

Programación Lineal

Ejercicio 7

Clase 15

Investigación Operativa UTN FRBA 2021

Docente: Gabriel Boso

Curso: I4051 (Palazzo)

Enunciado

La compañía WorldLight produce dos dispositivos para lámparas (productos 1 y 2) que requieren partes de metal y componentes eléctricos.

La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto debe fabricar para maximizar la ganancia.

Por cada unidad del producto 1 se requieren 1 unidad de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos.

Por cada unidad del producto 2 se necesitan 3 unidades de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos.

La compañía tiene 200 unidades de partes de metal y 300 de componentes eléctricos

Enunciado

Cada unidad del producto 1 da una ganancia de 1 peso y cada unidad del producto 2, hasta 60 unidades, da una ganancia de 2 pesos.

Cualquier exceso de 60 unidades del producto 2 no genera ganancia, por lo que fabricar más de esa cantidad está fuera de consideración.

1. Formule un modelo de programación lineal.
2. Utilice el método gráfico para resolver este modelo. ¿Cuál es la ganancia total que resulta?

Interpretación

La compañía WorldLight produce dos dispositivos para lámparas (productos 1 y 2) que requieren partes de metal y componentes eléctricos.

La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto debe fabricar para maximizar la ganancia.

Función objetivo: $\text{Max } z = \text{GanUnitProd1} * Q\text{Prod1} + \text{GanUnitProd2} * Q\text{Prod2}$

Abstrayendonos del problema

$$\text{Max } z = c1 * x1 + c2 * x2$$

Donde:

c1: ganancia unitaria producto 1

x1: cantidad de producto 1 a producir - variable de decisión entera

c2: ganancia unitaria producto 2

x2: cantidad de producto 2 a producir - variable de decisión entera

Interpretación

Por cada unidad del producto 1 se requieren 1 unidad de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos.

Por cada unidad del producto 2 se necesitan 3 unidades de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos.

La compañía tiene 200 unidades de partes de metal y 300 de componentes eléctricos

	Producto 1 [x1]	Producto 2 [x2]	Restricción [<= / >= / =]	Limite Recurso [b]
[a1] Metal	1	3	<=	200
[a2] Comp. Eléctricos	2	2	<=	300

Pasando en limpio:

Restricción 1: Metal

$$\begin{aligned} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 &\leq b_1 \\ 1 * x_1 + 3 * x_2 &\leq 200 \end{aligned}$$

Restricción 2: Componentes Eléctricos

$$\begin{aligned} a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 &\leq b_2 \\ 2 * x_1 + 2 * x_2 &\leq 300 \end{aligned}$$

Interpretación

Cada unidad del producto 1 da una ganancia de 1 peso y cada unidad del producto 2, hasta 60 unidades, da una ganancia de 2 pesos.

Cualquier exceso de 60 unidades del producto 2 no genera ganancia, por lo que fabricar más de esa cantidad está fuera de consideración.

Restricción 3: Cantidad Máxima de Producto 2

$$a_{31} * x_1 + a_{32} * x_2 \leq b_3$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \leq 60$$

Restricciones Implícitas: \nexists Producción Negativa

$$a_{41} * x_1 + a_{42} * x_2 \geq b_4$$

$$1 * x_1 + 0 * x_2 \geq 0$$

$$a_{51} * x_1 + a_{52} * x_2 \geq b_5$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \geq 0$$

Datos:

$$c_1 = 1 \text{ \$/unidad } x_1$$

$$c_2 = 2 \text{ \$/unidad } x_2$$

Completo función objetivo:

$$\text{Max } z = c_1 * x_1 + c_2 * x_2$$

$$\text{Max } z = 1 * x_1 + 2 * x_2$$

1. Formule modelo programación lineal

Pasando en limpio lo formulado respondemos la pregunta 1 del ejercicio

Función objetivo:

$$\text{Max } z = 1 * x_1 + 2 * x_2$$

Restricciones:

$$1 * x_1 + 3 * x_2 \leq 200$$

$$2 * x_1 + 2 * x_2 \leq 300$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \leq 60$$

$$1 * x_1 + 0 * x_2 \geq 0$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \geq 0$$

	Prod.1 [x1]	Prod.2 [x2]	Restricción [<= / >= / =]	Limite [b]
[a1] Metal	1	3	<=	200
[a2] Comp.Eléc.	2	2	<=	300
[a3] Max.Prod.2	0	1	<=	60
[a4] Prod.1 +	1	0	>=	0
[a5] Prod.2+	0	1	>=	0

2. Resolución Método Gráfico

Graficamos la restricción marcada en **violeta**

Función objetivo:

$$\text{Max } z = 1 * x_1 + 2 * x_2$$

Restricciones:

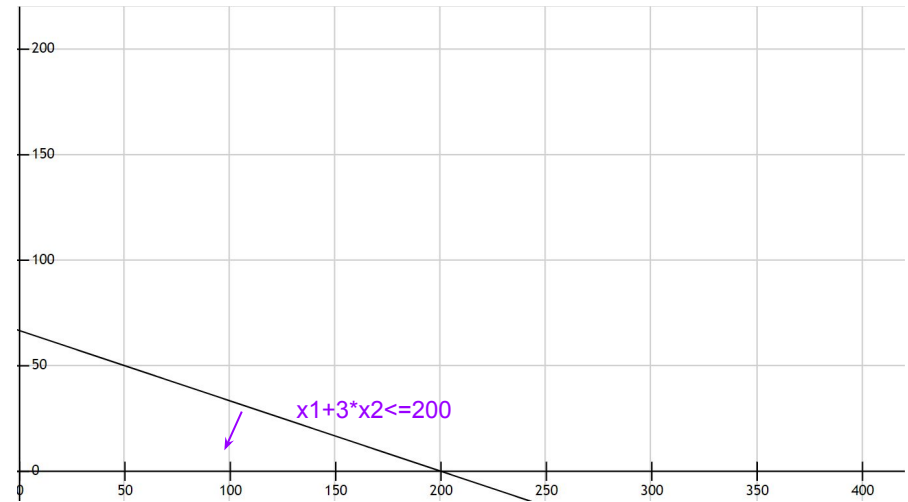
$$1 * x_1 + 3 * x_2 \leq 200$$

$$2 * x_1 + 2 * x_2 \leq 300$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \leq 60$$

$$1 * x_1 + 0 * x_2 \geq 0$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \geq 0$$



2. Resolución Método Gráfico

Graficamos la restricción marcada en **violeta**

Función objetivo:

$$\text{Max } z = 1 * x_1 + 2 * x_2$$

Restricciones:

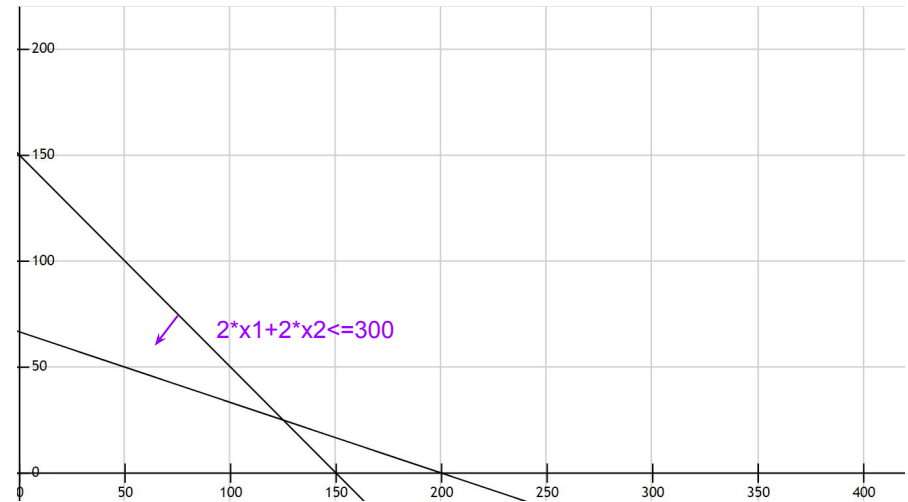
$$1 * x_1 + 3 * x_2 \leq 200$$

$$2 * x_1 + 2 * x_2 \leq 300$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \leq 60$$

$$1 * x_1 + 0 * x_2 \geq 0$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \geq 0$$



2. Resolución Método Gráfico

Graficamos la restricción marcada en **violeta**

Función objetivo:

$$\text{Max } z = 1 * x_1 + 2 * x_2$$

Restricciones:

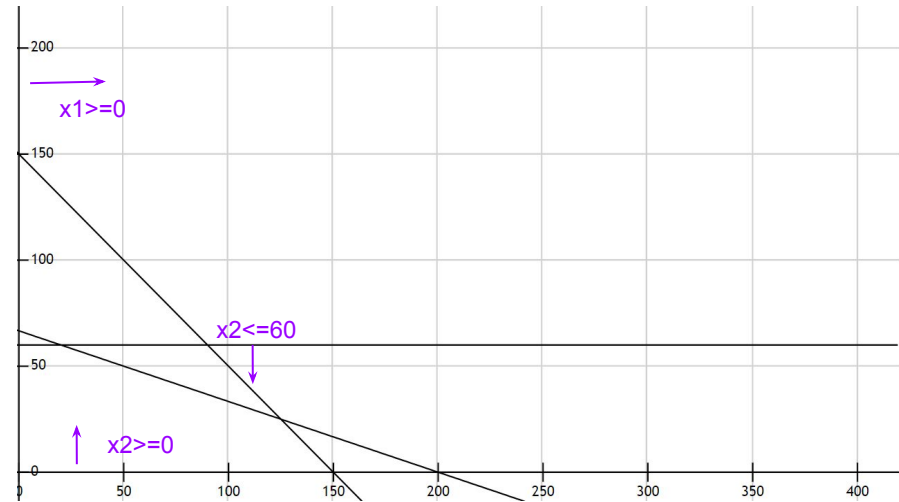
$$1 * x_1 + 3 * x_2 \leq 200$$

$$2 * x_1 + 2 * x_2 \leq 300$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \leq 60$$

$$1 * x_1 + 0 * x_2 \geq 0$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \geq 0$$



