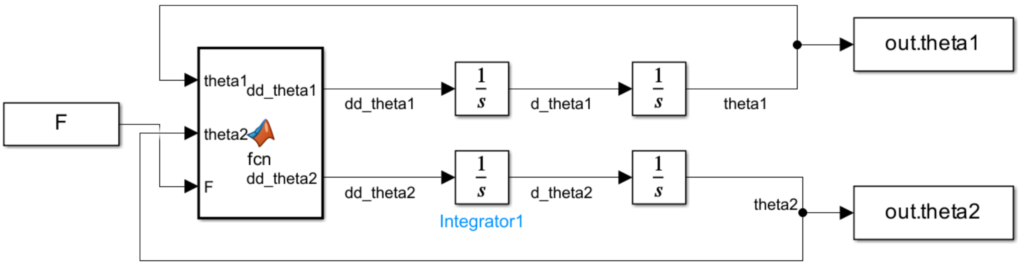
Mișu Ioana-Teodora

334AB

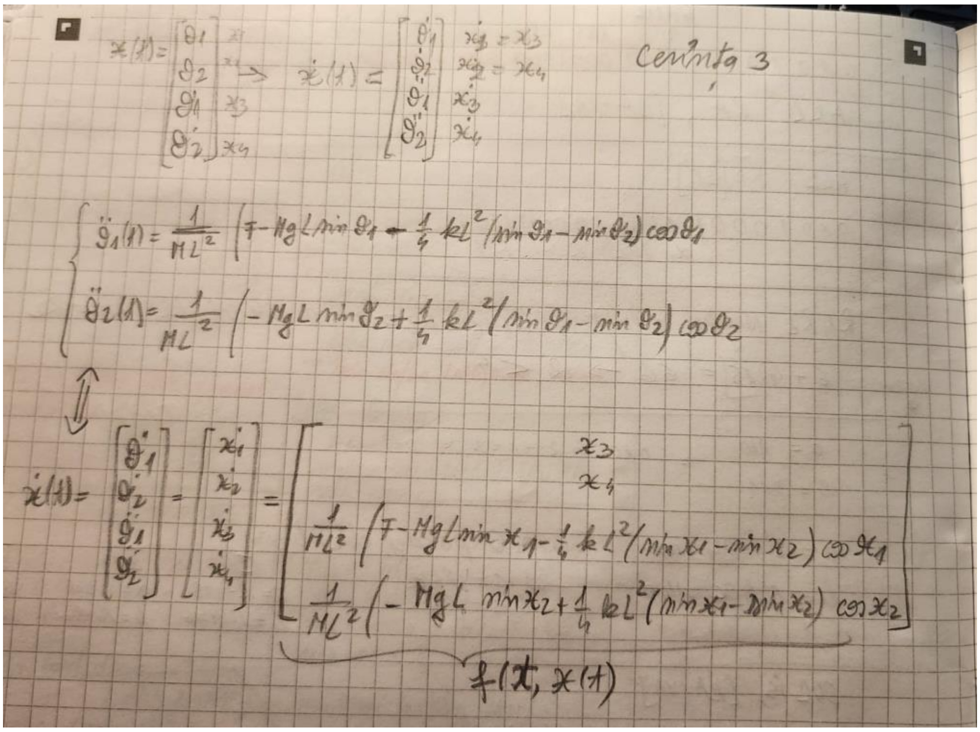
Tema 1 MS

1. Alegerea valorilor inițiale: theta1_init=0.1; theta2_init=0.2;
2. Schema modelului:




```
function [dd_theta1,dd_theta2]= fcn(theta1, theta2,F)


M=1;
L=1;
g=9.81;
k=100;

dd_theta1=(F-M*g*L*sin(theta1)-1/4*k*(L^2)*(sin(theta1)-
sin(theta2))*cos(theta1))/(M*L^2);

dd_theta2=(-M*g*L*sin(theta2)+1/4*k*(L^2)*(sin(theta1)-
sin(theta2))*cos(theta2))/(M*L^2);
```

