

Ejercicio SIMPLEX

Clase 17

Investigación Operativa UTN FRBA 2021

Curso: I4051

Elaborado por: Rodrigo Maranzana

Docente: Martín Palazzo

Enunciado

Una empresa fabrica el producto A, que le aumenta su utilidad 2 \$ por unidad, y el producto B, que le aumenta la utilidad 3 \$ por unidad. El producto A requiere de 2 kg de cobre y 1 kg de aluminio. El producto B requiere de 1 kg de cobre y 2 kg de aluminio. El máximo disponible de cobre es 160 kg y el máximo disponible de aluminio es de 180 kg.

Plantear el modelo matemático del problema a resolver, indicando las variables principales, las restricciones y la función objetivo. Resuelva por el método analítico utilizando el algoritmo del Simplex el ejercicio del punto anterior.

Enunciado

Función objetivo: Maximizar la utilidad de un mix de productos A y B.

Tipo: Lineal

Variables de decisión: Cantidad de producto A (X_1) y B (X_2)

Tipo: Lineal

Restricciones:

- Máximo de materia prima de cobre (Y_1) y aluminio (Y_2)
- Restricciones y variables de decisión Reales
- Positividad

Métodos de resolución posibles:

- Método gráfico
- Algoritmo SIMPLEX
- Algoritmo de punto interior
- Otros algoritmos específicos de asignación de recursos.
- Algoritmos heurísticos.

Método elegido: SIMPLEX

Modelo extendido

Una empresa fabrica el **producto A**, que le aumenta su utilidad 2 \$ por unidad, y el **producto B**, que le aumenta la utilidad 3 \$ por unidad.

El producto A requiere de 2 kg de cobre y 1 kg de aluminio. El producto B requiere de 1 kg de cobre y 2 kg de aluminio. El máximo disponible de cobre es 160 kg y el máximo disponible de aluminio es de 180 kg.

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

sujeto a:

$$Y_1: 2X_1 + 1X_2 \leq 160$$

$$Y_2: 1X_1 + 2X_2 \leq 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Modelo extendido

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

sujeto a:

$$Y_1: 2X_1 + X_2 \leq 160$$

$$Y_2: X_1 + 2X_2 \leq 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Modelo Extendido



$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

sujeto a:

$$2X_1 + X_2 + X_3 = 160$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Modelo matricial

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

sujeto a:

$$2X_1 + X_2 + X_3 = 160$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Modelo Extendido
Matricial



$$\text{Max } Z = C^T X$$

sujeto a:

$$AX = b$$

Valores de matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

Representación gráfica

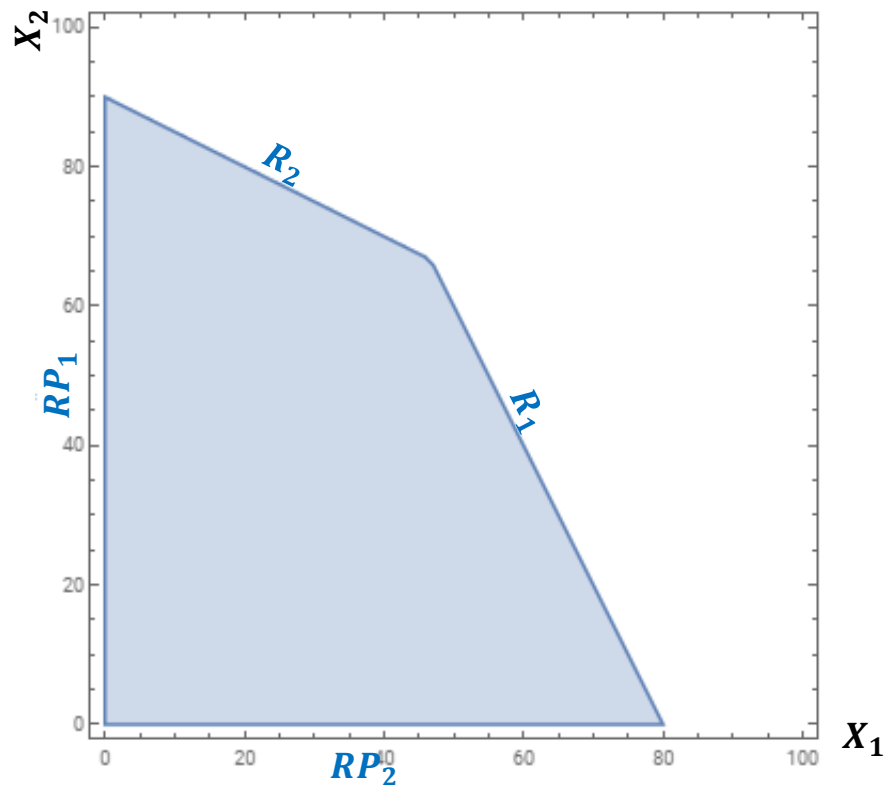


Tabla SIMPLEX

C_j							
C_j Base	X_j Base	B_k					B_k / A_{ij}
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

sujeto a:

$$2X_1 + X_2 + X_3 = 160$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Max } Z = C^T X$$

sujeto a:

$$AX = b$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

C_j							B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k					
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 0X_4$$

sujeto a:

$$2X_1 + X_2 + X_3 = 160$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Max } Z = C^T X$$

sujeto a:

$$AX = b$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k					
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 0X_4$$

sujeto a:

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 = 160$$

$$1X_1 + 2X_2 + 1X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Max } Z = C^T X$$

sujeto a:

$$AX = b$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

sujeto a:

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 = 160$$

$$1X_1 + 2X_2 + 1X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Max } Z = C^T X$$

sujeto a:

$$AX = b$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
			2	1	1	0	
			1	2	0	1	
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

sujeto a:

$$2X_1 + X_2 + X_3 = 160$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Max } Z = C^T X$$

sujeto a:

$$AX = b$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
		160	2	1	1	0	
		180	1	2	0	1	
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

sujeto a:

$$2X_1 + X_2 + X_3 = 160$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Max } Z = C^T X$$

sujeto a:

$$AX = b$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
	X_3	160	2	1	1	0	
	X_4	180	1	2	0	1	
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 0X_4$$

sujeto a:

$$2X_1 + X_2 + X_3 = 160$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Max } Z = C^T X$$

sujeto a:

$$AX = b$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 160 \\ 180 \end{bmatrix}$$

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
Z	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

$$Z_1 = C_3 * A_{11} + C_4 * A_{21} = 0 * 2 + 0 * 1 = 0$$

$$C_1 = 2$$

$$Z_1 - C_1 = 0 - 2 = -2$$

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

$$Z = 0 * 160 + 0 * 180 = 0$$

¡Hay valores negativos, puede mejorar!

