

Practica Programacion Lineal: Primal - Dual Clase 20

Investigación Operativa UTN FRBA 2021

Docente: Juan Piro

Curso: I4051 (Palazzo)

Ejercicio 8

La compañía de seguros Primo está en proceso de introducir dos nuevas líneas de productos: seguro de riesgo especial e hipotecas. La ganancia esperada es de 5 pesos por el seguro de riesgo especial y de 2 pesos por unidad de hipoteca. La administración desea establecer las cuotas de venta de las nuevas líneas para maximizar la ganancia total esperada. Los requerimientos de trabajo son los siguientes:

Departamento	Horas de trabajo por unidad		Horas de trabajo disponibles
	Riesgo especial	Hipoteca	
Suscripciones	3	2	2 400
Administración	0	1	800
Reclamaciones	2	0	1 200

Modelo Primal: Maximizar la Ganancia

$$\text{Maximizar } Z = 5 X_1 + 2 X_2$$

Donde:

- X_1 : Producto – Seguro de Riesgo Especial
- X_2 : Producto – Hipoteca

Restricciones:

- 1) $3 X_1 + 2 X_2 \leq 2400$
- 2) $0 X_1 + 1 X_2 \leq 800$
- 3) $2 X_1 + 0 X_2 \leq 1200$
- 4) $X_1, X_2 \geq 0$

Primal - Dual : Consideraciones

- Si el Primal busca Maximizar Z (Ej: Utilidades), el modelo Dual busca Minimizar G (uso de recursos disponibles optimizando su utilización).
- El vector de coeficientes del funcional del Primal integra el vector de términos independientes del dual (Restricciones).
- Las restricciones del Primal define los coeficientes del funcional del modelo Dual
- La matriz de coeficientes de restricciones del dual, será la matriz de coeficientes de restricciones del Primal Traspuesta.

Cheat Sheet Dual

$$\text{Max } Z: c^T x$$

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$



$$\text{Min } G: b^T y$$

$$A^T y \geq c$$

$$y \geq 0$$

Primal			Dual		
N°	Restricciones	\leq	Si	Variables	N°
		$=$	No		
N°	Variables	Si	\geq	Restricciones	N°
		No	$=$		

Si & No: Referencia a si una variable responde a la condición de positividad

Ej: Si $X_1 > 0$ (Si condición de positividad)
La restricción N° del Modelo Dual será: ' \leq '

Si una variable en el primal no tiene condición de positividad, la restricción asociada en el Dual será: ' $=$ '

Formulación del Modelo Dual

$$\text{Maximizar } Z = 5 X_1 + 2 X_2$$

$$\text{Minimizar } G = 2400 y_1 + 800 y_2 + 1200 y_3$$

$$1) \quad 3 X_1 + 2 X_2 \leq 2400$$

$$2) \quad 0 X_1 + 1 X_2 \leq 800$$

$$3) \quad 2 X_1 + 0 X_2 \leq 1200$$

$$4) \quad X_1, X_2 \geq 0$$

$$1) \quad 3 y_1 + 0 y_2 + 2 y_3 \geq 5$$

$$2) \quad 2 y_1 + 1 y_2 + 0 y_3 \geq 2$$

$$3) \quad y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

Yi: Valores marginales de las horas de trabajo (recurso) disponibles.

Primal			Dual		
N°	Restricciones	\leq	Si	Variables	N°
		$=$	No		
N°	Variables	Si	\geq	Restricciones	N°
		No	$=$		

