

## Вопросы. Математический анализ.

1. (НОД-МСК) Числовые множества. Грани множеств. Множества в конечномерном действительном пространстве. Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.
2. (НОД-МСК) Числовые последовательности и пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы.
3. (SE) Теорема Больцано-Вейерштрасса и критерий Коши для числовой последовательности.
4. (SE) Два определения предела функции одной и нескольких переменных: с помощью окрестностей и через пределы последовательностей.
5. (SE) Производные и дифференциалы функции одной и нескольких переменных.
6. (YA) Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции. Частные производные. Полный дифференциал. Дифференцирование сложной функции.
7. (YA) Градиент функции. Производная по направлению. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных. Условный экстремум.
8. (SE) Достаточные условия дифференцируемости функции в точке. Теорема Лагранжа о среднем (формула конечных приращений).
9. (SE) Исследование функции одной переменной с помощью производных: возрастание или убывание, экстремумы, выпуклость или вогнутость, точки перегиба. Асимптоты.
10. (SE) Определённый интеграл и его свойства. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона–Лейбница.

11. (НОД-МСК) Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных. Задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Условия дополняющей нежесткости.
12. (НОД-МСК) Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа и ее стационарные точки. Метод множителей Лагранжа.
13. (НОД-МСК) Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их исчисление.
14. (НОД-МСК) Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

### Задачи прошлых лет.

1. (ВШЭ. МЛ. 2022) Вычислите объем фигуры вращения, образованной выделенной областью при вращении относительно вертикальной оси. Необходимо привести не только ответ, но и сами расчеты.

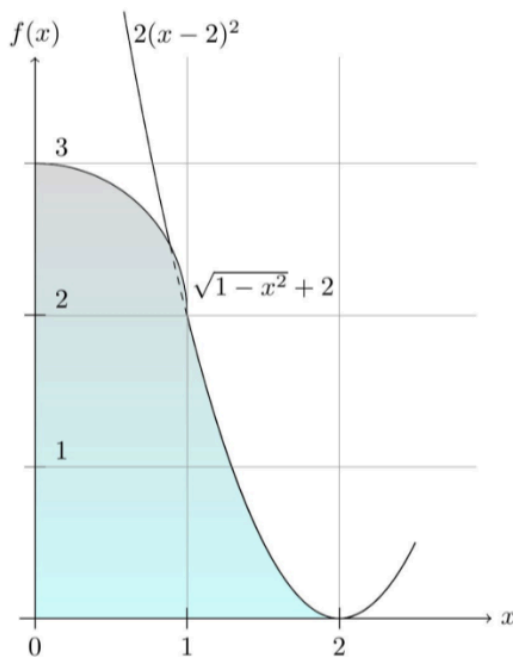


Рис. 1: Рисунок к задаче 1

2. (ВШЭ, СКН) Известно, что

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin(x)} = 2.$$

Чему равен предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x)}{f(x)} ?$$

3. (ВШЭ. НОД-МСК. 2022) Вычислите определенный интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin(x) + 1}{\cos(x) + 2} dx.$$

4. (ВШЭ. НОД-МСК. 2021) Вычислите определенный интеграл

$$\int_{-1}^1 \frac{x^3 + 1}{\sqrt{1 - x^2} + 1} dx.$$

5. Исследуйте функцию  $f(x)$  и постройте ее график

$$f(x) = \sqrt{x(3 - x^2)}.$$

В задании необходимо:

- (a) Определить область существования функции и исследовать ее поведение в граничных точках последней.
  - (b) Выяснить симметрию графика и периодичность.
  - (c) Найти точки разрыва функции и промежутки непрерывности.
  - (d) Определить нули функции и области постоянства знака.
  - (e) Найти точки экстремума и выяснить промежутки возрастания и убывания функции.
  - (f) Определить точки перегиба и установить промежутки вогнутости определенного знака графика функции.
  - (g) Найти асимптоты в случае их существования.
  - (h) Указать те или иные особенности графика. В случае невозможности установить какую-либо из величин аналитически, указать для нее разумные верхние и нижние границы.
6. (ВШЭ. НОД-МСК. 2019) Вычислить двойной интеграл  $\int \int_D (x + y) dx dy$ , если область  $D$  ограничена кривой  $x^2 + y^2 = x + y$ .