Representación gráfica

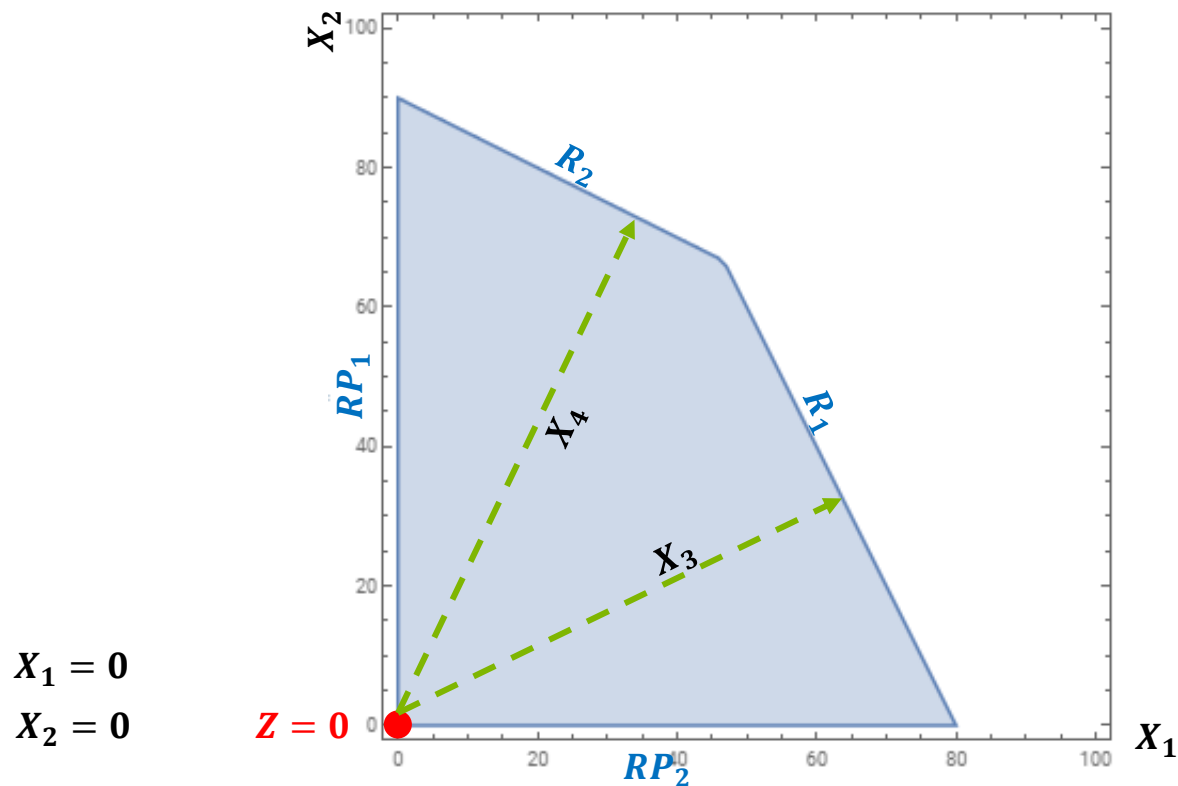


Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Columna pivote: $\min(Z_j - C_j)$

X_2 el más negativo, entra a la base. ¿Quién sale?

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	160
0	X_4	180	1	2	0	1	90
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

$$B_k / A_{ij} \text{ (de la columna pivote)} = B_k / A_{i2}$$

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	160
0	X_4	180	1	2	0	1	90
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Fila pivote: $\min \left(\frac{B_k}{A_{ij}} \right)$, si $\frac{B_k}{A_{ij}} > 0$

