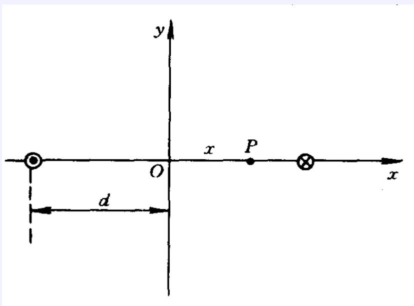
11 月 9 日作业

韩岳成 524531910029

2025 年 11 月 13 日

题目 1. 两个长直平行导线，相距 $2d$, 通有相等相反的电流，电流强度为 I. 取如下图所示的坐标，求距坐标原点为 x 的 P 点处的磁感应强度 B, 并作 $B-x$ 曲线.



解答. 两根无限长直导线通电，电流方向相反，设电流强度为 I。根据安培定律，导线产生的磁感应强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

其中，r 是导线到测量点的距离，μ_0 是真空磁导率。

当 $-d < x < d$ 时，点 P 到两根导线的距离分别为 $r_1 = d + x$ 和 $r_2 = d - x$。由于电流方向相反，两个磁场在点 P 处的方向相同，因此总磁

感应强度为

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d+x)} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)} = \frac{\mu_0 I}{\pi} \cdot \frac{d}{d^2 - x^2}$$

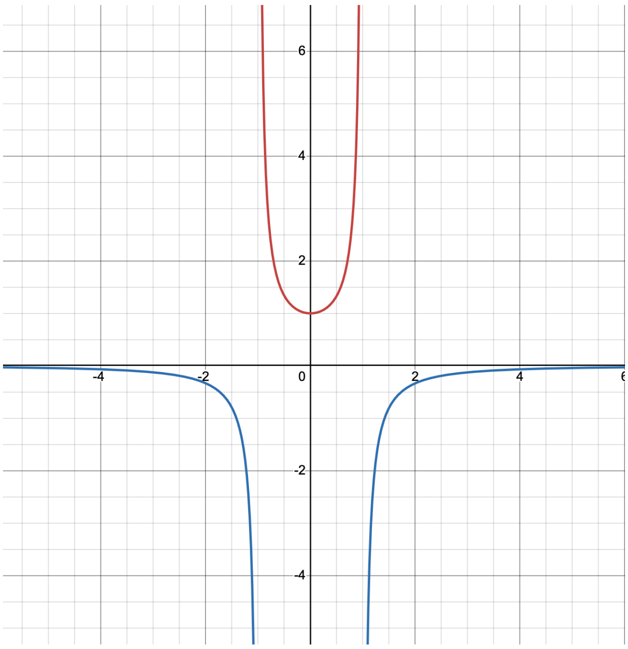
当 $x > d$ 时，点 P 到两根导线的距离分别为 $r_1 = x - d$ 和 $r_2 = x + d$。由于电流方向相反，两个磁场在点 P 处的方向相反，因此总磁感应强度为

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+d)} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(x-d)} = -\frac{\mu_0 I}{\pi} \cdot \frac{d}{x^2 - d^2}$$

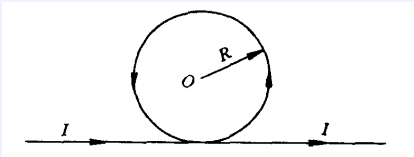
当 $x < -d$ 时，点 P 到两根导线的距离分别为 $r_1 = -x - d$ 和 $r_2 = -x + d$。由于电流方向相反，两个磁场在点 P 处的方向相反，因此总磁感应强度为

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(-x+d)} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(-x-d)} = -\frac{\mu_0 I}{\pi} \cdot \frac{d}{x^2 - d^2}$$

B-x 曲线如下所示：



题目 2. 一外层绝缘的长直导线弯成如下图所示的形状，其中圆的半径为 R。当通以电流强度 I 时，计算圆心 O 处的磁感应强度 B.



解答. 圆心 O 处的磁感应强度可以视为由两部分贡献：直线段产生的磁场和圆弧段产生的磁场。直线段在 O 点产生的磁感应强度为：

$$B_{\text{直线}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

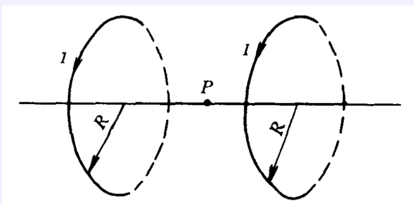
圆弧段在 O 点产生的磁感应强度为：

$$B_{\text{圆弧}} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

因为直线段和圆弧段的磁场方向相同，所以总磁感应强度为：

$$B = B_{\text{直线}} + B_{\text{圆弧}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} + \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(1 + 2\pi)$$

