13. (1) 设某人带菌为事件A，检测呈阳性为事件B。

该人独立检测3次有2次为阳性，为事件C

$P(A)=0.1$ $P(B|A)=0.95$ $P(\bar{B}|A)=0.05$ $P(B|\bar{A})=0.01$ $P(\bar{B}|\bar{A})=0.99$

$P(C)=C_3^2 P(A)\cdot P(B|A)^2\cdot P(\bar{B}|A)+C_3^2 P(\bar{A})\cdot P(B|\bar{A})^2 P(\bar{B}|\bar{A})$

≈ 0.0138

(2) $P(A|C)=\dfrac{P(A)P(C|A)}{P(C)}=\dfrac{P(A)\cdot[C_3^2 P(B|A)^2 P(\bar{B}|A)]}{P(C)}\approx 0.981$

14. $\begin{cases} P(X=k)\geq P(X=k+1) \\ P(X=k)\geq P(X=k-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_{20}^k(0.3)^k(0.7)^{20-k}\geq C_{20}^{k+1}(0.3)^{k+1}(0.7)^{19-k} \\ C_{20}^k(0.3)^k(0.7)^{20-k}\geq C_{20}^{k-1}(0.3)^{k-1}(0.7)^{21-k} \end{cases}$

解得 $5.3\leq k\leq 6.3$ $\because k\in \mathbb{R}$ $\therefore k=6$

$P(X=6)=C_{20}^6(0.3)^6(0.7)^{14}\approx 0.192$

18. (1) $P(X>15)=\sum_{k=16}^{+\infty}\dfrac{10^k}{k!}e^{-10}\approx 0.049$

(2) $\because P(X>0)=0.5$ $\therefore \sum_{k=1}^{+\infty}\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}=0.5$ 解得 $\lambda=0.7$

$P(X\geq 2)=\sum_{k=2}^{+\infty}\dfrac{(0.7)^k}{k!}e^{-0.7}\approx 0.1558$

19. $\begin{cases} P(X=k)\geq P(X=k-1) \\ P(X=k)\geq P(X=k+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}\geq \dfrac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}e^{-\lambda} \\ \dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}\geq \dfrac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!}e^{-\lambda}. \end{cases}$

解得 $\lambda-1\le k\le\lambda$.

① 当 k 为整数时. $k=\lambda-1$ 或 $k=\lambda$ 时 $P(X=k)$ 最大.

② 当 k 不为整数时. $k=\lfloor\lambda\rfloor$ (λ 的向下取整) 时 $P(X=k)$ 最大.

补充 1. 设抽到 4 的次数为 X 次. 中间数等于 4 为事件 A.

$P(A|X=0)=0$ $P(A|X=1)=C_5^1\cdot\frac{1}{10}\cdot C_4^2\cdot(\frac{3}{10})^2\cdot C_2^2\cdot(\frac{6}{10})^2=0.0972$

$P(A|X=2)=C_5^2\cdot(\frac{1}{10})^2\cdot[C_3^1\cdot\frac{3}{10}\cdot C_2^2\cdot(\frac{6}{10})^2+C_3^1\cdot\frac{6}{10}+C_2^2\cdot(\frac{3}{10})^2]=0.0486$

$P(A|X=3)=C_5^3(\frac{1}{10})^3\cdot[C_2^1\cdot\frac{3}{10}\cdot C_1^1\cdot\frac{6}{10}+C_2^2\cdot(\frac{3}{10})^2+C_2^2\cdot(\frac{6}{10})^2]=0.0081$

$P(A|X=4)=C_5^4(\frac{1}{10})^4\cdot[\frac{6}{10}+\frac{3}{10}]=0.00045$

$P(A|X=5)=C_5^5(\frac{1}{10})^5=0.00001$

$P(A)=\sum_{i=0}^{5}P(A|X=i)=0.15436$

补充 2: (1) 设每件商品能出厂为事件 A. 全部能出厂为事件 B.

$P(A)=0.7+0.3\times0.8=0.94$ $P(B)=(0.94)^n$

(2) 设恰好两台不能出厂为事件 C.

$P(C)=C_n^2(1-0.94)^2(0.94)^{n-2}=C_n^2(0.06)^2(0.94)^{n-2}$

(3) 设恰好一台不能出厂为事件 D. 至少两台不能出厂为事件 E.

$P(D)=C_n^1(1-0.94)(0.94)^{n-1}=n(0.06)(0.94)^{n-1}$

$P(E)=1-P(B)-P(D)=1-(0.94)^n-n\cdot(0.06)(0.94)^{n-1}$