



ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ II : ΕΥΦΥΗ ΡΟΜΠΟΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΚΥΤΤΑΡΑ

ΕΞΑΜΗΝΙΑΙΑ ΕΡΓΑΣΙΑ- ΜΕΡΟΣ 2ο

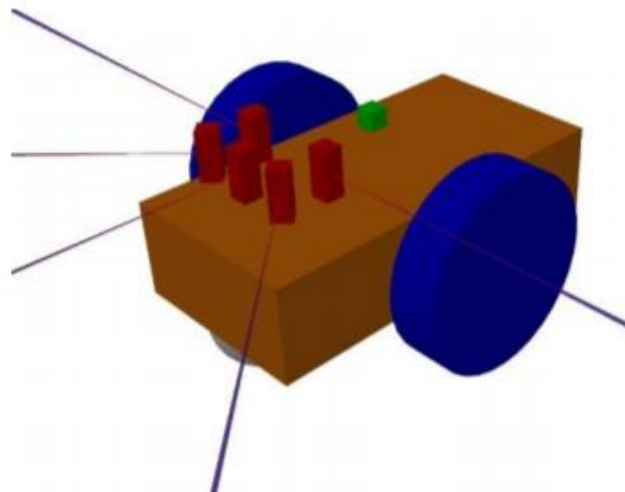
ΘΕΜΑ: ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΥ
ΡΟΜΠΟΤ ΣΕ ΓΝΩΣΤΟ ΧΑΡΤΗ (MOBILE ROBOT LOCALIZATION).

ΑΛΑΜΑΝΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ (03115047)

ΔΙΑΜΑΝΤΗ ΙΩΑΝΝΑ (03115035)

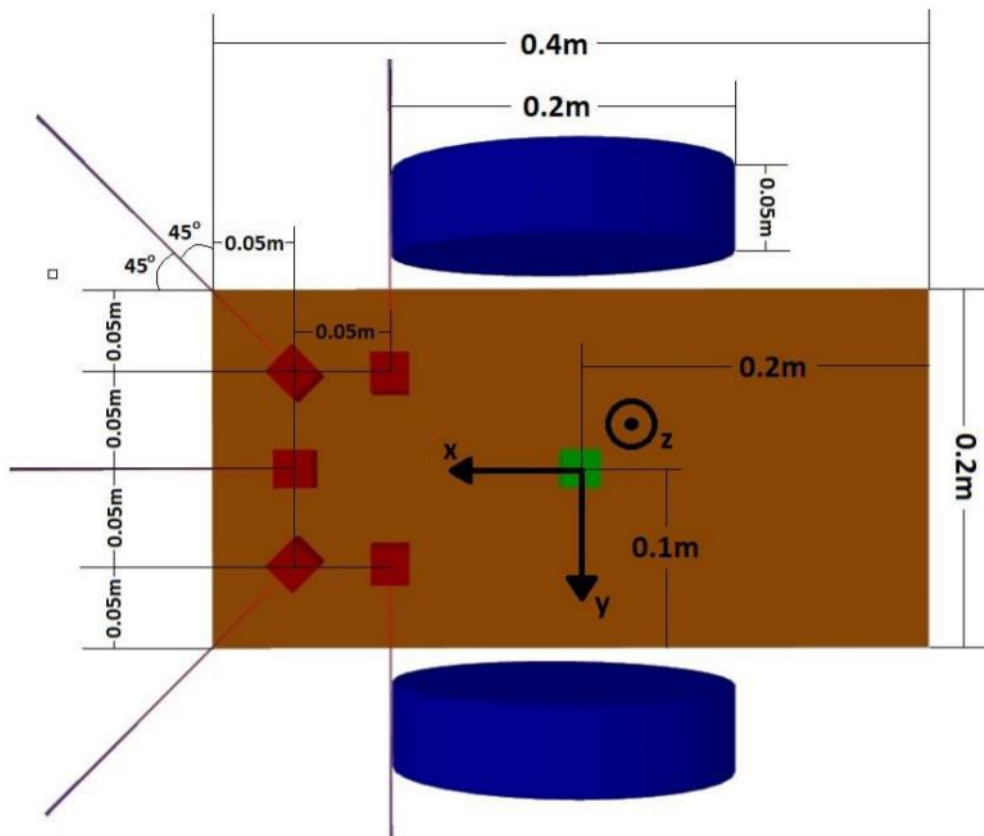
Εισαγωγή

Σκοπός της εργασίας είναι η υλοποίηση ενός αλγορίθμου για την εκτίμηση της θέσης και του προσανατολισμού (localization) του κινούμενου ρομπότ, το οποίο περιγράφεται παρακάτω, σε κάθε χρονικό βήμα της κίνησης, μέσα σε ένα χώρο γνωστών διαστάσεων, ο οποίος φαίνεται στην **Εικόνα 3**. Ο χώρος κίνησης έχει διάσταση $4\text{ m} \times 4\text{ m}$. Το ρομπότ θα εκτελεί τυχαία κίνηση περιπλάνησης (και αποφυγής εμποδίων – τοίχων) στον χώρο για χρονική διάρκεια τριών (3) λεπτών. Ο αλγόριθμος βασίζεται στην υλοποίηση ενός Επεκταμένου Φίλτρου Kalman (Extended Kalman Filter), κάνοντας χρήση του μοντέλου κίνησης διαφορικής οδήγησης (differential drive) με σύμμειξη αισθητηριακών πληροφοριών (sonar, IMU). Η ρομποτική διάταξη που θα χρησιμοποιηθεί κατά την υλοποίηση της εργασίας, καθώς και τα χαρακτηριστικά της φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:



Εικόνα 1 Ρομπότ Προσομοίωσης

Πλαίσια αναφοράς και διαστάσεις



Εικόνα 2 Διαστάσεις και πλαίσια αναφοράς της ρομποτικής διάταξης προσομοίωσης

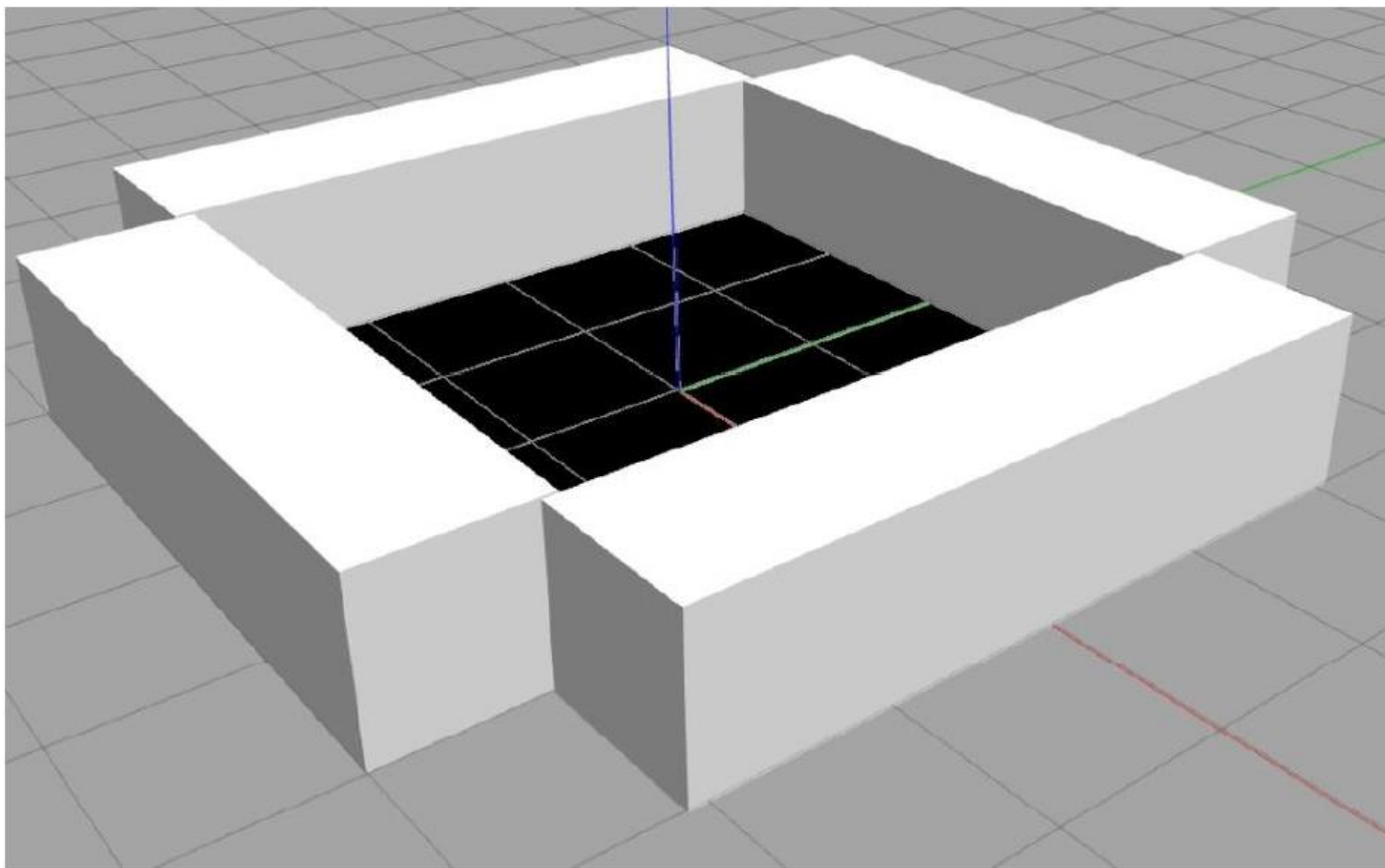
Πρόκειται για ένα ρομπότ διαφορικής οδήγησης (differential drive) με δύο τροχούς διαμέτρου 20cm. Η συγκεκριμένη ρομποτική διάταξη με διαστάσεις όπως φαίνονται στην εικόνα 2, σχεδιάστηκε σε περιβάλλον προσομοίωσης και εξοπλίστηκε με καταλλήλως για τους σκοπούς της εργασίας με τους ακόλουθους αισθητήρες:

- 5 αισθητήρες υπερήχων σόναρ, οι οποίοι μετρούν απόσταση από εμπόδια, με μέγιστη δυνατότητα μέτρησης τα 2m και **θόρυβο που ακολουθεί κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση 0.01m**
- Ένα IMU (Inertial Measurement Unit) 6 βαθμών ελευθερίας (dof), το οποίο μετράει γραμμικές επιταχύνσεις, γωνιακές ταχύτητες καθώς και περιστροφή γύρω από κάθε άξονα, με θόρυβο μέτρησης που ακολουθεί **κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση 0.002 m/s^2 , 0.02 rad/s , 0.02 rad** αντίστοιχα.

Η εκτέλεση των προγραμμάτων για τον έλεγχο του ρομπότ γίνεται σε περιβάλλον ROS (Robot Operating System), το οποίο υποστηρίζεται από λειτουργικά συστήματα τύπου Unix (εμείς το υλοποιήσαμε πάνω σε Linux Ubuntu 16.04). Το πλαίσιο εργασίας ROS είναι μια συλλογή από εργαλεία, βιβλιοθήκες και συμβάσεις εργασίας, η οποία έχει ως βασικό στόχο να απλοποιήσει την δημιουργία σύνθετου και αξιόπιστου ρομποτικού λογισμικού.

Η προγραμματιστική υλοποίηση για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας έγινε με την χρήση του περιβάλλοντος προσομοίωσης Gazebo. Το συγκεκριμένο περιβάλλον προσομοίωσης παρέχει ρεαλιστικές υλοποιήσεις ενός μεγάλου αριθμού ρομποτικών διατάξεων και μπορεί ως εκ τούτου να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη και δοκιμή των προγραμμάτων ελέγχου του ρομπότ και την ολοκλήρωση των στόχων της εργασίας που περιεγράφηκαν παραπάνω. Ο συγκεκριμένος τύπος προσομοιωτή έχει τη δυνατότητα συνεργασίας με το ROS.

Ο χώρος κίνησης του ρομπότ φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:

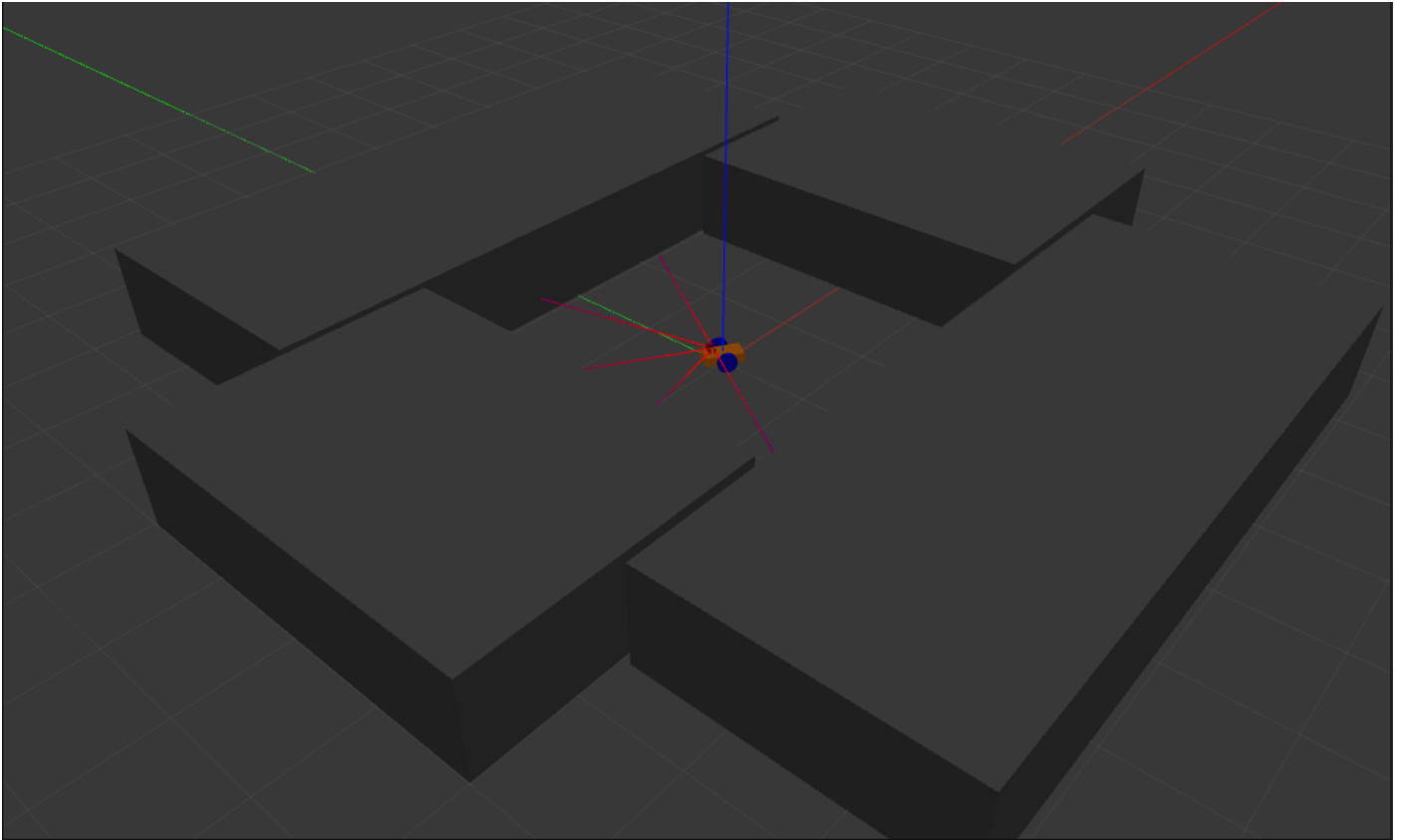


Εικόνα 3 Διάταξη χώρου κίνησης στο περιβάλλον Gazebo

Η αρχική διάταξη του ρομπότ θα αρχίζει από τη θέση (0,0) , η οποία θεωρείται ότι βρίσκεται στο κέντρο του χώρου κίνησης (στο μεσοδιάστημα της απόστασης μεταξύ των τοίχων που συνθέτουν τη διάταξη του χώρου κίνησης). Ο αρχικός προσανατολισμός του ρομπότ στον χώρο προκύπτει με βάση τα δύο τελευταία ψηφία των αριθμών μητρώου X1, X2 με περιστροφή ως προς τον Z άξονα ως εξής:

$$\text{angle} = \text{mod}(X1+X2,\pi) \text{ (rad)}$$

Επίσης για ζυγό άθροισμα των X1, X2 προκύπτει ότι το ρομπότ θα εκτελέσει περιστροφή με ωρολογιακή φορά, ενώ σε αντίθετη περίπτωση με αντι-ωρολογιακή. Έτσι για X1 = 7, X2 = 5 προκύπτει ωρολογιακής φοράς περιστροφή με αρχική γωνία προσανατολισμού ίση με $\theta = 2.5752 \text{ rad}$. Ο αρχικός προσανατολισμός του ρομπότ φαίνεται παρακάτω:



1^η Υλοποίηση

Μοντέλο Πρόβλεψης

Το διάνυσμα κατάστασης του ρομπότ είναι: $\mathbf{x}(t) = [x(t), y(t), \theta(t)]^T$.