题目 3. 如下图所示，有两个平行共轴放置的圆线圈。线圈的半径为 R，两者相距亦为 R，均绕有 N 匝，通过相等同向的电流 I（亥姆霍兹线圈）。试计算两线圈轴线中点 P 处的磁感应强度 B。



解答. 亥姆霍兹线圈由两个相距为 R 的同向电流圆线圈组成。每个线圈在

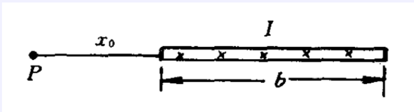
轴线中点 P 处产生的磁感应强度为:

$$B_{\text{单线圈}} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2+(R/2)^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2\left(\frac{5R^2}{4}\right)^{3/2}} = \frac{4\mu_0 N I}{5\sqrt{5}R}$$

由于两个线圈的磁场方向相同，因此总磁感应强度为:

$$B = 2B_{\text{单线圈}} = \frac{8\mu_0 N I}{5\sqrt{5}R}$$

题目 4. 如下图所示，有一长直导体薄板，宽度为 b, 有电流强度 I 均匀通过薄板，方向垂直纸面向内. 计算位于薄板左方 x_0 处 P 点的磁感应强度 B.



解答. 设薄板的电流密度为

$$J = \frac{I}{b}$$

取薄板上一个宽度为 dx 的微元，其位置为 x，则该微元产生的磁感应强度 dB 在点 P 处为:

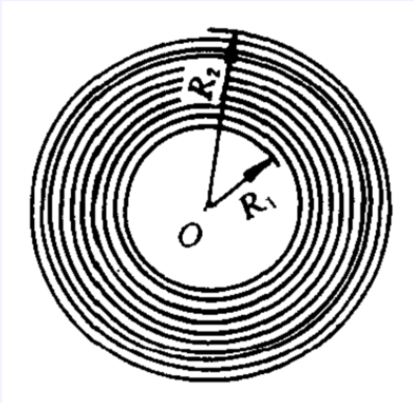
$$dB = \frac{\mu_0 J dx}{2\pi(x_0+x)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}\cdot\frac{dx}{x_0+x}$$

积分范围为 x 从 0 到 b，则总磁感应强度为:

$$B = \int_0^b dB = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}\int_0^b \frac{dx}{x_0+x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}\ln\left(\frac{x_0+b}{x_0}\right)$$

方向向上。

题目 5. 有内外半径分别为 R_1 和 R_2 的沿平面密绕线圈 (见下图), 线圈共 N 匝，若通以电流 I, 求圆环中心 O 点的磁感应强度值.



解答. 单位长度的线圈匝数为

$$n = \frac{N}{R_2 - R_1}$$

取半径为 r 的微小圆环厚度为 dr，其产生的磁感应强度 dB 在中心 O 点处为：

$$dB = \frac{\mu_0 I n}{2r} dr$$

积分范围为 r 从 R_1 到 R_2，则圆环中心 O 点的磁感应强度为：

$$B = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I n}{2r} dr = \frac{\mu_0 I N}{2(R_2 - R_1)} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 I N}{2(R_2 - R_1)} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

题目 6. 按经典理论，氢原子中电子绕核作匀速圆周运动，已知电子电量 $e = -1.60 \times 10^{-19}$C，质量为 $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg，轨迹半径 $r = 5.3 \times 10^{-11}$ m.

(1) 计算电子绕核运动所产生的磁矩；

(2) 求电子在圆心处产生的磁感应强度 B.

解答. (1) 电子绕核运动的电流 I 为：

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$$

其中，v 为电子的速度，T 为周期。电子的速度可以通过向心力公式计算：

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

解出 v：

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r}}$$

将 v 代入 I 的表达式中，得到：

$$I = \frac{e}{2\pi r}\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r}} = \frac{e^2}{4\pi r^{3/2}\sqrt{\pi\epsilon_0 m_e}}$$

电子绕核运动产生的磁矩 μ 为：

$$\mu = I \cdot A = I \cdot \pi r^2 = \frac{e^2\sqrt{r}}{4\sqrt{\pi\epsilon_0 m_e}}$$

代入数据得

$$\mu \approx 9.26 \times 10^{-24}\,\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^2$$

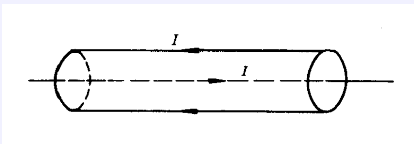
(2) 电子在圆心处产生的磁感应强度 B 为：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 e^2}{8\pi r^{5/2}\sqrt{\pi\epsilon_0 m_e}}$$

代入数据得

$$B \approx 12.44\,\mathrm{T}$$

题目 7. 在半径为 R 的无限长直导体薄圆筒中心轴上放一长直导体芯线（见下图），在芯线与筒壳上通有方向相反的电流 I. 试计算筒内外的磁感应强度 B.