X_4 Sale de la base, entra X_2

pivote

Representación gráfica

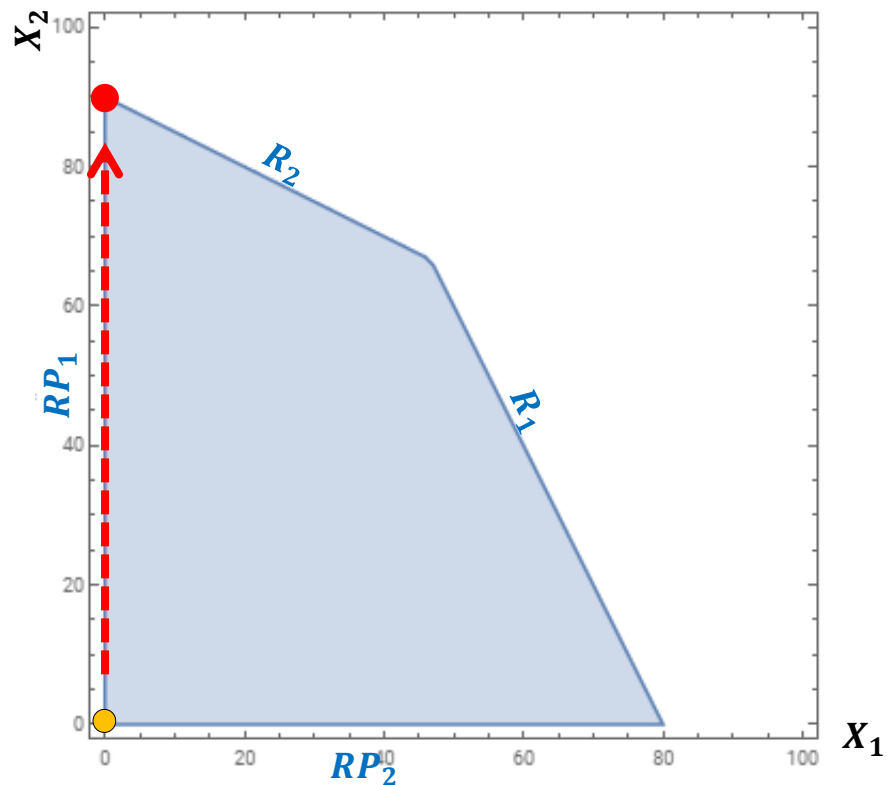


Tabla SIMPLEX

Tabla
iteración 0

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Tabla
iteración 1

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3						
3	X_2						
0	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Actualizar valores de la fila pivote: $B'_{k_p} = B_{k_p} / A_{i_p j_p}$

$$A'_{i_p j} = A_{i_p j} / A_{i_p j_p}$$

\downarrow
 Valores de la fila pivote
 \downarrow
 Valor pivote

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
		90	0.5	1	0	0.5	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Actualizar valores de la fila pivote: $B'_{k_p} = B_{k_p} / A_{i_p j_p}$

$$A'_{i_p j} = A_{i_p j} / A_{i_p j_p}$$

\downarrow \downarrow
 Valores de la fila pivote Valor pivote

Tabla SIMPLEX

Tabla
iteración 0

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Tabla
iteración 1

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3						
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote Valor de la columna pivote

$$B'_k = B_k - \frac{B_{kp} * A_{ijp}}{A_{ipjp}}$$

Valor a actualizar Valor pivote

Tabla SIMPLEX

Tabla
iteración 0

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Tabla
iteración 1

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70					
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote Valor de la columna pivote

$$A'_{ij} = A_{ij} - \frac{A_{ipj} * A_{ijp}}{A_{ipjp}}$$

Valor a actualizar Valor pivote

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote Valor de la columna pivote

$$A'_{ij} = A_{ij} - \frac{A_{ipj} * A_{ijp}}{A_{ipjp}}$$

Valor a actualizar Valor pivote

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2 1.5	1 0	1 1	0 -0.5	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

Valor de la fila pivote Valor de la columna pivote

$$A'_{ij} = A_{ij} - \frac{A_{ipj} * A_{ijp}}{A_{ipjp}}$$

Valor a actualizar Valor pivote

Tabla SIMPLEX

Tabla
iteración 0

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Tabla
iteración 1

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Actualizar valores del resto de las filas:

$$(Z_j - C_j)' = (Z_j - C_j) - \frac{A_{ipj} * (Z_{jp} - C_{jp})}{A_{ipjp}}$$

Valor de la fila pivote (points to A_{ipj}) Valor de la columna pivote (points to $Z_{jp} - C_{jp}$)

Valor a actualizar (points to $(Z_j - C_j)$) Valor pivote (points to A_{ipjp})

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

-0.5

Actualizar valores del resto de las filas:

$$(Z_j - C_j)' = (Z_j - C_j) - \frac{A_{ipj} * (Z_{jp} - C_{jp})}{A_{ipjp}}$$

Valor de la fila pivote (points to A_{ipj}) Valor de la columna pivote (points to $Z_{jp} - C_{jp}$)

Valor a actualizar (points to $(Z_j - C_j)$) Valor pivote (points to A_{ipjp})

