1-2	-	30	35	40	35,00	1,67
1-3	-	18	20	25	20,50	1,17
2-4	1-2	19	20	22	20,17	0,50
2-6	1-2	12	15	22	15,67	1,67
3-4	1-3	15	30	40	29,17	4,17
3-5	1-3	10	15	16	14,33	1,00
4-7	2-4 , 3-4	20	30	45	30,83	4,17
5-7	3-5	10	10	10	10,00	0,00
6-7	2-6	15	25	28	23,83	2,17

Ejercicio PERT

Solución



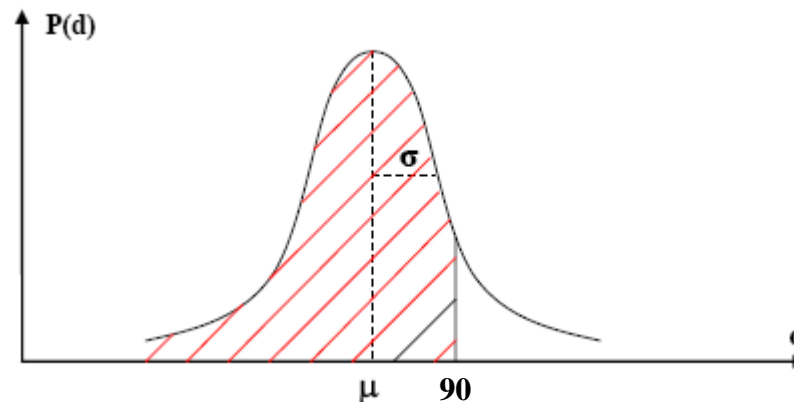
Entonces el proyecto tiene una duración media de 86 días y desvío estándar:

$$\sigma = \sqrt{1,67^2 + 0,5^2 + 4,17^2} = 4,52 \text{ días}$$

Ejercicio PERT

- ▶ **Entonces, ahora estamos en condiciones de responder:**
 - ▶ ¿Cuál es la probabilidad de completar el proyecto antes de 90 días?
 - ▶ ¿Cuál es la fecha que asegura, con una confianza del 90%, que el proyecto se completará antes de ella?
- ▶ **Recordemos que utilizando la tabla de la distribución normal estandarizada, tendremos que la probabilidad de finalizar el proyecto antes de una fecha "t" estará dada por la expresión:**

$$F_{N^*} \left[\frac{t - \mu}{\sigma} \right]$$



Ejercicio PERT

- ▶ Entonces la probabilidad de completar el proyecto antes de 90 días será:

$$F_{N^*}\left(\frac{t - \mu}{\sigma}\right) = F_{N^*}\left(\frac{90 - 86}{4,52}\right) \approx F_{N^*}(0,88) = 81,06\%$$

- ▶ Por otro lado, la fecha que asegura, con una confianza del 90%, que el proyecto se completará antes de ella:

$$F_{N^*}\left(\frac{t - \mu}{\sigma}\right) = F_{N^*}\left(\frac{t - 86}{4,52}\right) = 0,90 \Rightarrow z \approx 1,28$$

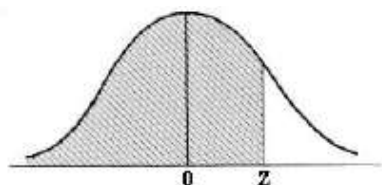
Despejando t obtenemos:

$$\left(\frac{t - 86}{4,52}\right) = 1,28 \Rightarrow t = 91,79$$

Ejercicio PERT

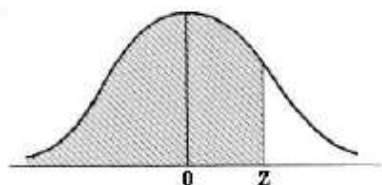
- ▶ **En los casos en que se presentan varios caminos críticos paralelos, resulta obvio que la duración media del proyecto va a ser igual para cada camino, pero es de esperar que los desvíos estándar sean diferentes. En ese caso, siempre se deberá considerar el mayor de los desvíos estándar.**

Distribución Normal Acum. Std $F_{N^*}(Z)$



Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51596	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93188
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169

Distribución Normal Acumulada Std



Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997