3. Sistem de ecuații diferențiale de ordinul I



Cerința 3

$$x(t)=\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \dot\theta_1\\ \dot\theta_2\end{bmatrix}\begin{matrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{matrix} \rightarrow \dot x(t)=\begin{bmatrix}\dot\theta_1\\ \dot\theta_2\\ \ddot\theta_1\\ \ddot\theta_2\end{bmatrix}\begin{matrix}\dot x_1 = x_3\\ \dot x_2 = x_4\\ \dot x_3\\ \dot x_4\end{matrix}$$

$$\begin{cases}\ddot\theta_1(t)=\frac{1}{ML^2}\left(F-MgL\sin\theta_1-\frac{1}{4}kL^2(\sin\theta_1-\sin\theta_2)\cos\theta_1\right)\\ \ddot\theta_2(t)=\frac{1}{ML^2}\left(-MgL\sin\theta_2+\frac{1}{4}kL^2(\sin\theta_1-\sin\theta_2)\cos\theta_2\right)\end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

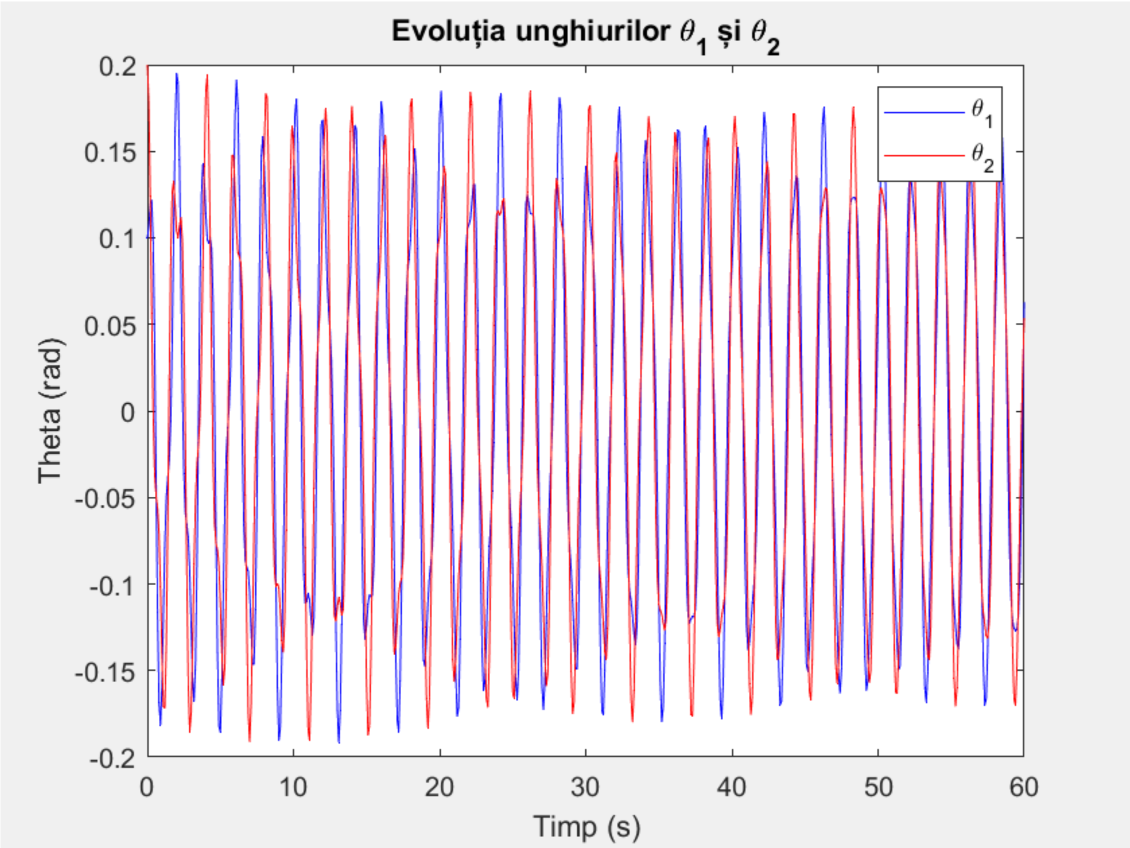
$$\dot x(t)=\begin{bmatrix}\dot\theta_1\\ \dot\theta_2\\ \ddot\theta_1\\ \ddot\theta_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot x_1\\ \dot x_2\\ \dot x_3\\ \dot x_4\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}x_3\\ x_4\\ \frac{1}{ML^2}\left(F-MgL\sin x_1-\frac{1}{4}kL^2(\sin x_1-\sin x_2)\cos x_1\right)\\ \frac{1}{ML^2}\left(-MgL\sin x_2+\frac{1}{4}kL^2(\sin x_1-\sin x_2)\cos x_2\right)\end{bmatrix}}_{f(t,\,x(t))}$$

