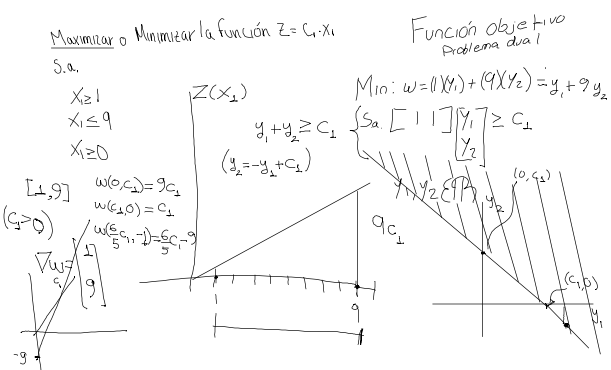
Lunes 11 de noviembre de 2019

La siguiente figura muestra un problema primal y parte de la elaboración del problema dual correspondiente:



Minimizar la función %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\omega=y_{1}+9y_{2}
\]
\end{document} sujeto a la restricción %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
y_{1}+y_{2}\geq c_{1}
\]
\end{document} equivale a buscar el mínimo del siguiente conjunto de números reales:

%FontSize=20
%TeXFontSize=20
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
W=\left\{
\omega\in R\,:\,\omega=y_{1}+9y_{2}\mbox{\ para alg\'un\ }(y_{1},y_{2})\in R^{2}\mbox{\ que cumple con\ }y_{1}+y_{2}\geq c_{1}\right\}
\]
\end{document}

Pero no es difícil comprobar que este conjunto no es acotado por abajo como se muestra a continuación. Sea %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
N\leq 0
\]
\end{document}, entonces la ecuación

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=20 %TeXFontSize=20 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ y_{1}+9y_{2}=N \] \end{document} | ZEqn1 | (1) |

corresponde a una recta de pendiente -1/9 con ordenada al origen de %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
N/9\leq0
\]
\end{document}. Como la pendiente de la recta (1) es menor en valor absoluto que la pendiente de la recta (2) (i.e., %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
|-1/9|<|-1|
\]
\end{document})

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=20 %TeXFontSize=20 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ y_{1}+y_{2}=c_{1} \] \end{document} | ZEqn2 | (2) |

Se sigue que para todo %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
N\leq 0
\]
\end{document}, existe un único punto %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
(y_{1},y_{2})
\]
\end{document} tal que el sistema de ecuaciones lineales (1)-(2) se satisface. Esto significa que el conjunto %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
W
\]
\end{document} no está acotado por abajo y entonces

%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\mbox{inf\ }W=-\infty
\]
\end{document}

Lo cual significa que nuestro supuesto modelo dual no tiene solución.

Por otra parte, de acuerdo con el documento The\_Essence\_of\_Duality\_Theory.docx (Chapter 6 of book [1]), para construir el modelo dual debemos partir del problema primal como sigue:

%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\mbox{max }z&=&c_{1}x_{1}\nonumber\\
\mbox{sujeto a}&&\nonumber\\
-x_{1}&\leq&-1\nonumber\\
x_{1}&\leq&9\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\mbox{y\ \ \ }&&\nonumber\\
x_{1}&\geq&0.\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

Equivalentemente en notación matricial

%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\mbox{max }z\,=\,c_{1}x_{1}&&\nonumber\\
\mbox{sujeto a\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ }&\,\,&\nonumber\\
\left[\begin{array}{r}
-1\\
1
\end{array}\right]\left[
x_{1}
\right]&\leq&
\left[\begin{array}{r}
-1\\
9
\end{array}\right]\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\mbox{y\ \ \ }&&\nonumber\\
x_{1}&\geq&0.\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

Y el problema dual está dado por:

%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\mbox{min }\omega&=&-y_{1}+9y_{2}\nonumber\\
\mbox{sujeto a}&&\nonumber\\
-y_{1}+y_{2}&\geq&c_{1}\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\mbox{y\ \ }&&\nonumber\\
y_{1}&\geq&0,\mbox{\ }y_{2}\mbox{\ \ }\geq\mbox{\ \ }0.\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

Equivalentemente en notación matricial

%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\mbox{min }\omega\,&=&\,\left[\begin{array}{cc}y_{1}&y_{2}\end{array}\right]\left[\begin{array}{r}
-1\\
9
\end{array}\right]\nonumber\\
\mbox{sujeto a}&\,\,&\nonumber\\
&&\left[\begin{array}{cc}y_{1}&y_{2}\end{array}\right]\left[\begin{array}{r}
-1\\
1
\end{array}\right]\geq
\left[c_{1}\right]\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\mbox{y\ \ \ }&&\nonumber\\
y_{1}&\geq&0,\mbox{\ }y_{2}\mbox{\ \ }\geq\mbox{\ \ }0.\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}  
Minimizar la función %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\omega=-y_{1}+9y_{2}
\]
\end{document} sujeto a las restricciones %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
-y_{1}+y_{2}\geq c_{1}
\]
\end{document} y %FontSize=11
%TeXFontSize=11
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
y_{1}\geq 0,\,y_{2}\geq 0
\]
\end{document}equivale a buscar el mínimo del siguiente conjunto de números reales:

%FontSize=20
%TeXFontSize=20
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
W=\left\{
\omega\in R\,:\,\omega=-y_{1}+9y_{2}\mbox{\ para alg\'un\ }(y_{1},y_{2})\in R^{2}\mbox{\ que cumple con\ }-y_{1}+y_{2}\geq c_{1}\mbox{,\ }y_{1}\geq 0,\,y_{2}\geq 0\right\}
\]
\end{document}

[1] Frederick S. Hillier, Gerard J. Lieberman, Introduction to Operations Research, Seventh Edition, Mc Graw Hill College, (2001).