

Задача №4а

(Решение системы линейных уравнений методом Якоби)

Постановка задачи.

Решить методом Якоби систему линейных уравнений вида:

$$\begin{cases} (2n - (n-1))x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = 2n, \\ x_1 + (2n - (n-2))x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = 2n-1, \\ \dots \\ x_1 + x_2 + \dots + (2n-1)x_{n-1} + x_n = 2n - (n-2), \\ x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + 2nx_n = 2n - (n-1). \end{cases}$$

Метод Якоби. На основе предыдущего приближения решения системы x^k , находится новое приближение к точному решению x^{k+1} для каждой компоненты ($a_{ii} \neq 0$):

$$x_i^{k+1} = \frac{b_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} x_j^k}{a_{ii}}, \quad i = 1, \dots, n; \quad k = 0, \dots$$

Здесь i – номер компоненты вектора приближенного решения x^k , k – номер итерации, a_{ij} – компоненты матрицы системы, b_i – компоненты вектора-столбца свободных членов.

Итерационный процесс заканчивается, когда

$$\max_i |x_i^{k+1} - x_i^k| < \varepsilon, \quad \text{где } \varepsilon = 10^{-6}.$$

Задание:

1) Написать параллельную программу с использованием технологии OpenMP. Вывести на экран в столбик решение для матрицы системы размером $n = 10 \times 10$.

2) Построить график зависимость ускорения S от количества потоков p , где $p = 1, 2, 3, \dots, 8-12$ для матрицы системы размером $n = 1000 \times 1000$.

3) Построить графики эффективности E использования вычислительных ядер (эффективность – это отношение S / p).