Mișu Ioana-Teodora

334AB

```
f = @(t, x) [
    x(3); % d_x1 = d_theta1 = x3
    x(4); % d_x2 = d_theta2 = x4
    (1/(M*L^2))*(F-M*g*L*sin(x(1))-(1/4)*k*L^2*(sin(x(1))-sin(x(2)))*cos(x(1))); %
d_x3 = dd_theta1
    (1/(M*L^2))*(-M*g*L*sin(x(2))+(1/4)*k*L^2*(sin(x(1))-sin(x(2)))*cos(x(2))) %
d_x4 = dd_theta2
];
```

4. Runge-Kutta



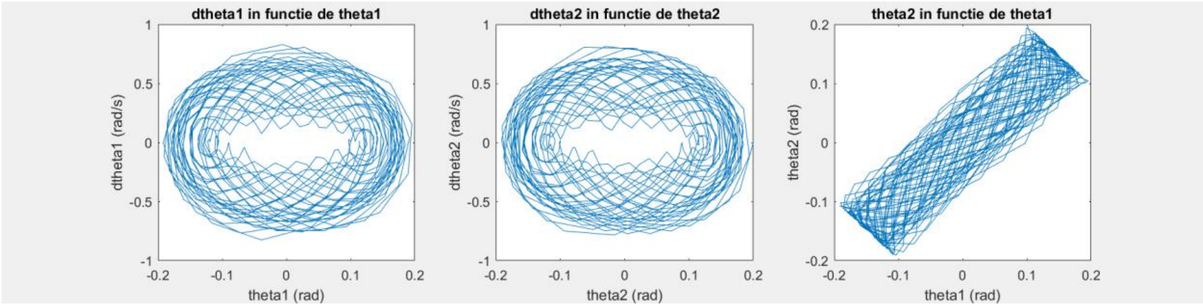

```
h = 0.1; % Pasul de integrare
t = 0:h:60; % Vectorul de timp
x0 = [theta1_init; theta2_init; 0; 0]; % Condiții inițiale

% Inițializare soluție
x = zeros(4, length(t));
x(:, 1) = x0;

for i = 1:(length(t)-1)
    k1 = f(t(i), x(:, i));
    k2 = f(t(i) + h/2, x(:, i) + (h/2) * k1);
    k3 = f(t(i) + h/2, x(:, i) + (h/2) * k2);
    k4 = f(t(i) + h, x(:, i) + h * k3);
    x(:, i+1) = x(:, i) + (h/6) * (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4);
end
plot(t, x(1, :), 'b', t, x(2, :), 'r');
```