2. Resolución Método Gráfico

Marcamos la zona factible en **violeta**

Función objetivo:

$$\text{Max } z = 1 * x_1 + 2 * x_2$$

Restricciones:

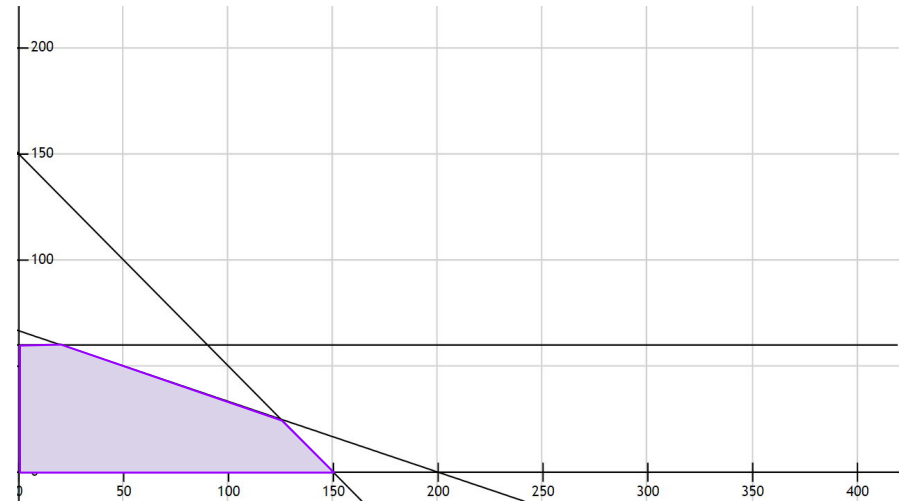
$$1 * x_1 + 3 * x_2 \leq 200$$

$$2 * x_1 + 2 * x_2 \leq 300$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \leq 60$$

$$1 * x_1 + 0 * x_2 \geq 0$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \geq 0$$



2. Resolución Método Gráfico

Graficamos las trazas de Max z en **naranja**

Función objetivo:

$$\text{Max } z = 1 * x_1 + 2 * x_2$$

Restricciones:

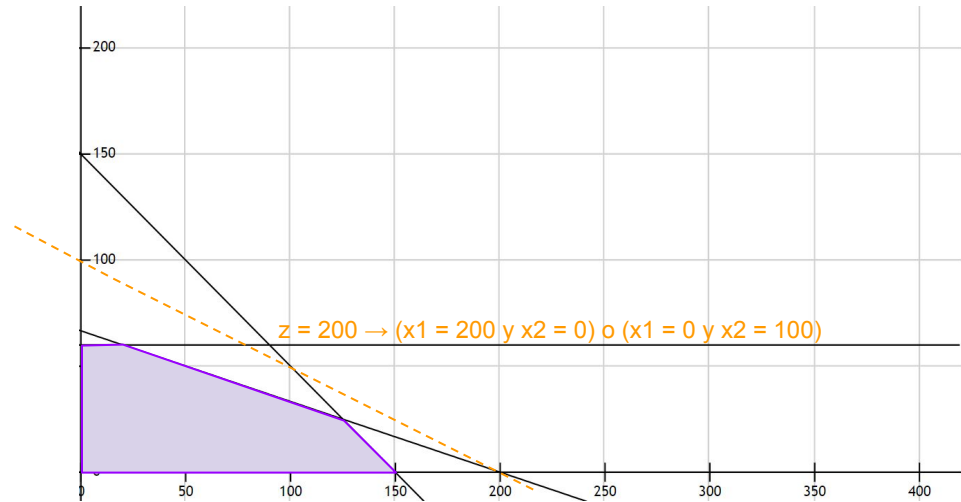
$$1 * x_1 + 3 * x_2 \leq 200$$

$$2 * x_1 + 2 * x_2 \leq 300$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \leq 60$$

$$1 * x_1 + 0 * x_2 \geq 0$$

$$0 * x_1 + 1 * x_2 \geq 0$$



2. Resolución Método Gráfico

Graficamos las trazas de Max z en **naranja**

Función objetivo:

$$\text{Max } z = 1 * x_1 + 2 * x_2$$

Calculo punto optimo:

$$2 * x_1 + 2 * x_2 \leq 300$$

$$x_2 = 150 - x_1$$

$$x_1 + 3 * x_2 = 200$$

$$x_1 + 3 * (150 - x_1) = 200$$

$$x_1 = 125 \rightarrow x_2 = 25$$

$$\text{Max } z = 1 * 125 + 2 * 25 \rightarrow \text{Max } z = \$175$$

Gráficos hechos en: <http://fooplot.com/>

