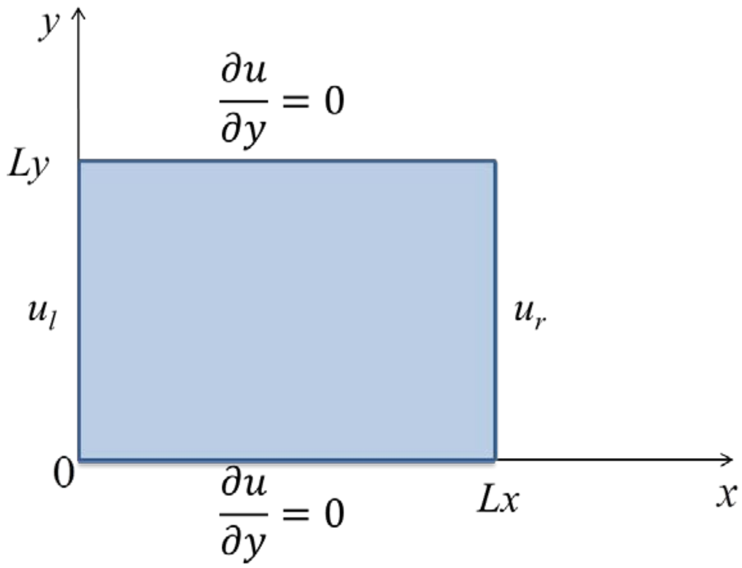
Задача №3а

(Решение двумерного однородного уравнения теплопроводности)

Постановка задачи.



Медная пластина с размерами $Lx = Ly = 0{,}5$ м. Горизонтальные границы являются адиабатическими, а на вертикальных границах поддерживаются постоянные температуры u_l = 80 °С и u_r = 30 °С. Начальная температура пластины u_0 = 5 °С.

Необходимо решить двумерное однородное уравнение теплопроводности вида

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad 0 < x < Lx, \quad 0 < y < Ly,$$

где ρ=8960 кг/м^3 – плотность меди, c = 380 Дж/(кг·°С) – теплоемкость меди, λ = 401 Вт/(м·°С) – коэффициент теплопроводности меди. Коэффициент температуропроводности $k = \lambda / (\rho c)$.

Для решения уравнения используется явная разностная схема с расщеплением по пространственным координатам:

$$\upsilon_{i,j} = u_i^n + \frac{k\tau}{h^2}\left(u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n\right) \text{ – промежуточное решение,}$$

$$u_{i,j}^{n+1} = \upsilon_{i,j} + \frac{k\tau}{h^2}\left(\upsilon_{i,j+1} - 2\upsilon_{i,j} + \upsilon_{i,j-1}\right) \text{ – окончательное решение.}$$

Начальное условие: $u(x,y, 0) = u_0$.

Граничные условия на вертикальных границах:

$u(0,y, t) = u_l$, $u(Lx, y, t) = u_r$.

Граничные условия на горизонтальных границах:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

