Aufgabe 1

(a)

$\max 2x + y$ s.t. $x + y \leq 4$, $x \leq 3$, $x, y \geq 0$.

Duales LP:
$\min 4x + 3y$ s.t. $x + y \geq 2$, $x \geq 1$, $x, y \geq 0$.

(b)

$\max 2x + y - 2z$ s.t. $x + y - z \leq 4$, $x - z \leq 3$, $x, y, z \geq 0$.

Duales LP:
$\min 4x + 3y$ s.t. $-x - y \geq 2$, $x \geq 1$, $x + y \geq -1$, $x, y \geq 0$.

(c)

$\max 2x + y$ s.t. $x + y \leq 4$, $-x - y \leq 4$, $x \leq 3$, $x, y \geq 0$.

Duales LP:
$\min 4x + 4y + 3z$, s.t. $x - y + z \geq 2$, $x - y \geq 1$, $x, y, z \geq 0$.

Aufgabe 2

Aufgabe 3

(a)

$(s < 0 \Rightarrow r < 0) \wedge (t > 0 \Rightarrow r > 0)$

(b)

$(s < 0 \Rightarrow r < 0) \wedge (t < 0 \wedge r \leq 0)$

(c)

$(s > 0 \wedge r \geq 0) \wedge (t > 0 \Rightarrow r > 0)$

(d)

$(s > 0 \wedge r \geq 0) \wedge (t < 0 \wedge r \leq 0)$

Aufgabe 4

A ist nicht vollständig unimodular, denn $\det \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = 2 \notin \{-1, 0, 1\}$.

Es gilt $x = (b_3, b_2 + b_3, b_1 - b_2 - 2b_3)$, somit ist $x \in \mathbb{Z}^3$ falls $b \in \mathbb{Z}^3$.

Aufgabe 5

(a)

(b)

Sei folgende balancierte $\{0,1\}$-Matrix gegeben.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Diese Matrix ist vollständig unimodular, denn ihre Determinante ist 2.