解答. 对于筒内一点 $r < R$，根据安培定律，芯线产生的磁感应强度为：

$$B_{\text{芯线}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

筒壳产生的磁感应强度为：

$$B_{\text{筒壳}} = 0$$

因此，筒内的总磁感应强度为：

$$B_{\text{内}} = B_{\text{芯线}} + B_{\text{筒壳}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

对于筒外一点 $r > R$，我们可以选择一个半径为 r 且与中心轴同心的圆形路径。

这个半径为 r 的圆形路径同时包围了中心的芯线和外层的圆筒壳。芯线的电流为 I。圆筒壳的电流大小也为 I，但方向相反。

因此，穿过该环路的总净电流为：

$$I_{\text{enc}} = I + (-I) = 0$$

再应用安培定律得到筒外的磁感应强度为：

$$B_{\text{外}} = 0$$

题目 8. 一圆柱形无限长导体，磁导率为 μ, 半径为 R, 通有沿轴线方向的均匀电流 I, 求

(1) 导体内任一点的 $\mathbf{H}, \mathbf{B}$ 和 $\mathbf{M}$.

(2) 导体外任一点的 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{B}$.

解答. (1) 导体内任一点 $r < R$，根据安培定律，磁场强度 $\mathbf{H}$ 为：

$$\mathbf{H} = \frac{I_{\text{enc}}}{2\pi r}\hat{\phi}$$

其中，$I_{\text{enc}} = I \cdot \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = I \cdot \frac{r^2}{R^2}$ 是穿过半径 r 的面积的电流。因此，

$$\mathbf{H} = \frac{Ir}{2\pi R^2}\hat{\phi}$$

磁感应强度 $\mathbf{B}$ 为:

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} = \frac{\mu Ir}{2\pi R^2}\hat{\phi}$$

磁化强度 $\mathbf{M}$ 为:

$$\mathbf{M} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\mathbf{H} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\frac{Ir}{2\pi R^2}\hat{\phi}$$

(2) 导体外任一点 $r > R$，根据安培定律，磁场强度 $\mathbf{H}$ 为:

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi r}\hat{\phi}$$

磁感应强度 $\mathbf{B}$ 为:

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} = \frac{\mu I}{2\pi r}\hat{\phi}$$

题目 9. 螺绕环平均周长 $l = 10$ cm, 环上绕有线圈 $N = 200$ 匝，通有电流 $I = 100$ mA. 试求

(1) 管内为空气时，B 和 H 的大小;

(2) 若管内充满相对磁导率 $\mu_{\text{r}} = 4200$ 的磁介质，B 和 H 的大小.

解答. (1) 管内为空气时，磁场强度 H 为:

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{200 \times 0.1}{0.1} = 200\,\text{A/m}$$

磁感应强度 B 为:

$$B = \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times 200 = 8\pi \times 10^{-5}\,\text{T}$$

(2) 管内充满相对磁导率 $\mu_{\text{r}} = 4200$ 的磁介质时，磁场强度 H 仍为:

$$H = \frac{NI}{l} = 200\,\text{A/m}$$

磁感应强度 B 为:

$$B = \mu_0 \mu_\mathrm{r} H = 4\pi \times 10^{-7} \times 4200 \times 200 = 336\pi \times 10^{-3}\,\mathrm{T}$$

题目 10. 一沿棒长方向均匀磁化的圆柱形介质棒，直径为 2.5 cm, 长为 7.5 cm, 其总磁矩为 $1.2{\times}10^4\ \mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$, 求棒中的磁化强度 M 和棒的圆柱表面上的磁化电流线密度 α', 以及棒内中点的 $\boldsymbol{B}$.

解答. 磁化强度 M 定义为:

$$M = \frac{m_\mathrm{tot}}{V}$$

其中 V 为圆柱体积:

$$V = \pi r^2 L = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 L = \pi (0.0125)^2 \cdot 0.075 \approx 3.68 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^3.$$

因此磁化强度为:

$$M = \frac{1.2 \times 10^4}{3.68 \times 10^{-5}} \approx 3.26 \times 10^8\ \mathrm{A/m}.$$

磁化电流线密度 α' 为:

$$\alpha' = M = 3.26 \times 10^8\ \mathrm{A/m}.$$

在中点，磁感应强度为:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}).$$

由于圆柱内部磁场 $\mathbf{H} \approx 0$，因此:

$$\mathbf{B} \approx \mu_0 M = (4\pi \times 10^{-7}) \times 3.26 \times 10^8 \approx 4.10 \times 10^2\ \mathrm{T}.$$