Από την στιγμή που έχουμε επιτάχυνση είναι καλύτερη προσέγγιση να θεωρήσουμε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (και όχι ευθύγραμμη ομαλή), διότι στην ουσία είναι σαν να παίρνουμε τους δύο πρώτους όρους ενός αναπτύγματος Taylor.

$$\text{Έχουμε : } \mathbf{x}(t+dt) = \begin{bmatrix} x(t) + [v_x(t) + 0.5(a_x(t) + \delta a_x)dt] \cos\theta(t)dt \\ y(t) + [v_y(t) + 0.5(a_y(t) + \delta a_y)dt] \sin\theta(t)dt \\ \theta(t) + (\omega(t) + \delta\omega)dt \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} x(t) + v_x(t)\cos\theta(t)dt + 0.5a_x(t)\cos\theta(t)dt^2 \\ y(t) + v_y(t)\sin\theta(t)dt + 0.5a_y(t)\sin\theta(t)dt^2 \\ \theta(t) + \omega(t)dt \end{bmatrix} (= \Phi) + \begin{bmatrix} 0.5\delta a_x \delta \cos\theta(t)dt^2 \\ 0.5\delta a_y \delta \sin\theta(t)dt^2 \\ \delta\omega dt \end{bmatrix} (= \mathbf{w}).$$

Έτσι προκύπτει η εξής πρόβλεψη/ εκτίμηση κατάστασης:

$$\hat{x}(t + dt|t) = \begin{bmatrix} \hat{x}(t) + v_x(t)\cos\hat{\theta}(t)dt + 0.5a_x(t)\cos\hat{\theta}(t)dt^2 \\ \hat{y}(t) + v_y(t)\sin\hat{\theta}(t)dt + 0.5a_y(t)\sin\hat{\theta}(t)dt^2 \\ \hat{\theta}(t) + \omega(t)dt \end{bmatrix},$$

όπου $\hat{x}(t)$ η βέλτιστη εκτίμηση της θέσης του ρομπότ κατά τον x άξονα, $\hat{y}(t)$ η βέλτιστη εκτίμηση της θέσης του ρομπότ στον κατά τον y άξονα, $\hat{\theta}(t)$ η βέλτιστη εκτίμηση της στροφής του ρομπότ κατά τον z άξονα την χρονική στιγμή t. Η βέλτιστη εκτίμηση της γραμμικής ταχύτητας γίνεται μέσω της πρόβλεψης (γι' αυτό και είναι εκτός μοντέλου πρόβλεψης) από τον εξής τύπο : $v_x(t + dt) = v_x(t) + a_x(t)dt$, $v_y(t + dt) = v_y(t) + a_y(t)dt$. Η γραμμική ταχύτητα v_y (στην διεύθυνση του y άξονα) είναι πρακτικά μονίμως μηδενική, αλλά προστέθηκε επειδή μας παρέχεται η μέτρηση της αντίστοιχης γραμμικής επιτάχυνσης. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας $\omega(t)$, καθώς και οι τιμές των γραμμικών επιταχύνσεων $a_x(t)$, $a_y(t)$ προκύπτουν από τις μετρήσεις του IMU. Οι σταθερές σ_a , σ_ω αντιπροσωπεύουν την τυπική απόκλιση του θορύβου μέτρησης της γραμμικής επιτάχυνσης α και της γωνιακής ταχύτητας ω αντίστοιχα, με $\sigma_a = 0.002\text{m/s}^2$, $\sigma_\omega = 0.002\text{ rad/s}$. Έτσι προκύπτει η μήτρα διακύμανσης για το θόρυβο C_w ως εξής:

$$C_w = \begin{bmatrix} (0.5\sigma_a \cos(\theta(t)) dt^2)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (0.5\sigma_a \sin(\theta(t)) dt^2)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega^2 dt^2 \end{bmatrix}.$$

Εδώ αξίζει να σημειωθεί, πως αυτή θεωρητικά θα ήταν η μήτρα διακύμανσης για τον θόρυβο του συστήματος, αν η μέτρηση της γραμμικής επιτάχυνσης ήταν σχετικά ακριβής. Παρατηρήσαμε όμως, πως κάτι τέτοιο δεν ισχύει, ενώ αντιθέτως η μέτρηση αυτή είναι πολύ κακή. Έτσι αντί για τους όρους $(0.5\sigma_a \cos(\theta(t)) dt^2)^2$ και $(0.5\sigma_a \sin(\theta(t)) dt^2)^2$ της μήτρας, βάλαμε σε αυτήν μία πολύ μεγάλη τιμή (10000000), θεωρώντας την πρόβλεψη εντελώς αβέβαιη.

Έτσι η μήτρα διακύμανσης θορύβου που χρησιμοποιήθηκε στον αλγόριθμο είναι η εξής:

$$C_w = \begin{bmatrix} 10000000 & 0 & 0 \\ 0 & 10000000 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega^2 dt^2 \end{bmatrix}.$$

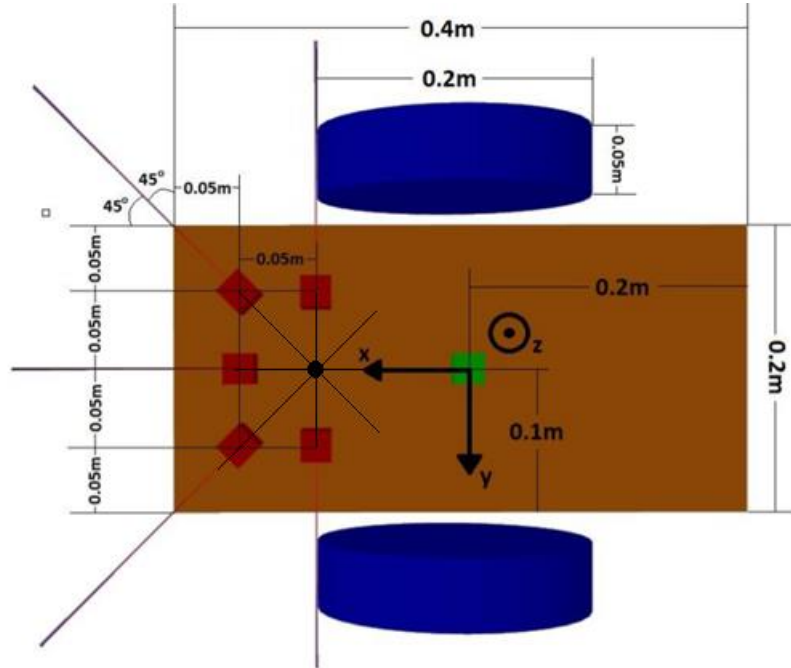
Γραμμικοποίηση μοντέλου πρόβλεψης:

$$A = \nabla\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(v_x(t) + 0.5a_x(t)dt)\sin\theta(t)dt \\ 0 & 1 & (v_y(t) + 0.5a_y(t)dt)\cos\theta(t)dt \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Τέλος, καθώς το IMU μετράει τις γωνίες στο διάστημα $(-\pi, \pi]$, μετασχηματίζουμε την πρόβλεψη γωνίας στο διάστημα αυτό.

