Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования   
«Национальный исследовательский университет

«Московский институт электронной техники»

#### Кафедра Высшей математики 1

#### 

|  |
| --- |
| УтверждЕН  на заседании кафедры ВМ-1  «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_202\_\_ г., протокол № \_\_  Заведующий кафедрой ВМ-1  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Прокофьев А.А. |
|  |
|  |

**ФОНД**

**ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ПО ПОДКОМПЕТЕНЦИИ ОПК-1.ДМ.** Способен использовать абстрактные модели и методы дискретной математики при решении практических задач

**КОМПЕТЕНЦИИ ОПК-1.** Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

**Дисциплина** «**Дискретная математика»**

Направление подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Направленность (профиль) - «Компьютерная математика и анализ данных»

|  |  |
| --- | --- |
|  | СОГЛАСОВАНО  Начальник АНОК  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.М. Никулина  "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_\_\_\_ 20 \_\_\_ г. |

Москва 2025

1. **ХАРАКТЕРИСТИКА КОМПЕТЕНЦИИ/ПОДКОМПЕТЕНЦИИ**

**Компетенция ОПК-1.** Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

**Подкомпетенция ОПК-1.ДМ** Способен использовать абстрактные модели и методы дискретной математики при решении практических задач

**Индикаторы достижения компетенций/подкомпетенций:**

***Знает*** базовые понятия, положения и алгоритмы элементарной теории множеств, бинарных отношений, комбинаторного анализа, теории булевых функций и теории графов.

***Умеет*** решать задачи, связанные с построением конкретных комбинаторных конфигураций и с подсчетом их количества; представлять булевы функции различными способами, определять их свойства, исследовать системы булевых функций на полноту; представлять графы различными способами, определять характеристики графов, решать оптимизационные задачи на графах.

***Имеет опыт*** построения и исследования простейших математических моделей реальных объектов и процессов с использованием аппарата дискретной математики.