Mișu Ioana-Teodora

334AB

5.

```
plot(x(1,:),x(3,:))
plot(x(2,:),x(4,:))
plot(x(1,:),x(2,:))
```

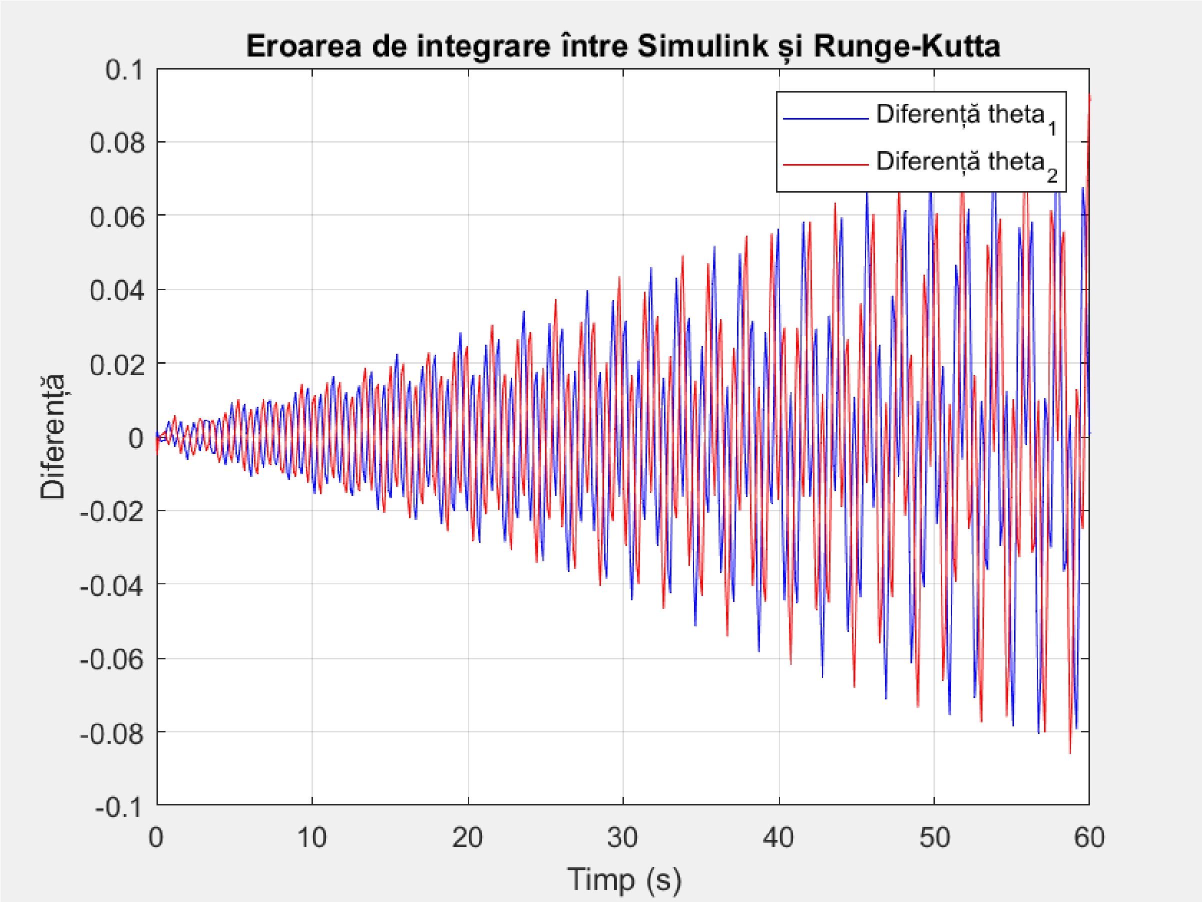


6.

```
y_RK=x(1:2,:);

Tmax=60;
u=zeros(size(t));
F=timeseries(u,t);

load_system("model_simulink")
set_param("model_simulink","StopTime",num2str(Tmax))
out=sim("model_simulink");
y_Slx=[out.theta1.Data'; out.theta2.Data'];

t_Slx=out.tout;
y_RK_interp = interp1(t, y_RK', t_Slx);

y_RK_interp=y_RK_interp';

diferenta=(y_RK_interp - y_Slx)';
eroare = norm(y_RK_interp - y_Slx);
plot(t_Slx, diferenta(:, 1), 'b', t_Slx, diferenta(:, 2), 'r');
```

Mișu Ioana-Teodora

334AB



La început, eroarea este mică și aproape de zero pentru ambele variabile.