Formulación del Modelo Dual

$$\text{Minimizar } G = 2400 y_1 + 800 y_2 + 1200 y_3 + 0y_4 + 0y_5 + My_6 + My_7$$

$$1) \quad 3 y_1 + 0 y_2 + 2 y_3 - 1y_4 - 0y_5 + 1y_6 + 0y_7 = 5$$

$$2) \quad 2 y_1 + 1 y_2 + 0 y_3 - 0y_4 - 1y_5 + 0y_6 + 1y_7 = 2$$

Variables de Holgura

Variables de
Excedente

Resolucion

Iteracion N° 1			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Bk/Aij
Ci	Var Basica	Bk	2400	800	1200	0	0	M	M	
M	x_6	5	3	0	2	-1	0	1	0	1.666666667
M	$\leftarrow x_7$	2	2	1	0	0	-1	0	1	1
Z= 7M		-(Zj-Cj)=	-5M+2400	-M+800	-2M+1200	M	M	0	0	

Resolucion

Iteracion N° 2			x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	Bk/Aij
Ci	Var Basica	Bk	2400	800	1200	0	0	M	M	
M	← x ₆	2	0	-1.5	2	-1	1.5	1	-1.5	1
2400	x ₁	1	1	0.5	0	0	-0.5	0	0.5	∞
Z= 2M+2400		-(Zj-Cj)=	0	+1.5M-400	-2M+1200	+M	-1.5M+1200	0	+2.5M-1200	

Resolucion

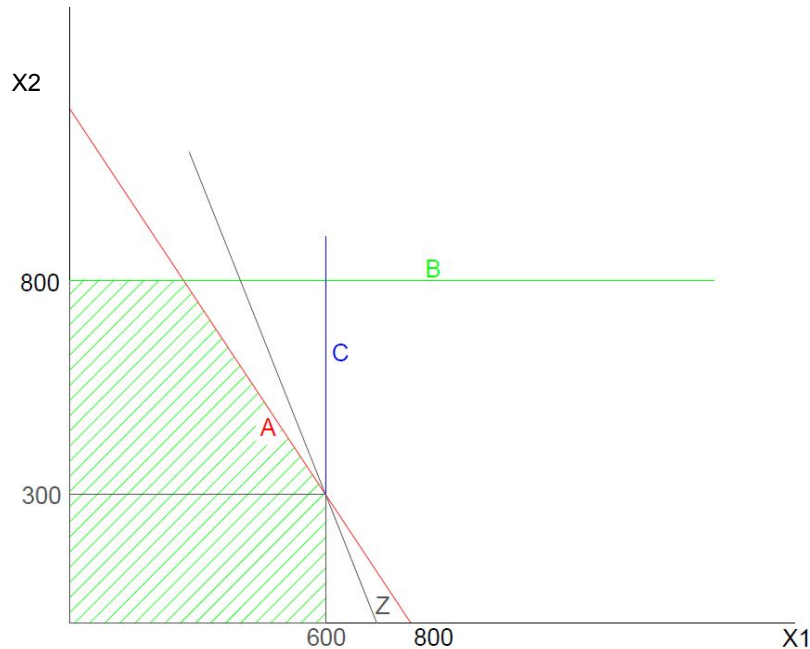
Iteracion N° 3			x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	Bk/Aij
Ci	Var Basica	Bk	2400	800	1200	0	0	M	M	
1200	x3	1	0	-0.75	1	-0.5	0.75	0.5	-0.75	-0.75
2400	x1	1	1	0.5	0	0	-0.5	0	0.5	0.5
Z= 3600		-(Zj-Cj)=	0	500	0	600	300	+M-600	+M-300	

Y1: 1
Y2: 0
Y3: 1



$$Z = 2400 (1) + 800 (0) + 1200 (1) = 3600$$

Verificación Resultado - Primal



$$\text{Maximizar } Z = 5 X_1 + 2 X_2$$

Restricciones:

$$1) 3 X_1 + 2 X_2 \leq 2400$$

$$2) 0 X_1 + 1 X_2 \leq 800$$

$$3) 2 X_1 + 0 X_2 \leq 1200$$

$$4) X_1, X_2 \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} X_1: 600 \\ X_2: 300 \end{array} \right\} Z = 5 (600) + 2 (300) = 3600$$

Analisis

Optimo Primal (Z^*) = Optimo Dual (G^*)