Μοντέλο Μέτρησης

Αρχικά ανάγουμε όλες τις τιμές των sonar στο νοητό σημείο τομής τους (0.1m πάνω από το κέντρο μάζας του ρομπότ). Το σημείο αυτό φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



Βρίσκουμε εύκολα ότι αν το ρομπότ έχει στρίψει κατά γωνία $\hat{\theta}(t + dt|t)$ (πρόβλεψη γωνίας), η απόσταση του σημείου αυτού από το κέντρο μάζας του ρομπότ κατά x και y άξονα είναι αντίστοιχα:

$$dx = 0.1\cos(\hat{\theta}(t + dt|t)), dy = 0.1\sin(\hat{\theta}(t + dt|t)).$$

Επίσης οι γωνίες που σχηματίζουν τα sonar με τον x άξονα είναι τώρα:

$$\phi_\ell = \hat{\theta}(t + dt|t) + \frac{\pi}{2} \text{ (αριστερά),}$$

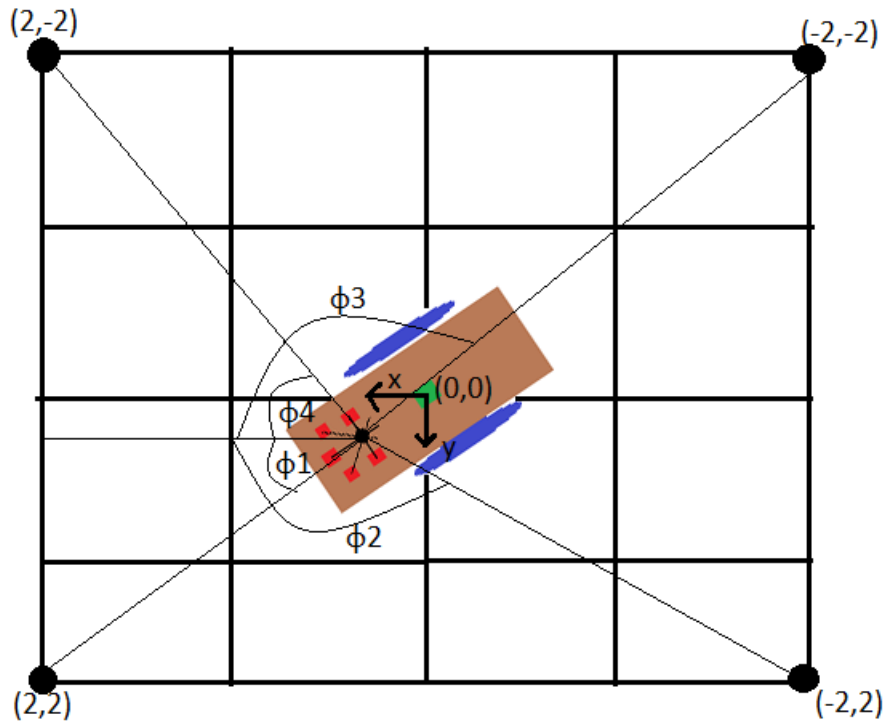
$$\phi_{\ell} = \hat{\theta}(t + dt|t) + \frac{\pi}{4} \text{ (διαγώνια αριστερά),}$$

$$\phi_{\text{fr}} = \hat{\theta}(t + dt|t) - \frac{\pi}{4} \text{ (διαγώνια δεξιά),}$$

$$\phi_r = \hat{\theta}(t + dt|t) - \frac{\pi}{2} \text{ (δεξιά).}$$

Οι γωνίες αυτές επίσης μετασχηματίζονται στο διάστημα $(-\pi, \pi]$.

Στη συνέχεια βρίσκουμε τις γωνίες του ρομπότ σε σχέση με τα 4 landmarks του χώρου. Οι γωνίες, καθώς και τα σημεία του χώρου έχουν οριστεί όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



Ισχύουν τα εξής:

$$\begin{aligned}\phi 1 &= \tan^{-1} \left(\frac{2-dy-\hat{y}(t+dt|t)}{2-dx-\hat{x}(t+dt|t)} \right) \\ \phi 2 &= \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{2+dx+\hat{x}(t+dt|t)}{2-dy-\hat{y}(t+dt|t)} \right) \\ \phi 3 &= -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{2+dx+\hat{x}(t+dt|t)}{2+dy+\hat{y}(t+dt|t)} \right) \\ \phi 4 &= -\tan^{-1} \left(\frac{2+dy+\hat{y}(t+dt|t)}{2-dx-\hat{x}(t+dt|t)} \right)\end{aligned}$$

, όπου $\hat{x}(t+dt|t)$, $\hat{y}(t+dt|t)$ είναι η πρόβλεψη της θέσης του ρομπότ ως προς τους άξονες x,y την χρονική στιγμή t+dt.

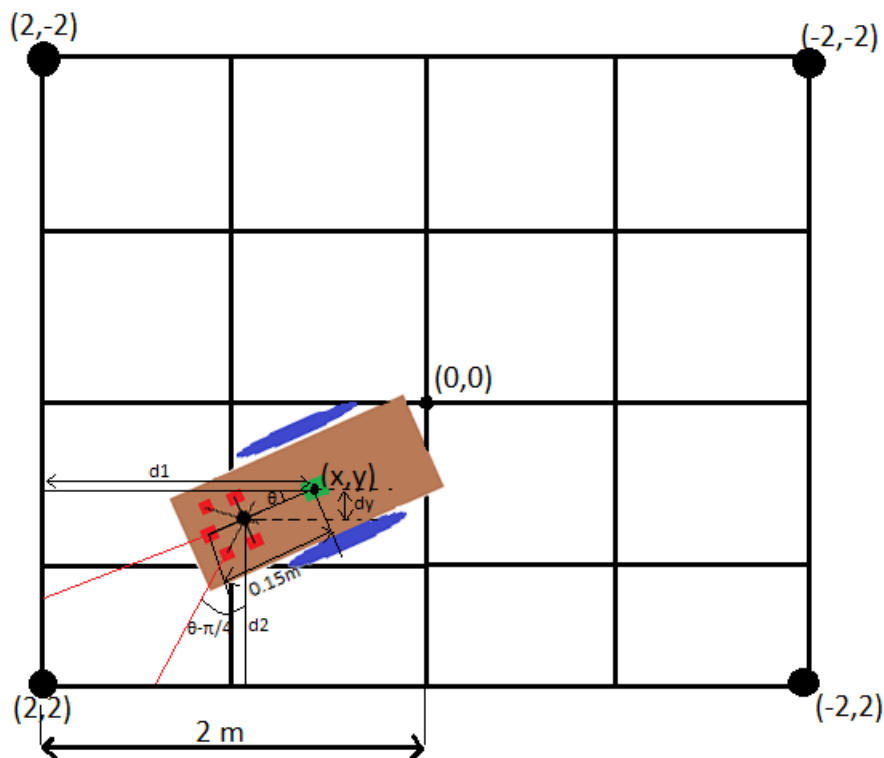
Μ βάση αυτές τις γωνίες μπορούμε να εκτιμήσουμε σε ποιον από τους 4 τοίχους είναι προσανατολισμένο κάθε sonar του ρομπότ. Για παράδειγμα για το μπροστινό sonar (του οποίου η γωνία είναι ίση με την πρόβλεψη $\hat{\theta}(t+dt|t)$) εργαζόμαστε ως εξής:

- Αν $\phi 4 \leq \hat{\theta}(t+dt|t) \leq \phi 1$: το ρομπότ βλέπει τον μπροστινό τοίχο (με βάση τον άξονα x)
- Αν $\phi 1 \leq \hat{\theta}(t+dt|t) \leq \phi 2$: το ρομπότ βλέπει τον αριστερά τοίχο (με βάση τον άξονα x)
- Αν $\phi 2 \leq \hat{\theta}(t+dt|t) \leq \phi 3$: το ρομπότ βλέπει τον πίσω τοίχο (με βάση τον άξονα x)
- Αν $\phi 3 \leq \hat{\theta}(t+dt|t) \leq \phi 4$: το ρομπότ βλέπει τον δεξιά τοίχο (με βάση τον άξονα x)

Με την ίδια λογική και χρησιμοποιώντας τις γωνίες που σχηματίζει κάθε sonar με τον x άξονα ($\hat{\theta}(t+dt|t) \pm \frac{\pi}{2}$ ή $\pm \frac{\pi}{4}$) βγάζουμε συμπεράσματα και για τους υπόλοιπους αισθητήρες.

