

Разбор билетов. Алгебра

(SE) Основная теорема арифметики. Малая теорема Ферма, функция Эйлера. Мультипликативность функции Эйлера. Теорема Эйлера.

(YA, SE) Понятие линейного пространства (ЛП). Линейная зависимость и независимость. Базис и размерность ЛП, их связь. Координаты элемента ЛП в базисе. Замена базиса, матрица перехода, преобразование координат при замене базиса.

(SE) Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы алгебраических уравнений.

(YA, SE) Понятие линейного пространства (ЛП). Линейная зависимость и независимость. Базис и размерность ЛП, их связь. Координаты элемента ЛП в базисе. Замена базиса, матрица перехода, преобразование координат при замене базиса.

(YA) Матрицы. Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц. Линейные и нелинейные операции над матрицами: сложение, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц. Их свойства.

(YA) Евклидовы и унитарные пространства. Свойства скалярного произведения, неравенство Коши-Буняковского. Нормы, ортонормированный базис. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.

(YA) Понятие линейного оператора, матрицы линейного оператора, нормы. Преобразование матрицы при замене базиса, характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения, геометрический смысл.

(YA) Квадратичные формы, их знакоопределенность и канонический вид. Унитарные и нормальные операторы.

Вопросы из программы НОД-ВШЭ.

Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного простран-

ства. Скалярное произведение.

Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.

Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц.

Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.

Линейные преобразования векторных пространств и их матрицы. Изменение матриц линейного пространства и квадратичной формы при смене базиса.

Собственные числа и собственные векторы матрицы. Собственные и инвариантные подпространства.

Характеристический многочлен. Аннулирующий и минимальный многочлены. Теорема Гамильтона-Кэли.

Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Индексы инерции квадратичных форм.