1. **ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕРКИ УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ И ПРИОБРЕТЕНИЯ ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ** 
   1. **Комплект заданий**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ задания** | **Тип задания** | **№ варианта задания** | **Описание задания** | **Ключ/или**  **Эталонный ответ** | **Описание системы оценивания** | **Рекомендуемое время на выполнение**  **задания, *мин.*** | |
| ***Знает*** базовые понятия, положения и алгоритмы элементарной теории множеств, бинарных отношений, комбинаторного анализа, теории булевых функций и теории графов. | | | | | | |
| 1 | Задание комбинированного типа с выбором одного ответа и обоснованием выбора | 1 | Инструкция  Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  Задание  Ниже перечислено несколько бинарных отношений, заданных на множестве M = {0,2,8}. Какое из них является рефлексивным?  1) {(0,0), (2,8), (2,0), (8,2)}  2) {(0,2), (2,8), (0,8), (8,0), (8,2)}  3) {(2,2), (2,0), (0,2)}  4) {(0,0), (2,2), (8,8), (0,2), (2,8), (0,8)}  Ответ:  Обоснование: | 4) {(0,0), (2,2), (8,8), (0,2), (2,8), (0,8)}  Только это бинарное отношение содержит все пары из одинаковых элементов множества M. | 1 б – ответ совпадает с верным, приведены корректные аргументы, поясняющие выбор  0 б – остальные случаи | 1 | |
| 2 | Инструкция  Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  Задание  Ниже перечислено несколько бинарных отношений, заданных на множестве M = {1,3,5}. Какое из них является рефлексивным?  1) {(1,5), (3,5), (5,5), (1,1)}  2) {(1,1), (3,5), (5,3), (5,1), (1,5)}  3) {(1,1), (3,3), (5,5), (3,5), (5,3)}  4) {(1,3), (3,5), (5,3)}  Ответ:  Обоснование: | 3) {(1,1), (3,3), (5,5), (3,5), (5,3)}  Только это бинарное отношение содержит все пары из одинаковых элементов множества M. | 1 б – ответ совпадает с верным, приведены корректные аргументы, поясняющие выбор  0 б – остальные случаи | 1 | |
| 3 | Инструкция  Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  Задание  Ниже перечислено несколько бинарных отношений, заданных на множестве M = {1,2,4}. Какое из них является рефлексивным?  1) {(1,1), (2,4)}  2) {(1,1), (2,2), (4,4), (2,1), (2,4), (2,1)}  3) {(1,2), (4,2), (2,4), (4,1)}  4) {(1,4), (4,1), (2,2), (2,4), (2,1)}  Ответ:  Обоснование: | 2) {(1,1), (2,2), (4,4), (2,1), (2,4), (2,1)}  Только это бинарное отношение содержит все пары из одинаковых элементов множества M. | 1 б – ответ совпадает с верным, приведены корректные аргументы, поясняющие выбор  0 б – остальные случаи | 1 | |
| 2 | Задание комбинированного типа с выбором нескольких ответов и обоснованием выбора | 1 | Инструкция  Прочитайте текст, выберите два правильных ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов  Задание  Булевы функции заданы формулами. Какие из этих функций линейные?  1)  2)  3)  4)  Ответ:  Обоснование: | 2) и 3)  Полиномы Жегалкина этих функций имеют степени, меньшие 2-х. | 1 б – ответ совпадает с верным, приведены корректные аргументы, поясняющие выбор  0 б – остальные случаи | 1 | |
| 2 | Инструкция  Прочитайте текст, выберите два правильных ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов  Задание  Булевы функции заданы формулами. Какие из этих функций линейные?  1)  2)  3)  4)  Ответ:  Обоснование: | 1) и 3)  Полиномы Жегалкина этих функций имеют степени, меньшие 2-х. | 1 б – ответ совпадает с верным, приведены корректные аргументы, поясняющие выбор  0 б – остальные случаи | 1 | |
| 3 | Инструкция  Прочитайте текст, выберите два правильных ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов  Задание  Булевы функции заданы формулами. Какие из этих функций линейные?  1)  2)  3)  4)  Ответ:  Обоснование: | 1) и 3)  Полиномы Жегалкина этих функций имеют степени, меньшие 2-х. | 1 б – ответ совпадает с верным, приведены корректные аргументы, поясняющие выбор  0 б – остальные случаи | 1 | |
| 3 | Задание закрытого типа на установления последовательности | 1 | Инструкция  Прочитайте текст и установите последовательность.  Задание  Расположите дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ), реализующие булеву функцию, в такой последовательности, чтобы сложность каждой следующей ДНФ была меньше или равна предыдущей:  А) тупиковая ДНФ  Б) сокращённая ДНФ  В) минимальная ДНФ  Г) совершенная ДНФ  Запишите соответствующую последовательность букв слева направо   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Г | Б | А | В | | 1 б – полный правильный ответ  0 б – все остальные случаи | 5 | |
|  | 2 | Инструкция  Прочитайте текст и установите последовательность.  Задание  Расположите булевы функции в такой последовательности, чтобы сложность совершенной дизъюнктивной формы каждой следующей функции была больше предыдущей:  А) (01100011)  Б) (00010000)  В) (11111110)  Г) (01100111)  Запишите соответствующую последовательность букв слева направо   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Б | А | Г | В | | 1 б – полный правильный ответ  0 б – все остальные случаи | 5 | |
| ***Умеет*** решать задачи, связанные с построением конкретных комбинаторных конфигураций и с подсчётом их количества; представлять булевы функции различными способами, определять их свойства, исследовать системы булевых функций на полноту; представлять графы различными способами, определять характеристики графов, решать оптимизационные задачи на графах. | | | | | | | |
| 4 | Задание комбинированного типа с выбором одного ответа и обоснованием выбора | 1 | Инструкция  Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  Задание  Сколько существует булевых векторов длины 7, у которых ровно три координаты равны 1?  1) 4  2) 15  3) 21  4) 35  Ответ:  Обоснование: | 4) 35  Нужно выбрать в записи булева вектора три позиции из 7, на которых будут стоять единицы. Число вариантов такого выбора равно числу сочетаний из 7 по 3, т.е. | 1 б – ответ совпадает с верным, приведены корректные аргументы, поясняющие выбор  0 б – остальные случаи | 3 | |