Στη συνέχεια ελέγχουμε για κάθε sonar αν βλέπει τον τοίχο στον οποίο είναι προσανατολισμένο, αν δηλαδή ο τοίχος αυτός βρίσκεται σε απόσταση μικρότερη των 2m από τον αντίστοιχο αισθητήρα και φτιάχνουμε το μοντέλο μέτρησης. Στο μοντέλο μέτρησης θα έχουμε 3 μετρήσεις (μία για κάθε μεταβλητή κατάστασης $-x,y,z$). Η θέση x του ρομπότ μπορεί να προσδιοριστεί είτε από την μέτρηση του μπροστινού ή του πίσω τοίχου, ενώ η θέση y είτε από τον δεξιό είτε από τον αριστερά τοίχο. Έτσι κάθε χρονική στιγμή, έχοντας προσδιορίσει αν και ποιο τοίχο βλέπει κάθε sonar, έχουμε μία μέτρηση για την απόσταση από τον μπροστά/ πίσω τοίχο, μία μέτρηση για την απόσταση από τον δεξιό/αριστερά τοίχο και μία μέτρηση για την γωνία, η οποία είναι ίση με την πρόβλεψη. Σε περίπτωση που κανένα sonar δεν βλέπει κάποιο τύπο οι πίνακες της μέτρησης μηδενίζονται και λειτουργεί μόνο η πρόβλεψη. Έστω πως θέλουμε να υπολογίσουμε το μοντέλο μέτρησης και το ρομπότ βρίσκεται πιο κοντά στο σημείο (2,2) όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Εργαζόμαστε ως εξής:

Έστω η τυχαία θέση του ρομπότ, του οποίου ο μπροστινός αισθητήρας είναι προσανατολισμένος στον μπροστινό τοίχο όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



Από το παραπάνω σχήμα παρατηρούμε ότι ισχύει:

Για την μεταβλητή x :

$\hat{x}(t + dt|t) = 2 - d_1$, όπου $d_1 = (s_f + 0.15)\cos(\hat{\theta}(t + dt|t))$, όπου s_f είναι η μέτρηση του μπροστινού αισθητήρα. Λύνουμε ως προς $s_f + 0.15$ και προκύπτει: $s_f + 0.15 = \frac{2 - \hat{x}(t + dt|t)}{\cos(\hat{\theta}(t + dt|t))}$ (ως προς το κέντρο μάζας).

Έτσι είναι $z(0) = s_f + 0.15$ και $h(0) = \frac{2 - \hat{x}(t + dt|t)}{\cos(\hat{\theta}(t + dt|t))}$.

Για την μεταβλητή y :

Με αντίστοιχη λογική βρίσκουμε την μέτρηση για τον αριστερά τοίχο από τον διαγώνια αριστερά αισθητήρα ίση με : $s_{f_l} + 0.07071 = \frac{2 - dy - \hat{y}(t + dt|t)}{\cos(\hat{\theta}(t + dt|t) - \frac{\pi}{4})}$ (ως προς το σημείο τομής των sonars – το front left sonar απέχει 0.07071m από αυτό). Έτσι είναι $z(1) = s_{f_l} + 0.07071$ και $h(1) = \frac{2 - dy - \hat{y}(t + dt|t)}{\cos(\hat{\theta}(t + dt|t) - \frac{\pi}{4})}$.

Η μέτρηση της γωνίας περιστροφής ως προς τον z άξονα είναι ίση με την πρόβλεψη.

Αντίστοιχα βρίσκουμε κάθε φορά τις τιμές των αντίστοιχων αισθητήρων και προκύπτει το μοντέλο μέτρησης.

Στο συγκεκριμένο (ενδεικτικό) παράδειγμα προέκυψε με βάση τα παραπάνω:

$$h = \begin{bmatrix} \frac{2 - \hat{x}(t+dt|t)}{\cos(\hat{\theta}(t+dt|t))} \\ \frac{2 - dy - \hat{y}(t+dt|t)}{\cos(\hat{\theta}(t+dt|t) - \frac{\pi}{4})} \\ \hat{\theta}(t+dt|t) \end{bmatrix}$$

Γραμμικοποίηση μοντέλου μέτρησης:

$$H = \nabla h = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\cos(\hat{\theta}(t+dt|t))} & 0 & \frac{2 - \hat{x}(t+dt|t)}{\cos^2(\hat{\theta}(t+dt|t))} \sin \hat{\theta}(t+dt|t) \\ 0 & \frac{-1}{\cos(\hat{\theta}(t+dt|t) - \frac{\pi}{4})} & -0.1 \frac{\cos(\frac{\pi}{4})}{\cos^2(\hat{\theta}(t+dt|t) - \frac{\pi}{4})} + \frac{2 - \hat{y}(t+dt|t)}{\cos^2(\hat{\theta}(t+dt|t) - \frac{\pi}{4})} \sin(\hat{\theta}(t+dt|t) - \frac{\pi}{4}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την μήτρα διακύμανσης του θορύβου μετρήσεων από τα sonars και το IMU. Στην εκφώνηση δίνεται ότι οι μετρήσεις από τα sonars ακολουθούν κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση $\sigma_s = 0.01m$, καθώς και ότι η μέτρηση της γωνίας από το IMU ακολουθεί επίσης κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση $\sigma_\theta = 0.002 \text{ rad}$. Έτσι η μήτρα διακύμανσης των μετρήσεων είναι:

$$C_v = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_s^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix}$$

Με βάση την θεωρία για το φίλτρο Kalman, γνωρίζουμε πως το βέλτιστο κέρδος ανάδρασης (optimal Kalman gain), καθώς και η νέα μήτρα διακύμανσης δίνονται από τους τύπους:

$$K_{t+dt} = P(t+dt|t) H_{t+dt}^T [H_{t+dt} P(t+dt|t) H_{t+dt}^T + R]^{-1}, \text{ όπου } R = C_v$$

και

$$P(t+dt) = [I - K_{t+dt}] P(t+dt|t)$$

,όπου $P(t+dt|t) = A P(t) A^T + C_w$ η αβεβαιότητα πρόβλεψης και I ο μοναδιαίος πίνακας.

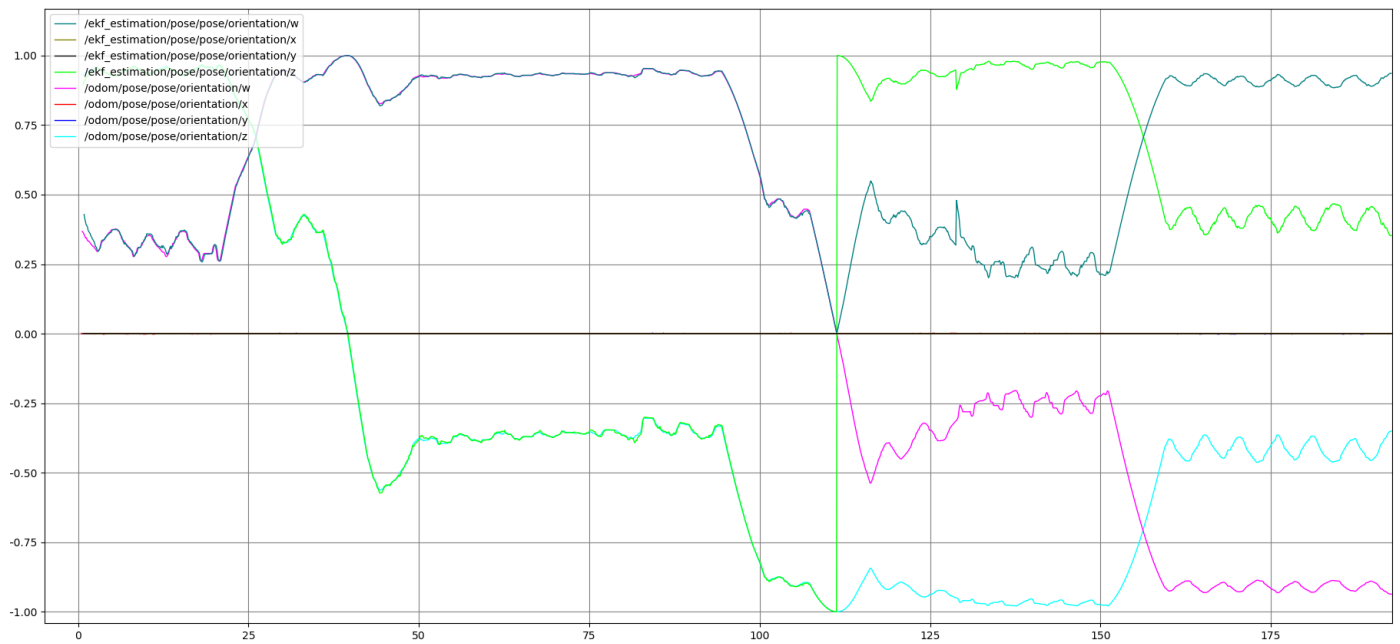
Τέλος με βάση το Kalman Gain που υπολογίσαμε, βρίσκουμε τη νέα ανανεωμένη εκτίμηση κατάστασης από τον τύπο:

$$\hat{x}(t+dt) = \hat{x}(t+dt|t) + K_{t+dt}(z_{t+dt} - h_{t+dt}(\hat{x}(t+dt|t))).$$

Η εκτίμηση αυτή είναι και η τελική εκτίμηση θέσης (x,y,θ) του ρομπότ για την δεδομένη χρονική στιγμή. Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί ότι για την εκτίμηση της y μεταβλητής διαπιστώθηκε πειραματικά ότι αποκλίνει από την πραγματική τιμή κατά περίπου $\pm 0.07m$ ανάλογα με το αν υπολογίστηκε από τον αριστερά ή τον δεξιά τοίχο αντίστοιχα.