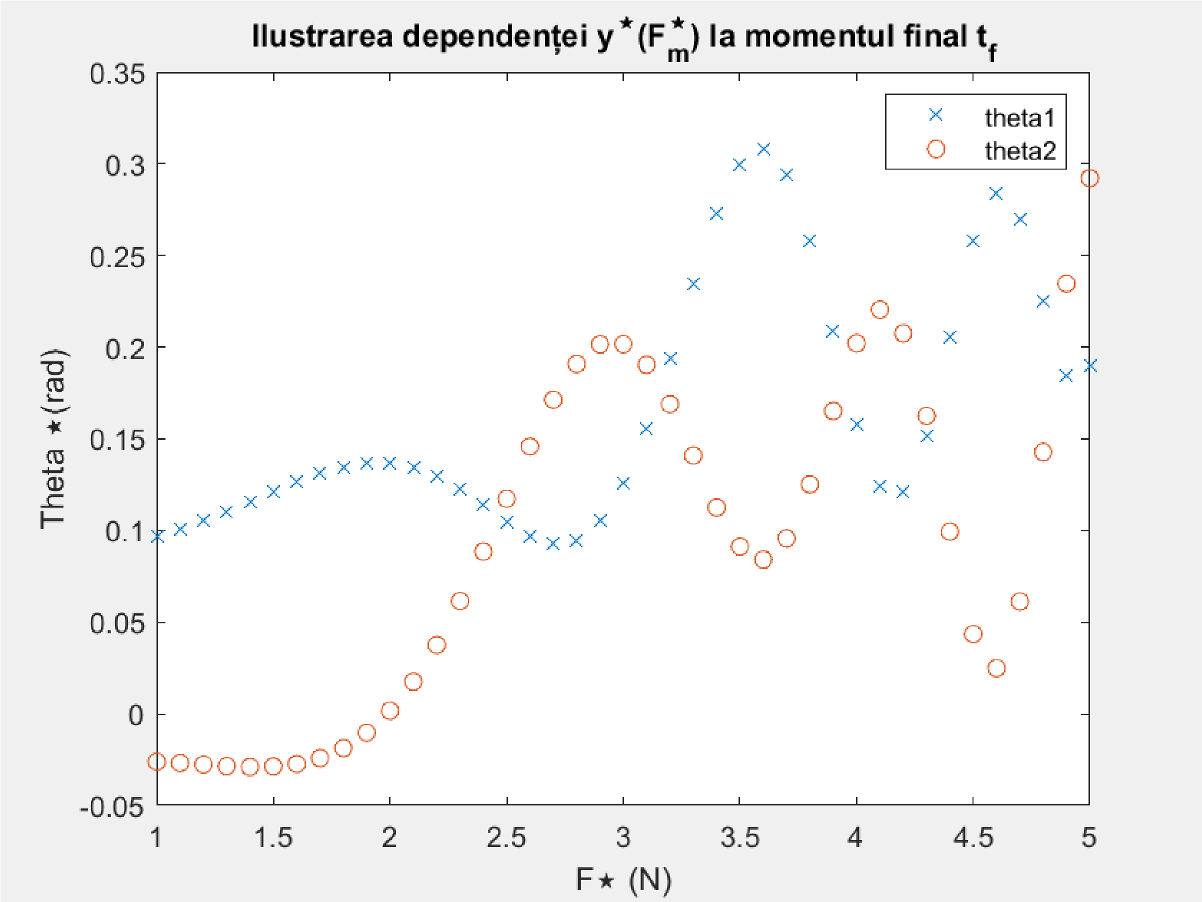
Pe măsură ce timpul avansează, eroarea începe să oscileze și să crească în amplitudine.

7.

```
i=1;
for k=1:0.1:5
    u=k.*double(t>=0);
    F=timeseries(u,t);
    out=sim("model_simulink");
    ystar(i,1)=out.theta1.Data(end);
    ystar(i,2)=out.theta2.Data(end);
    Fstar(i)=k;
    i=i+1;
end
plot(Fstar,ystar(:,1),'x',Fstar,ystar(:,2),'o');
```

Mișu Ioana-Teodora

334AB



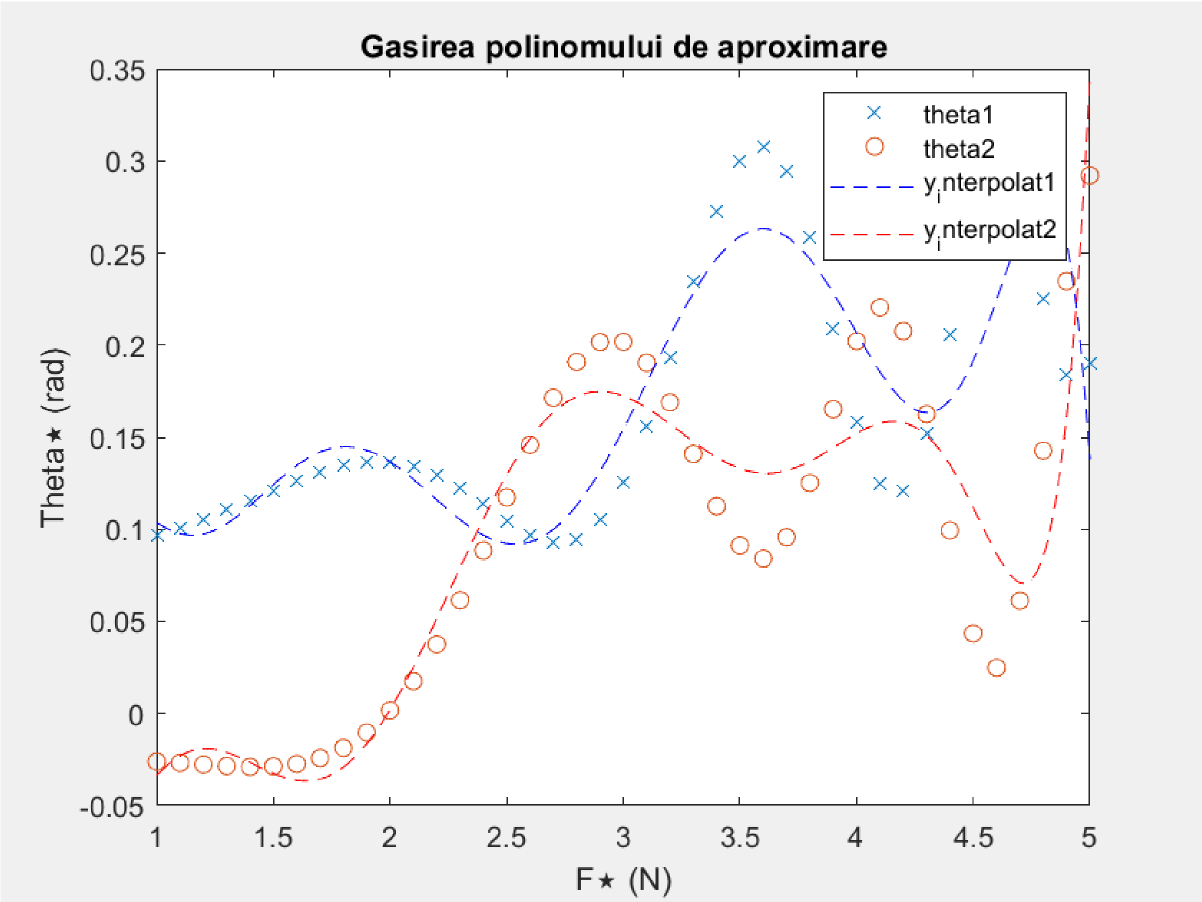
Graficele au un comportament ondulatoriu.