| 2 | Инструкция  Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  Задание  Сколько существует булевых векторов длины 8, у которых ровно пять координат равны 1?  1) 35  2) 56  3) 21  4) 8  Ответ:  Обоснование: | 2) 56  Нужно выбрать в записи булева вектора пять позиций из 8, на которых будут стоять единицы. Число вариантов такого выбора равно числу сочетаний из 8 по 5, т.е. | 1 б – ответ совпадает с верным, приведены корректные аргументы, поясняющие выбор  0 б – остальные случаи | 3 | |
| 3 | Инструкция  Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  Задание  Сколько существует булевых векторов длины 6, у которых ровно четыре координаты равны 0?  1) 12  2) 15  3) 16  4) 21  Ответ:  Обоснование: | 2) 15  Нужно выбрать в записи булева вектора четыре позиции из 6, на которых будут стоять нули. Число вариантов такого выбора равно числу сочетаний из 6 по 4: | 1 б – ответ совпадает с верным, приведены корректные аргументы, поясняющие выбор  0 б – остальные случаи | 3 | |
| 5 | Задание закрытого типа на установление соответствия | 1 | Инструкция  Прочитайте текст и установите соответствие.  Задание  Соотнесите булеву функцию, заданную вектором значений, и формулу, которая является её совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ).  К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Вектор значений функции | | СДНФ | | | А | (0001) | 1 |  | | Б | (0110) | 2 |  | | В | (1001) | 3 |  | | Д | (1010) | 4 |  | |  |  | 5 |  | |  |  | 6 |  |   Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | | 6 | 2 | 1 | 4 | | 1 б – полное правильное соответствие  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 2 | Инструкция  Прочитайте текст и установите соответствие.  Задание  Соотнесите булеву функцию, заданную вектором значений, и формулу, которая является её совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ).  К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Вектор значений функции | | СДНФ | | | А | (0011) | 1 |  | | Б | (0100) | 2 |  | | В | (1010) | 3 |  | | Д | (0111) | 4 |  | |  |  | 5 |  | |  |  | 6 |  |   Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | | 3 | 1 | 5 | 2 | | 1 б – полное правильное соответствие  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 3 | Инструкция  Прочитайте текст и установите соответствие.  Задание  Соотнесите булеву функцию, заданную вектором значений, и формулу, которая является её совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ).  К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Вектор значений функции | | СДНФ | | | А | (1000) | 1 |  | | Б | (0010) | 2 |  | | В | (1011) | 3 |  | | Д | (1110) | 4 |  | |  |  | 5 |  | |  |  | 6 |  |   Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | | 5 | 3 | 2 | 6 | | 1 б – полное правильное соответствие  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 6 | Задание закрытого типа на установление соответствия | 1 | Инструкция  Прочитайте текст и установите соответствие.  Задание  Даны два множества: и . Соотнесите операцию и множество, которое получается в результате её применения.  К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Операция | | Множество | | | А |  | 1 |  | | Б |  | 2 |  | | В |  | 3 |  | | Д |  | 4 |  | |  |  | 5 |  | |  |  | 6 |  |   Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | | 4 | 3 | 1 | 6 | | 1 б – полное правильное соответствие  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 2 | Инструкция  Прочитайте текст и установите соответствие.  Задание  Даны два множества: и . Соотнесите операцию и множество, которое получается в результате её применения.  К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Операция | | Множество | | | А |  | 1 |  | | Б |  | 2 |  | | В |  | 3 |  | | Д |  | 4 |  | |  |  | 5 |  | |  |  | 6 |  |   Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | | 3 | 5 | 2 | 1 | | 1 б – полное правильное соответствие  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 3 | Инструкция  Прочитайте текст и установите соответствие.  Задание  Даны два множества: и . Соотнесите операцию и множество, которое получается в результате её применения.  К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Операция | | Множество | | | А |  | 1 |  | | Б |  | 2 |  | | В |  | 3 |  | | Д |  | 4 |  | |  |  | 5 |  | |  |  | 6 |  |   Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | А | Б | В | Д | | 2 | 1 | 6 | 3 | | 1 б – полное правильное соответствие  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 7 | Задание открытого типа с развёрнутым ответом | 1 | Инструкция  Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ.  Задание  Используя критерий полноты Поста, выясните, полна или нет система функций .  Ответ:  Обоснование: | Система полная.  Функция не сохраняет единицу, не сохраняет ноль, не является монотонной. Двойственная к функция - , следовательно, – несамодвойственная функция. Полином Жегалкина функции равен , он имеет степень 2, следовательно, – нелинейная функция. Таким, образом данная система функций не лежит ни в одном классе Поста, и, значит, согласно критерию полноты Поста, является полной. | 1 б –обоснованный правильный ответ  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 2 | Инструкция  Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ.  Задание  Используя критерий полноты Поста, выясните, полна или нет система функций .  Ответ:  Обоснование: | Система полная.  Функция не сохраняет ноль. Двойственная к ней функция имеет вектор значений , следовательно, – несамодвойственная функция. Так как , то эта функция немонотонная. Полином Жегалкина функции имеет степень 2, следовательно, – нелинейная функция. Тождественный 0 не сохраняет единицу. Таким, образом данная система функций не лежит ни в одном классе Поста, и, значит, согласно критерию полноты Поста, эта система полная. | 1 б – обоснованный правильный ответ  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 3 | Инструкция  Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ.  Задание  Используя критерий полноты Поста, выясните, полна или нет система функций  Ответ:  Обоснование: | Система полная.  