Lehrstuhl II für Mathematik
Prof. Dr. Arie M.C.A. Koster
Dipl.-Comp. Math. Stephan Lemkens

WS 2011/2012

6.Übungsblatt zur Vorlesung
OPTIMIERUNG B

Abgabe spätestens in der Übung am 02.12.11

Aufgabe 1: **2 Punkte**

Sei $G = (V, E)$ ein Graph und sei T eine Teilmenge von V. Zeige, dass G genau dann ein Matching besitzt welches T abdeckt, wenn T maximal $|W|$ ungerade Komponeten von $G - W$ enthält, für alle $W \subseteq V$.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

Seien n Männer $H = \{h_1, \dots, h_n\}$ und n Frauen $D = \{d_1, \dots, d_n\}$ gegeben. Wir nehmen an, dass jede Person (Mann und Frau) eine absteigend sortierte Präferenzlist hat, in der alle Personen des anderen Geschlechts aufgelistet sind.
Sei M ein Matching im vollständigen bipartiten Graphen $G = (H \cup D, H \times D)$. Das Matching M heißt *instabil*, wenn es zwei Zuordnungen $(h, d) \in M$ und $(h', d') \in M$ gibt, so dass h Partner d' mehr mag als d und auch d' h dem augenblicklichen Partner h' bevorzugt. Man nennt das Paar (h, d') *unzufrieden* in M. Ein Matching heißt *stabil*, wenn es in ihm keine unzufriedenen Paare gibt.
Beweise, dass immer ein stabiles Matching existiert.

Aufgabe 3: **2 Punkte**

Die folgende Matrix stellt eine Instanz des Asymetrischen Traveling Salesman Problem dar:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 7 & 11 & 2 \\ 4 & 0 & 12 & 9 & 8 \\ 11 & 5 & 0 & 7 & 4 \\ 6 & 15 & 13 & 0 & 9 \\ 7 & 4 & 18 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Hierbei bezeichnet ein Eintrag c_{ij} die Kosten um von Knoten i zu Knoten j zu gelangen.
Bestimme eine minimale Tour mittels dynamischer Programmierung.

Aufgabe 4: **2 Punkte**

Betrachte das Euklidische TSP. Zeige, dass sich in einer optimalen Lösung des Problems keine zwei Kanten überschneiden.

Viel Erfolg!