8.

```
p1=polyfit(Fstar,ystar(:,1),8)
p2=polyfit(Fstar,ystar(:,2),8)

Fstar_grid=Fstar(1):0.01:Fstar(end);
y_interpolat1=polyval(p1,Fstar_grid);
y_interpolat2=polyval(p2,Fstar_grid);

plot(Fstar,ystar(:,1),'x',Fstar,ystar(:,2),'o');
hold on;
plot(Fstar_grid,y_interpolat1,'b--');
plot(Fstar_grid,y_interpolat2,'r--');
```

Mișu Ioana-Teodora

334AB



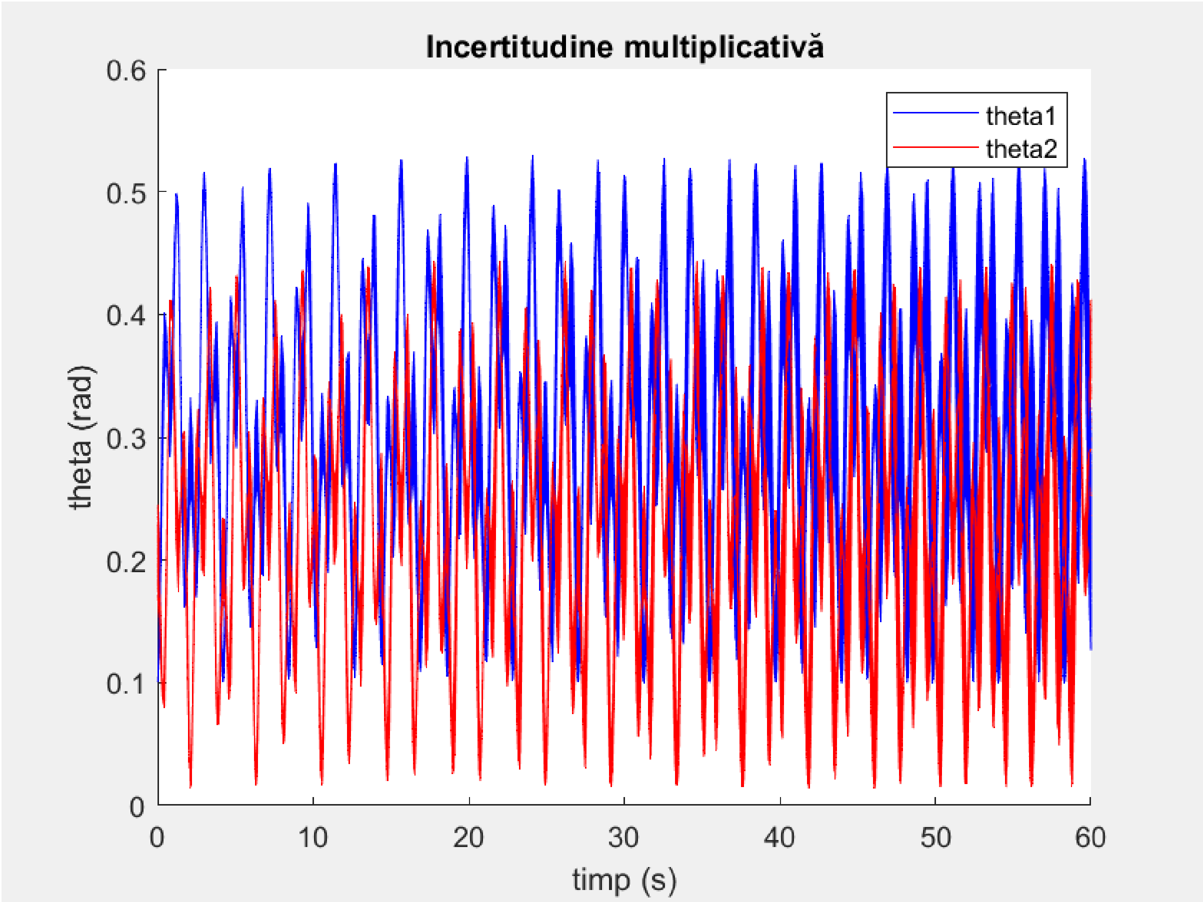
Atunci când mărim ordinul polinomului, se face aproximarea mai bună. Graficele pentru theta1 și theta 2 au nevoie de un grad mare (8).

