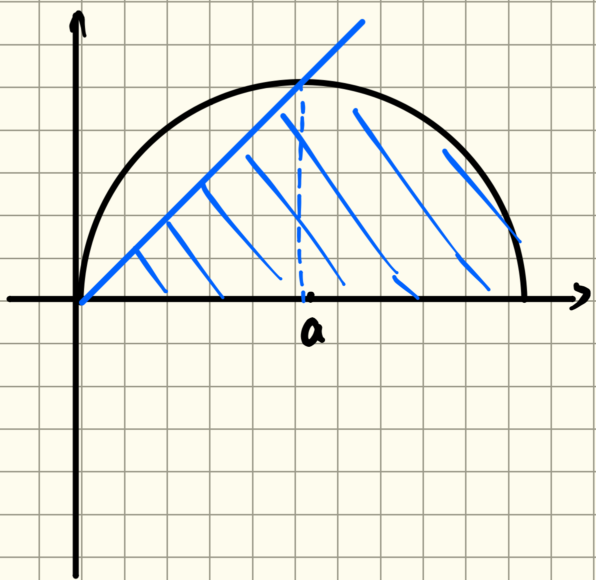
6. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.625$

$P(\bar{A}B)=P(B)-P(AB)=0.375$

$P(\overline{AB})=1-P(AB)=0.875$

$P[(A\cup B)(\overline{AB})]=P(A\cup B)-P(AB)=0.5$

12. 设原点到该点的连线与x轴的夹角小于$\frac{\pi}{4}$为事件A.



$$P(A)=\frac{\frac{\pi a^2}{4}+\frac{1}{2}a^2}{\frac{\pi a^2}{2}}=\frac{2+\pi}{2\pi}$$

14. 由题得 $P(AB)=5\%$ $P(A\bar{B})=15\%$

$P(\bar{A}B)=10\%$ $P(\bar{A}\bar{B})=70\%$

(1) $P(A)=P(AB)+P(A\bar{B})=0.2$ $P(B)=P(AB)+P(\bar{A}B)=0.15$

(2) $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{4}$ (3) $P(B|\bar{A})=\frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})}=\frac{1}{8}$

(4) $P(A|\bar{B})=\frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{3}{17}$ (4) $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{1}{3}$

22. 设先摸出的一张卡片上的数字为 i 为事件 A_i $(i=0.1.2.3.4.5)$

两张卡片上的数字之和大于 6 为事件 B.

$\Omega=\{(0.1).(0.2).\cdots(0.5).(1.0).(1.2)\cdots.(1.5)\cdots.(5.4)\}$

$B=\{(2.5).(3.4).(3.5).(4.3)..(4.5).(5.2).(5.3).(5.4).\}$

$P(A_0|B)=0$ $P(A_1|B)=0$ $P(A_2|B)=\frac{1}{8}$

$P(A_3|B)=\frac{1}{4}$ $P(A_4|B)=\frac{1}{4}$ $P(A_5|B)=\frac{3}{8}$

$\therefore$ 先摸出的一张卡片上最有可能是数字 5.

补充 1. $\because P(AB)=0$ $\therefore$ A 和 B 不能同时发生.

$\therefore AB=\phi$. $A\bar{B}\bar{C}=A\bar{B}\cap A\bar{C}=(\Omega-AB)\cap A\bar{C}=\Omega\cap A\bar{C}=A\bar{C}\subset A$

同理. $\bar{A}B\bar{C}=B\bar{C}\subset B$

$\bar{A}\bar{B}C=C-AC-BC+ABC=C-AC-BC$. 且 $AC\subset C$. $BC\subset C$

$\therefore P(A\bar{B}\bar{C})=P(A\bar{C})=P(A)-P(AC)=\frac{1}{6}$

$P(\bar{A}B\bar{C})=P(B\bar{C})=P(B)-P(BC)=\frac{1}{6}$

$P(\bar{A}\bar{B}C)=P(C-AC-BC)=P(C)-P(AC)-P(BC)=\frac{1}{12}$

$\therefore$ A.B.C 中恰有一个发生的概率为 $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{5}{12}$

(2) $\because$ A.B 不能同时发生. $P(AC)=P(BC)=\frac{1}{12}$.

$\therefore$ A,B,C中恰有两个发生的概率为 $\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$

2. (1) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

欲证 $P(A)P(B)\geqslant P(A\cup B)P(AB)$

即证 $P(A)P(B)\geqslant[P(A)+P(B)-P(AB)]P(AB)$

即证 $P(A)P(B)-P(A)P(AB)-P(B)P(AB)+P(AB)^2\geqslant 0$

即证 $(P(A)-P(AB))(P(B)-P(AB))\geqslant 0$

$\because AB\subset A,\ AB\subset B$ $\quad\therefore P(A)\geqslant P(AB)\quad P(B)\geqslant P(AB)$

$(P(A)-P(AB))(P(B)-P(AB))\geqslant 0$ 得证.

(2) $P(A)P(B)P(C)\geqslant P(A\cup B)P(AB)P(C)\geqslant P(A\cup B\cup C)P((A\cup B)C)P(AB)$

$\geqslant P(A\cup B\cup C)P(AB\cup AC\cup BC)P((A\cup B)ABC)$

$=P(A\cup B\cup C)P(AB\cup AC\cup BC)P(ABC)$