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	
			-0.5	0	0	1.5	

Actualizar valores del resto de las filas:

$$(Z_j - C_j)' = (Z_j - C_j) - \frac{A_{ipj} * (Z_{jp} - C_{jp})}{A_{ipjp}}$$

Valor de la fila pivot ← A_{ipj}
 Valor de la columna pivot ← $(Z_{jp} - C_{jp})$
 Valor a actualizar ← $(Z_j - C_j)$
 Valor pivot ← A_{ipjp}

Tabla SIMPLEX

Tabla
iteración 0

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	160	2	1	1	0	
0	X_4	180	1	2	0	1	
0	$Z_j - C_j$		-2	-3	0	0	

Tabla
iteración 1

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	
Z	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

$$Z = 0 * 70 + 3 * 90 = \mathbf{270}$$

¡Hay valores negativos, puede mejorar!

Tabla SIMPLEX

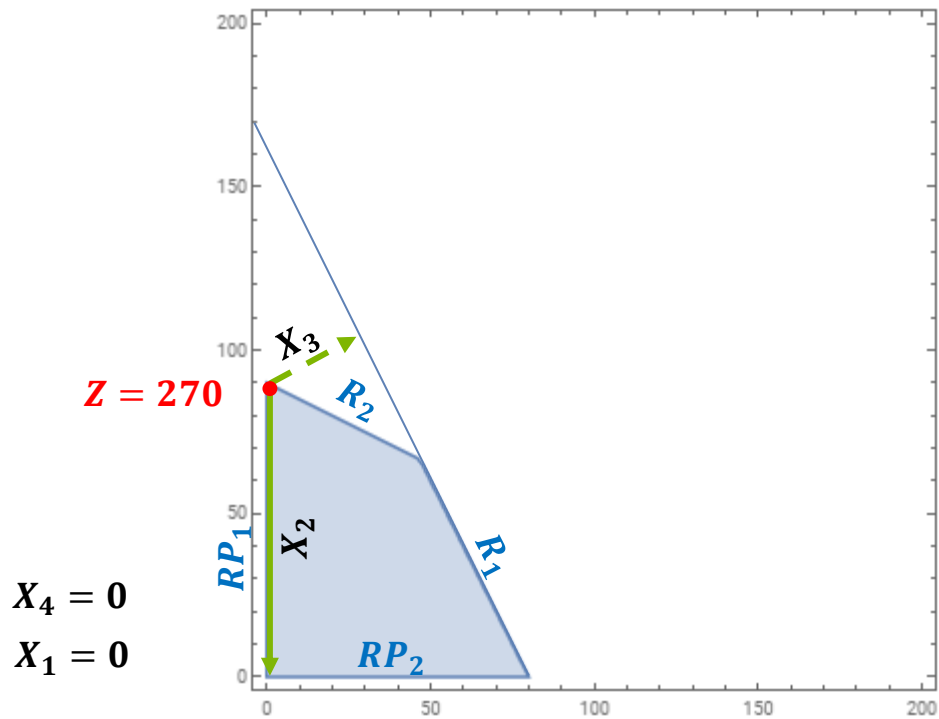


Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

X_1 Columna pivote, entra a la base

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
$C_j \text{ Base}$	$X_j \text{ Base}$	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

