Lehrstuhl II für Mathematik
Prof. Dr. Arie M.C.A. Koster
Dipl.-Comp. Math. Stephan Lemkens

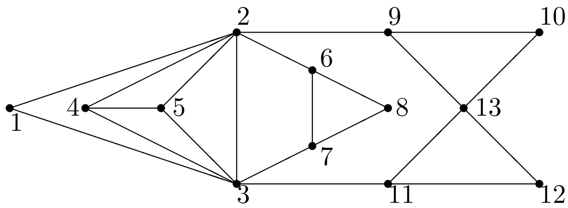
WS 2011/2012

5.Übungsblatt zur Vorlesung
OPTIMIERUNG B

Abgabe spätestens in der Übung am 25.11.11

Aufgabe 1: **1 Punkte**

Bestimme mit Hilfe von Edmonds Matching Algorithmus ein Maximum Matching des abgebildeten Graphen.



Aufgabe 2: **1 Punkte**

Sei $G = (V, E)$ ein Graph ohne isolierte Knoten. Dann gilt

$$\rho(G) = \max_{U \subset V} \frac{|U| + o(G[U])}{2}$$

Aufgabe 3: **2 Punkte**

Es sei $G = (V, E)$ ein 3-regulärer Graph ohne Brücken. Zeige, dass G ein perfektes Matching besitzt.

Aufgabe 4: **2 Punkte**

Es sei $G = (U \cup W, E)$ ein bipartiter Graph mit Farbklassen U und W. Zeige mit Hilfe des Satzes von Hall, dass $\nu(G) = |U| - \delta$ gilt, wobei $\delta = \max_{X \subset U} \{|X| - |N(X)|\}$.

Aufgabe 5: **2 Punkte**

Es sei $G := (V = U \cup W, E)$ ein bipartiter Graph mit den beiden Farbklassen U und W. Desweiteren seien M_1 und M_2 Matchings in G.
Zeige, es existiert ein Matching $M \subset M_1 \cup M_2$, das alle Ecken aus U, die von M_1 überdeckt werden und alle Ecken aus W, die von M_2 überdeckt werden, überdeckt.

Aufgabe 6: **1+1 Punkte**

Betrachte nochmals Aufgabe 1 c) von Blatt 4.

a) Sei G ein $2n + 1$-regulärer Graph. Welche Eigenschaften muss ein solcher Graph erfüllen, damit er kein perfektes Matching besitzt? Verwende hierzu die Formel von Tutte-Berge.

b) Gib für $k = 3, 5$ einen k-regulären Graph an, der kein perfektes Matching besitzt.

Viel Erfolg!