Λαμβάνοντας υπόψιν όλα τα παραπάνω και τρέχοντας τον αντίστοιχο αλγόριθμο εξήγαμε τις εξής γραφικές παραστάσεις, όπου βλέπουμε τα αποτελέσματα του φίλτρου μας (/ekf_estimation/..) για την εκτίμηση της κατάστασης (x,y,θ) καθώς και την γραμμική ταχύτητα v του ρομπότ σε αντιδιαστολή με τις πραγματικές τους τιμές, όπως αυτές παρέχονται από την οδομετρία (/odom/..).

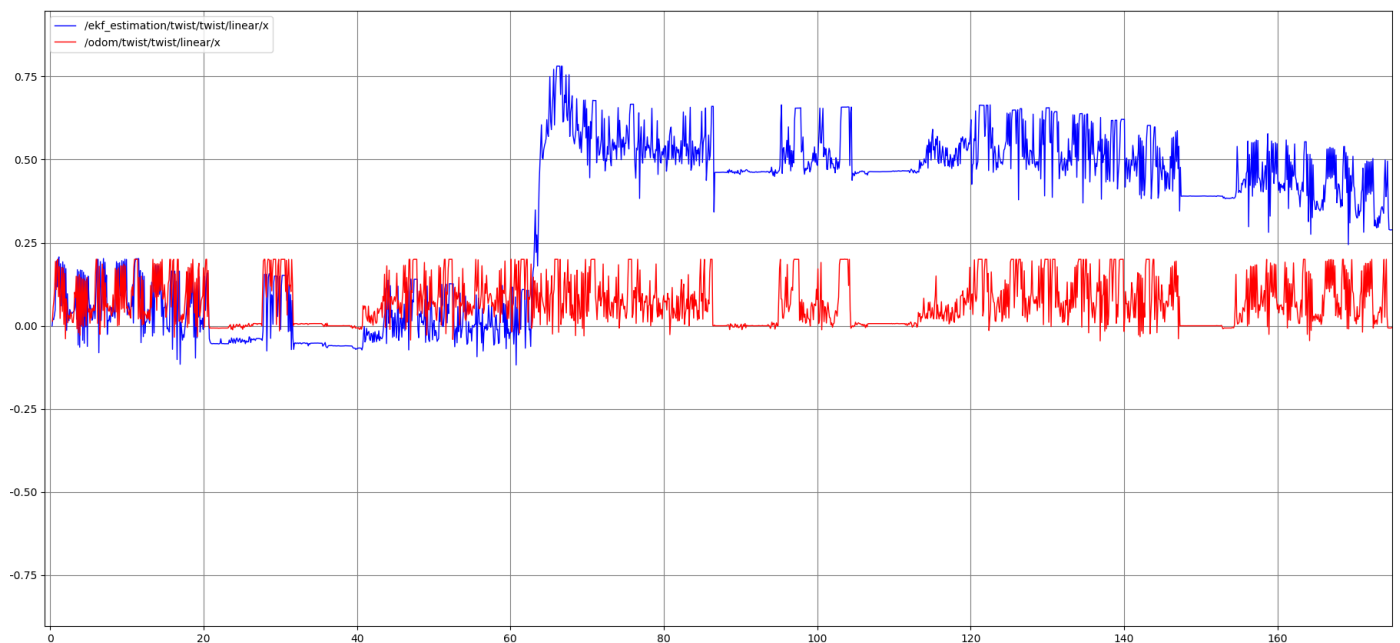
Εκτίμηση Γωνίας θ :



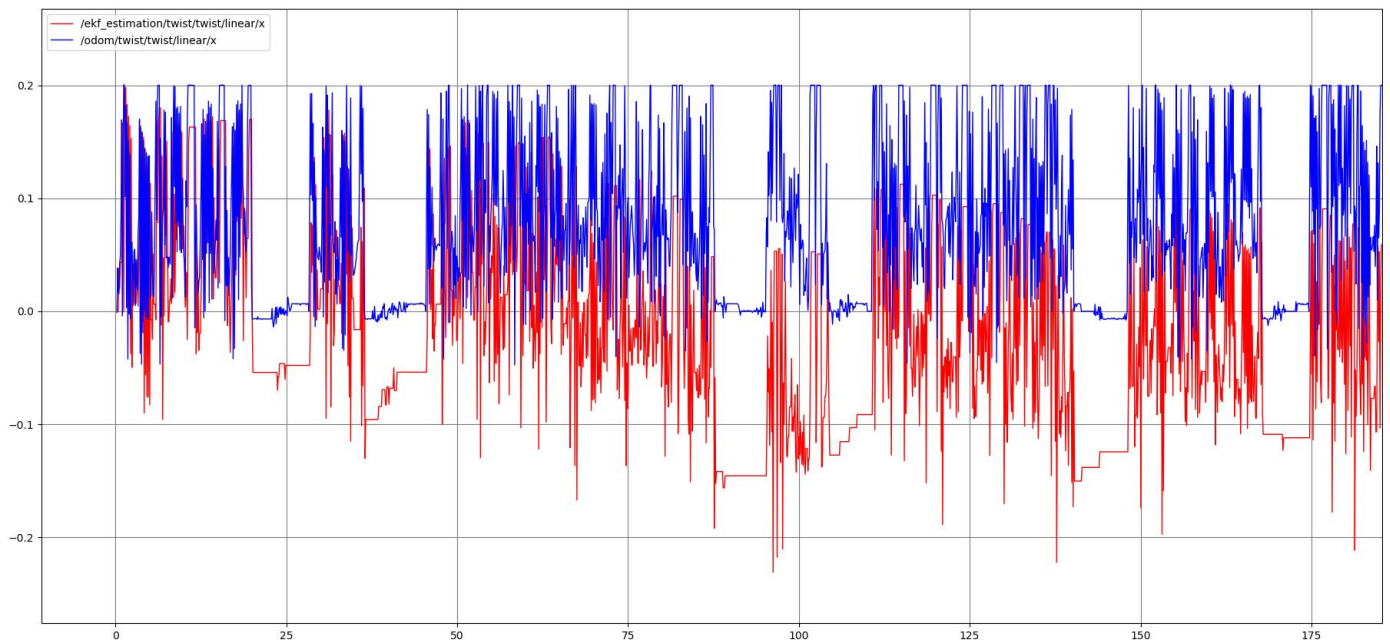
Όπως είναι φανερό η εκτίμηση της γωνίας θ του ρομπότ συμφωνεί απόλυτα με την πραγματική τιμή που μετράμε κάθε χρονική στιγμή. Η γωνία είναι σε μορφή *quaternion*, περιγράφεται δηλαδή από όλες τις μεταβλητές (x, y, z, w).

Εκτίμηση γραμμικής ταχύτητας v :

Πριν το φίλτρο:

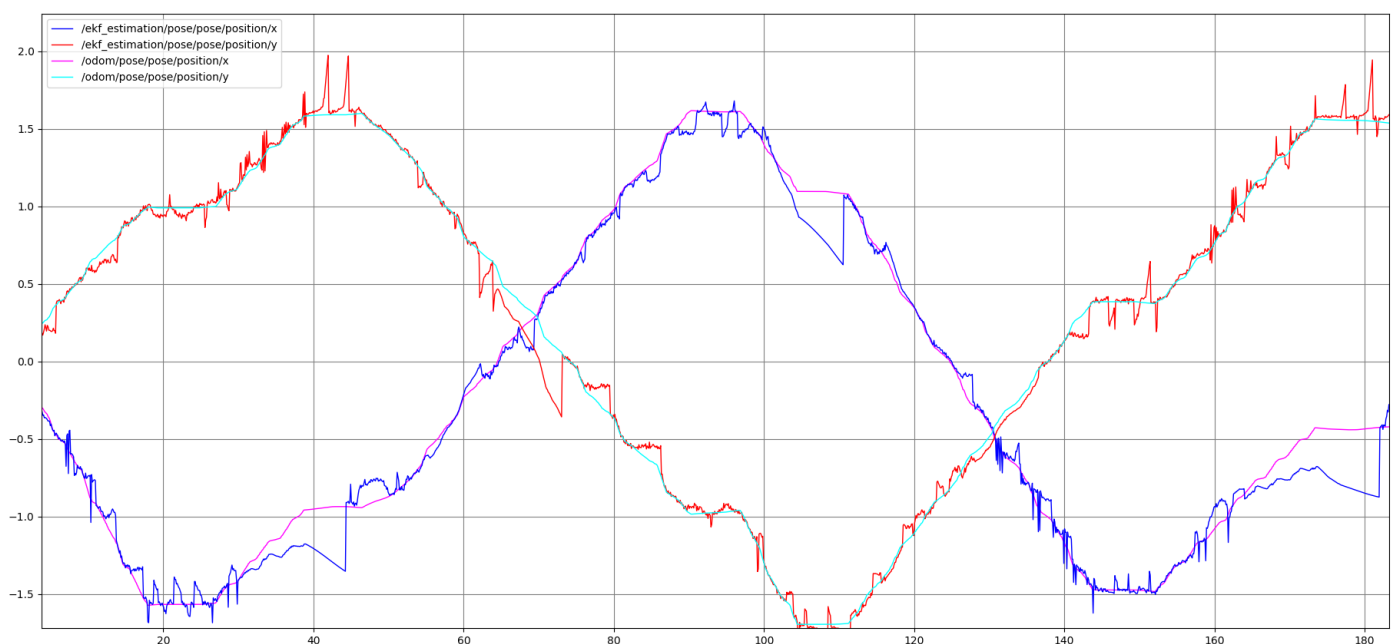


Μετά το φίλτρο:



Όπως αναφέρθηκε και στην επεξήγηση του μοντέλου πρόβλεψης, η μέτρηση της επιτάχυνσης είναι πολύ κακή, με αποτέλεσμα η πρόβλεψη της ταχύτητας να έχει μεγάλες αποκλίσεις από την πραγματική της τιμή. Συγκεκριμένα παρατηρούμε ότι εξαιτίας του θορύβου, η ταχύτητα ολισθαίνει σταδιακά προς τα κάτω με την πάροδο του χρόνου. Το πρόβλημα αυτό δεν είναι δυνατό να διορθωθεί εντελώς με κάποιο φίλτρο, διότι θα κόβαμε και επιθυμητές τιμές της επιτάχυνσης. Παρόλα αυτά κάναμε μία προσπάθεια με ένα bandpass φίλτρο που περνάει τις τιμές στα διαστήματα $(-3, -0.12) \cup (0.1, 3)$. Στα όρια του φίλτρου υπάρχει αυτή η ασυμμετρία, διότι εν γένει το σφάλμα τείνει να ολοκληρώνεται με αποτέλεσμα η ταχύτητα να δίνει μικρότερες τιμές από την πραγματική. Με την εφαρμογή του φίλτρου καταφέραμε να πάρουμε ένα καλύτερο αποτέλεσμα, περιορίζοντας τις πολύ μεγάλες αλλαγές, ώστε τελικά να μην εμφανίζονται τόσο εσφαλμένες εκτιμήσεις όταν δεν υπάρχουν διαθέσιμες μετρήσεις (όταν λειτουργεί μόνο η πρόβλεψη).

Εκτίμηση θέσης (x,y):



Στην παραπάνω εικόνα βλέπουμε την εκτίμηση της θέσης (x,y) του ρομπότ σε αντιδιαστολή με τις πραγματικές τους τιμές. Παρατηρούμε ότι σε γενικές γραμμές οι δύο γραφικές συγκλίνουν αλλά σαφώς υπάρχουν κάποιες αποκλίσεις. Όπως αναφέρθηκε, η μέτρηση της επιτάχυνσης είναι πολύ κακή, με αποτέλεσμα να την έχουμε θεωρήσει πλήρως αβέβαιη (πολύ μεγάλες τιμές στη μήτρα διακύμανσης θορύβου C_w για τις μετρήσεις των x,y). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το φίλτρο μας να λειτουργεί ουσιαστικά αποκλειστικά με τις μετρήσεις, όταν αυτές υπάρχουν, αγνοώντας την πρόβλεψη. Όταν όμως δεν παρέχονται μετρήσεις το φίλτρο λειτουργεί βασιζόμενο μόνο στην πρόβλεψη. Έτσι λοιπόν οι μεγάλες αποκλίσεις των δύο γραφικών για τις δύο μεταβλητές κατάστασης παρουσιάζονται στις χρονικές στιγμές όπου λειτουργούσε μόνο η πρόβλεψη και οφείλονται στην πολύ κακή μέτρηση της γραμμικής επιτάχυνσης. Οι μικρότερες αποκλίσεις που παρουσιάζονται στην γραφική οφείλονται στον θόρυβο που εισάγεται από τις μετρήσεις των sonars. Οι αποκλίσεις αυτές θα μπορούσαν να μειωθούν σε περίπτωση που φιλτράραμε τις μετρήσεις και από τα 5 sonars κάθε χρονική στιγμή. Παρόλα αυτά, αν είχαμε μία αξιοπιστία στην πρόβλεψη και είχαμε μία καλή υλοποίηση για το Kalman δεν θα χρειαζόταν καν το φιλτράρισμα που αναφέρθηκε παραπάνω.

2^η Υλοποίηση

Η δεύτερη υλοποίηση που κάναμε, είναι σε πολύ παρόμοια φιλοσοφία με την πρώτη. Η βασική διαφορά έγκειται στην εκτίμηση της γραμμικής ταχύτητας του ρομπότ. Συγκεκριμένα στην πρώτη υλοποίηση παίρναμε την μέτρηση της γραμμικής επιτάχυνσης και υπολογίζαμε την γραμμική ταχύτητα από τον τύπο: $v_x(t + dt) = v_x(t) + a_x(t)dt$, $v_y(t + dt) = v_y(t) + a_y(t)dt$. Λόγω όμως της κακής μέτρησης της γραμμικής επιτάχυνσης, προχωρήσαμε σε μία δεύτερη υλοποίηση του αλγορίθμου, στην οποία η τιμή της ταχύτητας δεν εκτιμάται από την επιτάχυνση, αλλά προκύπτει κατευθείαν από το topic `cmd_vel`, όπου δίνεται ως είσοδος.

Έτσι προκύπτει το παρακάτω μοντέλο πρόβλεψης:

Το διάνυσμα κατάστασης του ρομπότ είναι: $\mathbf{x}(t) = [x(t), y(t), \theta(t)]^T$.

Το διάνυσμα σημάτων ελέγχου είναι: $\mathbf{u}(t) = [v_x(t), v_y(t)]^T$.

Το μη-γραμμικό μοντέλο του συστήματος στο χώρο κατάστασης είναι: $\mathbf{x}(t+dt) = \Phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] + \mathbf{w}(t)$.

$$\begin{aligned} \text{Έχουμε : } \mathbf{x}(t+dt) &= \begin{bmatrix} x(t) + (v_x(t) + \sigma v) \cos \theta(t) dt \\ y(t) + (v_y(t) + \sigma v) \sin \theta(t) dt \\ \theta(t) + (\omega(t) + \delta \omega) dt \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} x(t) + v(t) \cos \theta(t) dt \\ y(t) + v(t) \sin \theta(t) dt \\ \theta(t) + \omega(t) dt \end{bmatrix} (= \Phi) + \begin{bmatrix} \sigma v * \cos \theta(t) dt \\ \sigma v * \sin \theta(t) dt \\ \delta \omega dt \end{bmatrix} (= \mathbf{w}). \end{aligned}$$

Έτσι προκύπτει η εξής πρόβλεψη/ εκτίμηση κατάστασης:

$$\hat{\mathbf{x}}(t + dt|t) = \begin{bmatrix} \hat{x}(t) + v(t) \cos \hat{\theta}(t) dt \\ \hat{y}(t) + v(t) \sin \hat{\theta}(t) dt \\ \hat{\theta}(t) + \omega(t) dt \end{bmatrix}.$$

όπου $\hat{x}(t)$ η βέλτιστη εκτίμηση της θέσης του ρομπότ κατά τον x άξονα, $\hat{y}(t)$ η βέλτιστη εκτίμηση της θέσης του ρομπότ στον κατά τον y άξονα, $\hat{\theta}(t)$ η βέλτιστη εκτίμηση της στροφής του ρομπότ κατά τον z άξονα την χρονική στιγμή t. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας $\omega(t)$ προκύπτει από τις μετρήσεις του IMU. Οι