Calculamos B_k / A_{ij}

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

El menor positivo B_k / A_{ij} es el saliente, X_3 . Entra X_1

Representación gráfica

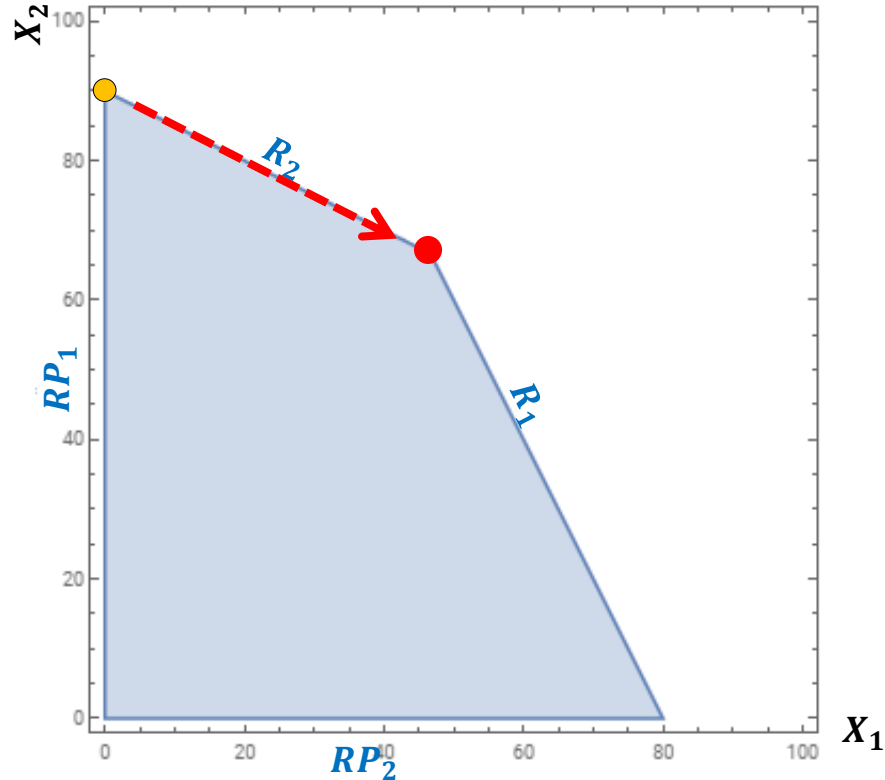


Tabla SIMPLEX

Tabla
iteración 1

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

Tabla
iteración 2

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
2	X_1						
3	X_2						
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
		46.67	1	0	0.67	-0.33	
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

Actualizamos la fila pivote

$$B'_{kp} = B_{kp} / A_{ipjp}$$

$$A'_{ipj} = A_{ipj} / A_{ipjp}$$

\downarrow
 Valores de la fila pivote
 \downarrow
 Valor pivote

Tabla SIMPLEX

Tabla
iteración 1

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

Tabla
iteración 2

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
2	X_1	46.67	1	0	0.67	-0.33	
3	X_2						
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

Actualizamos el resto de las filas:

Valor de la fila pivote

Valor de la columna pivote

$$B'_k = B_k - \frac{B_{kp} * A_{ijp}}{A_{ipjp}}$$

Valor a actualizar

$$A'_{ij} = A_{ij} - \frac{A_{ipj} * A_{ijp}}{A_{ipjp}}$$

Valor pivote

Tabla SIMPLEX

Tabla
iteración 1

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

Tabla
iteración 2

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
2	X_1	46.67	1	0	0.67	-0.33	
3	X_2	66.67	0	1	-0.33	0.67	
Z	$Z_j - C_j$						

Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	0	1.5
			0	0	0.33	1.33	

Actualizamos el resto de las filas:

$$(Z_j - C_j)' = (Z_j - C_j) - \frac{A_{ipj} * (Z_{jp} - C_{jp})}{A_{ipjp}}$$

Valor de la fila pivote (blue arrow pointing to A_{ipj}) Valor de la columna pivote (purple arrow pointing to $Z_{jp} - C_{jp}$)

Valor a actualizar (green arrow pointing to $(Z_j - C_j)$) Valor pivote (red arrow pointing to A_{ipjp})

Tabla SIMPLEX

Tabla
iteración 1

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
0	X_3	70	1.5	0	1	-0.5	46.67
3	X_2	90	0.5	1	0	0.5	180.00
270	$Z_j - C_j$		-0.5	0	0	1.5	

Tabla
iteración 2

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
2	X_1	46.67	1	0	0.67	-0.33	
3	X_2	66.67	0	1	-0.33	0.67	
Z	$Z_j - C_j$		0	0	0.33	1.33	