9.

```
alpha=randn(1,100)/10;

figure;
hold on;
for i=1:length(alpha)
    x0 = [theta1_init; (1+alpha(i))*theta2_init; 0; 0];
    out=sim("model_simulink");
    plot(out.tout,out.theta1.Data,'b',out.tout,out.theta2.Data,'r')
end
```

Mișu Ioana-Teodora

334AB



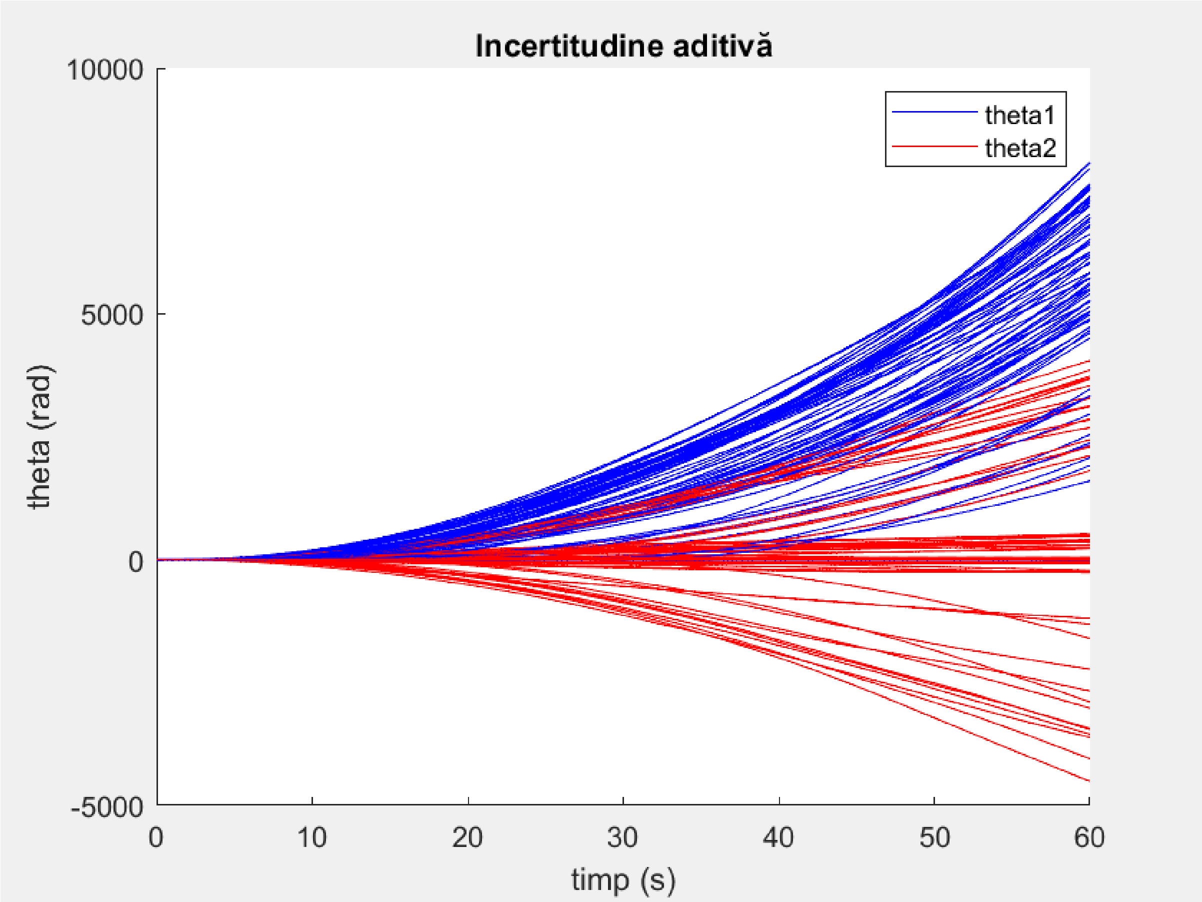
Se observă că fiecare valoare are o incertitudine proporțională cu valoarea sa. Bările de eroare vor fi mai largi pentru valorile mari și mai înguste pentru valorile mici.