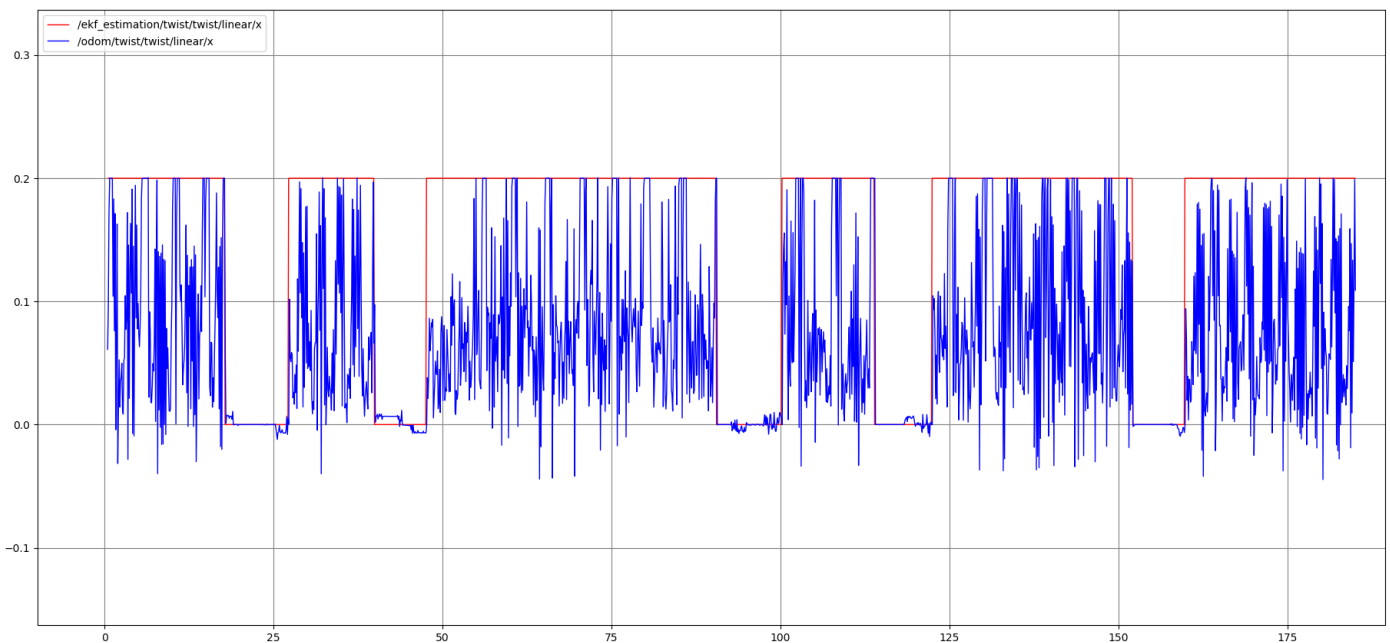
σταθερές δv_x , δv_y , $\sigma\omega$ αντιπροσωπεύουν την τυπική απόκλιση του θορύβου μέτρησης της γραμμικής ταχύτητας v_x, v_y και της γωνιακής ταχύτητας ω αντίστοιχα. Έτσι προκύπτει η μήτρα διακύμανσης για το θόρυβο Cw ως εξής:

$$Cw = \begin{bmatrix} (\sigma v * \cos\theta(t)dt)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma v * \sin\theta(t)dt)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma\omega^2 dt^2 \end{bmatrix}, \text{ όπου } \sigma\omega = 0.002 \text{ rad/sec.}$$

Επειδή όμως, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, η ταχύτητα που δίνεται στους τροχούς δεν μεταφράζεται σωστά, θεωρήσαμε εντελώς αβέβαιη την πρόβλεψη και θέσαμε $\sigma v = 1000$. Έτσι η μήτρα διακύμανσης θορύβου που χρησιμοποιήθηκε στον αλγόριθμο είναι η εξής:

$$Cw = \begin{bmatrix} (1000\cos\theta(t)dt)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (1000\sin\theta(t)dt)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma\omega^2 dt^2 \end{bmatrix}.$$

Διάγραμμα Ταχύτητας v_x :



Είναι φανερό ότι η ταχύτητα που επιθυμούμε να δώσουμε στους τροχούς του ρομπότ (/ekf_estimation/..) και η ταχύτητα που τελικά αυτό αποκτά (/odom/..) έχουν μεγάλη διαφορά. Έτσι η πρόβλεψη ακόμα και όταν παίρνουμε την ταχύτητα ως είσοδο είναι και πάλι πολύ αβέβαιη.

Γραμμικοποίηση μοντέλου πρόβλεψης:

$$A = \nabla\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v_x(t)\sin\theta(t)dt \\ 0 & 1 & v_y(t)\cos\theta(t)dt \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

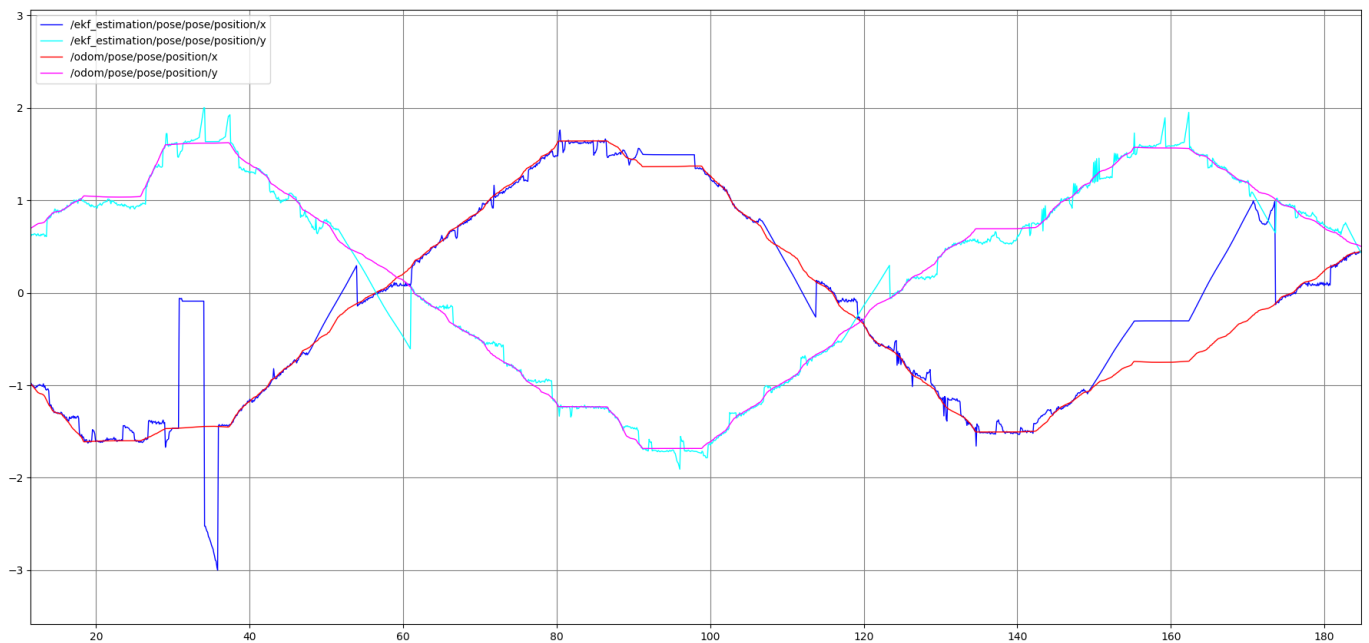
Μοντέλο μέτρησης:

Για το μοντέλο μέτρησης δεν χρειάζεται να αναφερθεί κάτι, καθώς η λογική και η υλοποίηση του έγινε με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που εξηγήθηκε και στην πρώτη μέθοδο (βλ. σελ. 6).

Συμπεράσματα:

Η εκτίμηση του προσανατολισμού του ρομπότ δεν μεταβλήθηκε (παραμένει ακριβής όπως φαίνεται στο διάγραμμα της 1^{ης} υλοποίησης). Όσον αφορά την θέση (x,y) του ρομπότ παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα είναι πολύ παρόμοια με αυτά της 1^{ης} υλοποίησης, πράγμα που οφείλεται και τώρα στην κακή εκτίμηση της ταχύτητας.

Θέση (x,y):



Συνολικά οι δύο υλοποιήσεις δεν παρουσιάζουν κάποια σημαντική διαφορά. Για να πετύχουμε ένα σημαντικά καλύτερο αποτέλεσμα θα έπρεπε να έχουμε μία πολύ καλύτερη εκτίμηση (μέτρηση) της ταχύτητας.