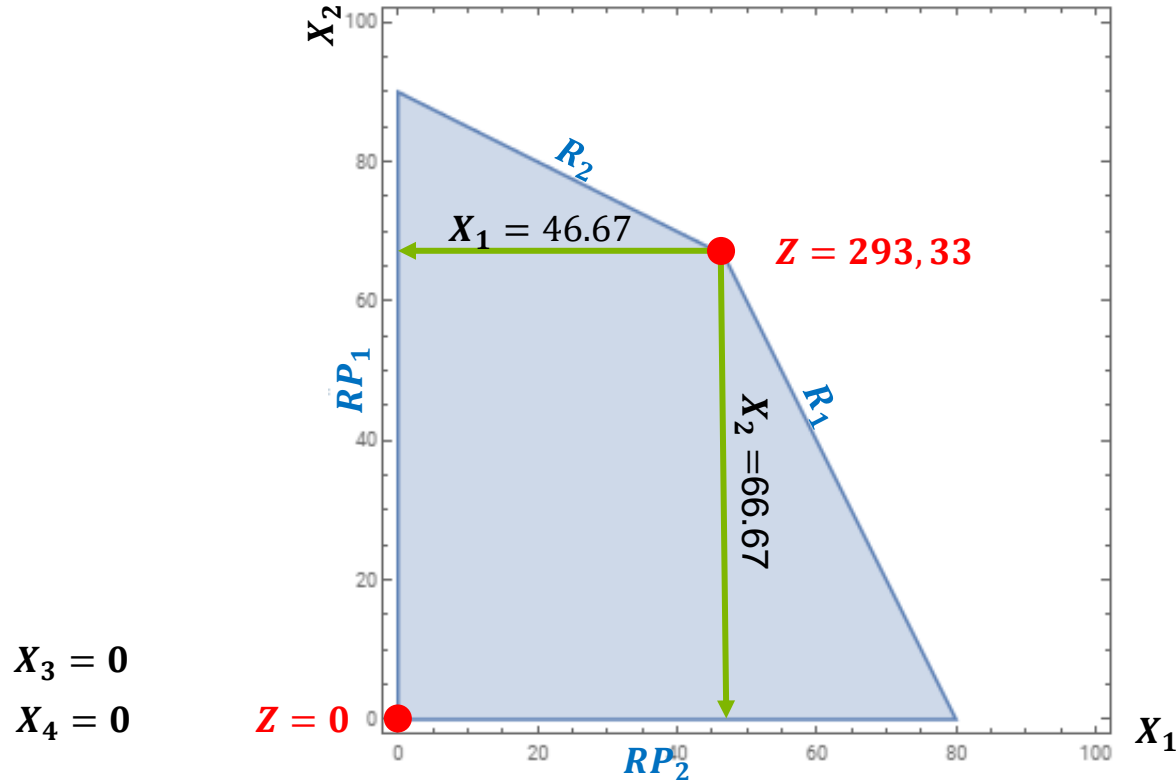
Tabla SIMPLEX

C_j			2	3	0	0	B_k / A_{ij}
C_j Base	X_j Base	B_k	X_1	X_2	X_3	X_4	
2	X_1	46.67	1	0	0.67	-0.33	
3	X_2	66.67	0	1	-0.33	0.67	
293.33	$Z_j - C_j$		0	0	0.33	1.33	

$$Z = 2 * 46.67 + 3 * 66.67 = \mathbf{293.33}$$

No hay valores negativos, las variables slack salieron de la base, ¡es el óptimo!

Representación Gráfica



Conclusión

Dado el modelo formulado, bajo las suposiciones tomadas al principio:

Se logró maximizar la solución para cantidades de producto A y B de $X_1^* = 46.67$ y $X_2^* = 66.67$ respectivamente; con un ingreso máximo de $Z^* = \$ 293.33$