Lehrstuhl II für Mathematik
Prof. Dr. Arie M.C.A. Koster
Dipl.-Comp. Math. Stephan Lemkens

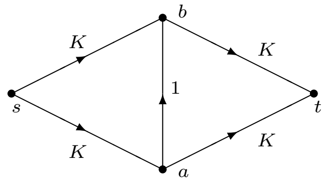
WS 2011/2012

7.Übungsblatt zur Vorlesung
OPTIMIERUNG B

Abgabe spätestens in der Übung am 09.12.11

Aufgabe 1: **1 Punkte**

Es sei $K \in \mathbb{N}$. Im abgebildeten Netzwerk (D, s, t) ist der maximale Wert eines Flusses offenbar $2K$. Zeige, dass der Ford-Fulkerson-Algorithmus bei einer ungünstigen Wahl der vergrößernden $s - t$-Wege auch $2K$ Schritte benötigt, um den Fluss x^* mit $val(x^*) = 2K$ zu finden.



Aufgabe 2: **1+1 Punkte**

Es sei (D, s, t) ein Netzwerk mit Kapazitätsfunktion c und Kantenmenge A. Zeige:

a) $C = \delta^+(U) \subseteq A$ ist genau dann ein minimaler Schnitt, wenn für einen maximalen Fluss x und jeden Bogen $a \neq (t, s)$ gilt, dass

$$x_a = \begin{cases} c_a & a = (u, v), u \in U, v \notin U \\ 0 & a = (v, u), u \in U, v \notin U \end{cases}$$

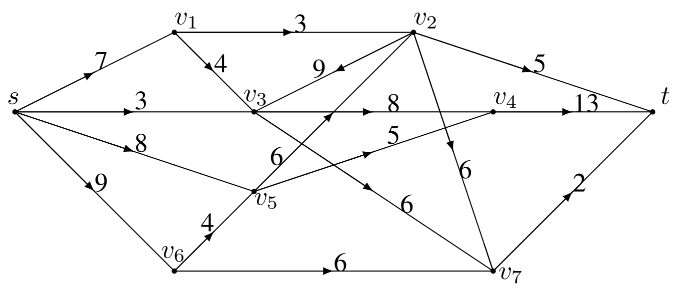
b) falls C und C' minimale Schnitte sind, dann auch $C \cup C'$ und $C \cap C'$, d.h. die Menge der minimalen Schnitte ist ein distributiver Verband

Aufgabe 3: **2 Punkte**

Beweise den Satz aus der Vorlesung:
Sei $D = (V, A)$ ein Digraph, $s, t \in V$. Dann ist die maximale Zahl von bogendisjunkten $s - t-$Pfaden gleich der Minimalgröße eines $s - t-$ Schnittes.

Aufgabe 4: **2 Punkte**

Gib Sie einen maximalen Fluss und einen minimalen Schnitt im abgebildeten Netzwerk (D, s, t) an.



Aufgabe 5: **3 Punkte**

Verwende das Max-Flow Min-Cut Theorem um den Satz von König zu beweisen:

Für alle bipartiten Graphen G gilt, $\nu(G) = \tau(G)$.

Viel Erfolg!