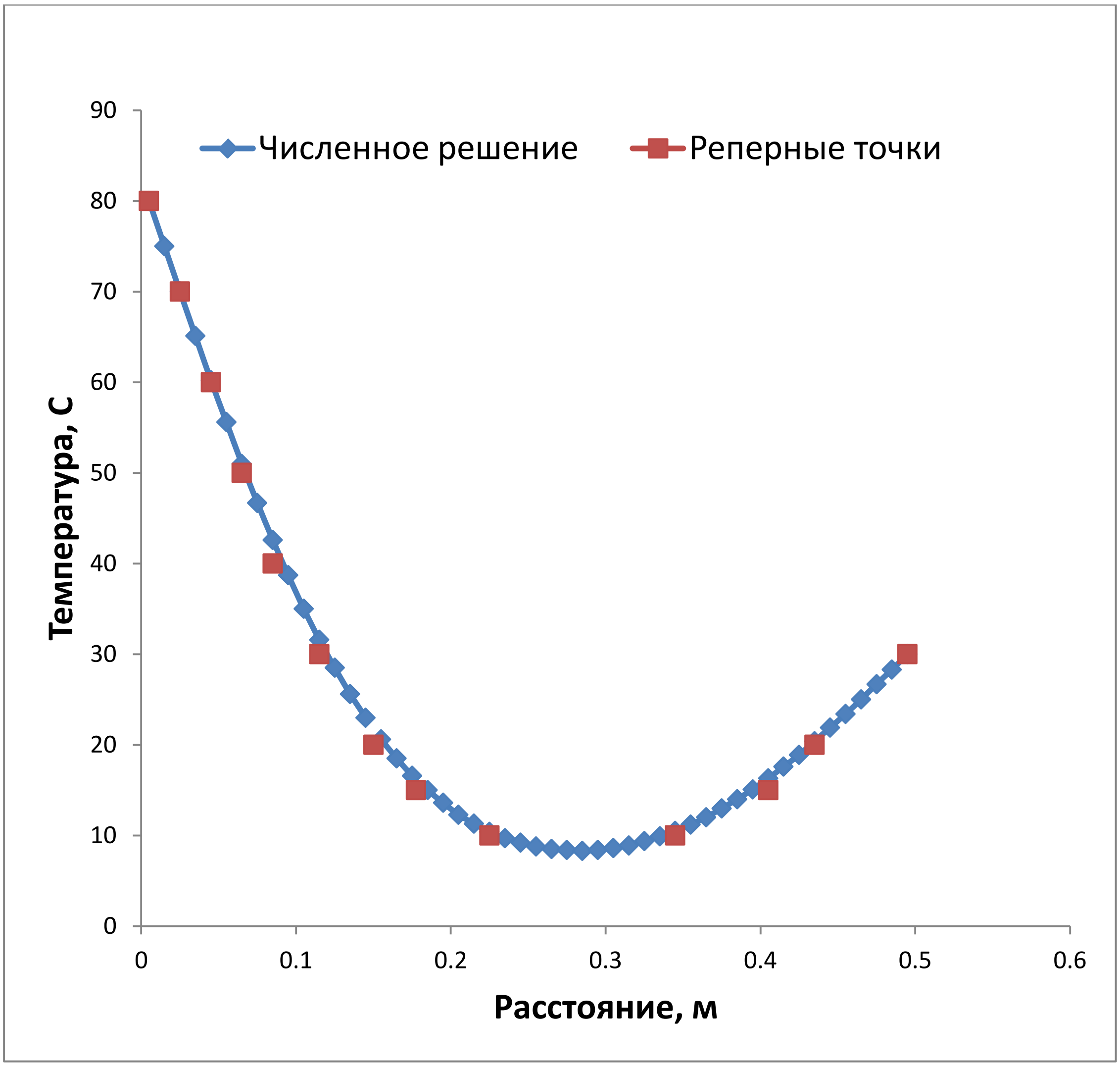
Задание:

1) Получить распределение температуры на поверхности пластины на момент времени *T = 60 с*, используя следующие параметры: *h = 0,01*, *dt = ?* (см. замечание 1). Построить график температуры вдоль оси Ox.

2) Сравнить график температуры с реперными точками (учесть, что координаты центра расчетных ячеек вычисляются согласно *i · h - h/2*):

x	**U**
0.005	80
0.025	70
0.045	60
0.065	50
0.085	40
0.115	30
0.15	20
0.1775	15
0.225	10
0.345	10
0.405	15
0.435	20
0.495	30

Должно получиться что-то вроде такого:



3) Построить график зависимость ускорения *S* от количества процессов *p*, где *p = 1,2,3,…,8-12* (см. замечание 2).

Замечания:

1) Подумать над значением шага по времени.

2) Если график не получается (нет прироста ускорения), подумать над мелкостью разбиения расчетной области и тем, как загрузить вычислительные ядра.

3) Подумать, каким образом следует организовать пересылку сообщений между процессами посредством блокирующих функций приема/передачи, чтобы суммарное время передачи в конце каждого шага по времени было *O(1)* (а не *O(p)*). Реализовать оба варианта. Сравнить графики ускорения в этих двух вариантах.