10.

```
alpha=randn(1,100)*5;

figure;
hold on;
for i=1:length(alpha)
    x0 = [alpha(i)+theta1_init; theta2_init; 0; 0];
    out=sim("model_simulink");
    plot(out.tout,out.theta1.Data,'b',out.tout,out.theta2.Data,'r')
end
```

Mișu Ioana-Teodora

334AB



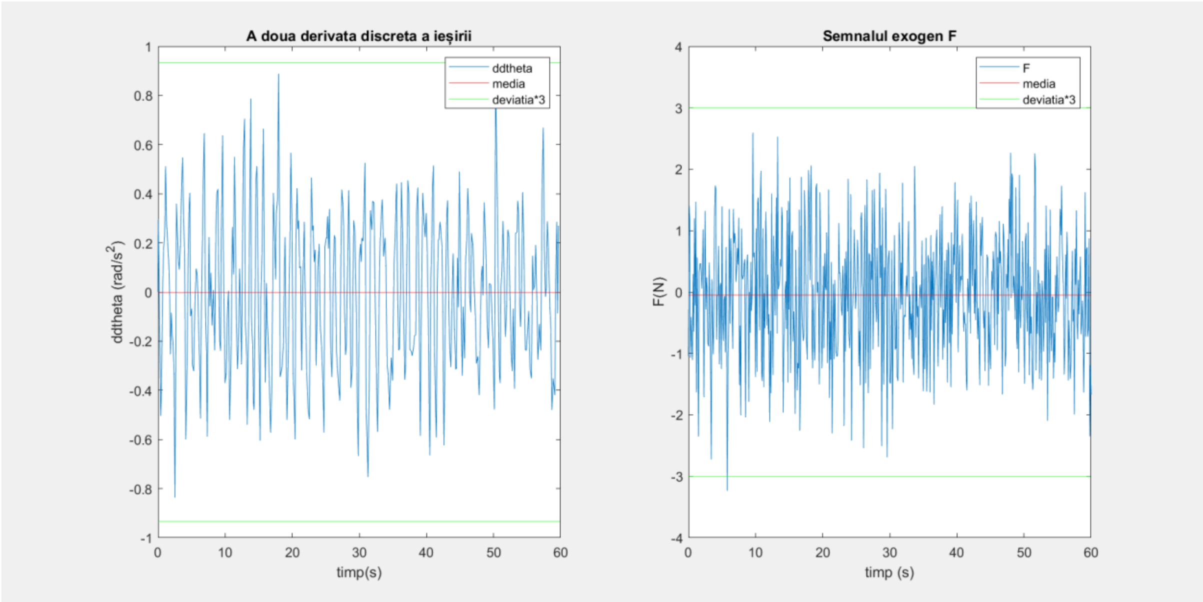
Cu cât crește timpul, cu atât se mărește și eroarea.

11.

```
u=randn(1,length(t));
F=timeseries(u,t);
out=sim("model_simulink");
dd=diff(diff(out.theta1.Data));
plot(out.tout(1:end-2),dd)
hold on;
yline(mean(dd),"r")
yline(3*std(dd),"g")
yline(-3*std(dd),"g")
hold off
plot(t,u)
hold on;
yline(mean(u),"r")
yline(3*std(u),"g")
yline(-3*std(u),"g")
```

Mișu Ioana-Teodora

334AB



Se verifică că 99.7% din valori se află între cele două deviații standard. Valoarea mediei este 0 la amândouă.