Тождественная 1 не сохраняет ноль Двойственной к 1 является тождественный ноль, значит 1 – несамодвойственная функция. Функция не сохраняет единицу. Так как , то эта функция немонотонная. Полином Жегалкина функции равен , следовательно, это нелинейная функция. Таким, образом данная система функций не лежит ни в одном классе Поста, и, значит, согласно критерию полноты Поста, эта система полная. | 1 б – обоснованный правильный ответ  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 8 | Задание закрытого типа на установление соответствия | 1 | Инструкция  Прочитайте текст и установите соответствие.  Задание  Неориентированный граф задан матрицей смежности .  Соотнесите характеристики графа и числовые значения.  К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца (элемент правого столбца может использоваться неоднократно):   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Характеристики графа | | Числовые значения | | | А | Число связности | 1 | 1 | | Б | Цикломатическое число | 2 | 2 | | В | Хроматическое число | 3 | 3 | |  |  | 4 | 4 | |  |  | 5 | 5 | |  |  | 6 | 6 |   Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | А | Б | В | |  |  |  | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | А | Б | В | | 1 | 1 | 3 | | 1 б – полное правильное соответствие  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 2 | Инструкция  Прочитайте текст и установите соответствие.  Задание  Неориентированный граф задан матрицей смежности .  Соотнесите характеристики графа и числовые значения.  К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца (позиция правого столбца может использоваться неоднократно):   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Характеристики графа | | Числовые значения | | | А | Число связности | 1 | 1 | | Б | Цикломатическое число | 2 | 2 | | В | Хроматическое число | 3 | 3 | |  |  | 4 | 4 | |  |  | 5 | 5 | |  |  | 6 | 6 |   Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | А | Б | В | |  |  |  | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | А | Б | В | | 2 | 4 | 2 | | 1 б – полное правильное соответствие  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 3 | Инструкция  Прочитайте текст и установите соответствие.  Задание  Неориентированный граф задан матрицей смежности ..  Соотнесите характеристики графа и числовые значения.  К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца (элемент правого столбца может использоваться неоднократно):   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Характеристики графа | | Числовые значения | | | А | Число связности | 1 | 1 | | Б | Цикломатическое число | 2 | 2 | | В | Хроматическое число | 3 | 3 | |  |  | 4 | 4 | |  |  | 5 | 5 | |  |  | 6 | 6 |   Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | А | Б | В | |  |  |  | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | А | Б | В | | 1 | 3 | 3 | | 1 б – полное правильное соответствие  0 б – остальные случаи | 5 | |
| 9 | Задание открытого типа с развёрнутым ответом | 1 | Инструкция  Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ.  Задание  На рисунке изображена сеть G с источником в вершине *s* и стоком в вершине *t* (на дугах указаны пропускные способности дуг):      Используя алгоритм Форда-Фалкерсона найдите величину максимального потока в сети G.  Ответ: | Величина максимального потока равна 20.  Применим алгоритм Форда-Фалкерсон поиска максимального потока в сети.  0 шаг. Пустим по сети нулевой поток.  1 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 0-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 6. Увеличим поток на дугах этой цепи на 6.  2 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 1-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 8. Увеличим поток на дугах этой цепи на 8.  3 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 2-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 1. Увеличим поток на дугах этой цепи на 1.  4 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 3-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 4. Увеличим поток на дугах этой цепи на 4.  5 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 4-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 1. Увеличим поток на дугах этой цепи на 1.  6-й шаг. Дополняющих цепей к потоку, найденному на 5-м шаге нет, следовательно, этот поток максимальный. Чтобы найти его величину, суммируем поток, вытекающий из источника:  Замечание. Выбор дополняющей цепи на каждом шаге неоднозначен. | 1 б – числовой ответ совпадает с эталонным, обоснование передает суть эталонного правильного ответа  0 б – остальные случаи | 8 | |
|  | 2 | Инструкция  Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ.  Задание  На рисунке изображена сеть G с источником в вершине *s* и стоком в вершине *t* (на дугах указаны пропускные способности дуг):    Используя алгоритм Форда-Фалкерсона найдите величину максимального потока в сети G.  Ответ: | Величина максимального потока равна 18.  Применим алгоритм Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети.  0 шаг. Пустим по сети нулевой поток.  1 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 0-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 5. Увеличим поток на дугах этой цепи на 5.  2 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 1-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 7. Увеличим поток на дугах этой цепи на 7.  3 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 2-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 4. Увеличим поток на дугах этой цепи на 4.  4 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 3-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 2. Увеличим поток на дугах этой цепи на 2.  5-й шаг. Дополняющих цепей к потоку, найденному на 4-м шаге нет, следовательно, этот поток максимальный. Чтобы найти его величину, суммируем поток, вытекающий из источника:  Замечание. Выбор дополняющей цепи на каждом шаге неоднозначен. | 1 б – числовой ответ совпадает с эталонным, обоснование передает суть эталонного правильного ответа  0 б – остальные случаи | 5 | |
|  | 3 | Инструкция  Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ.  Задание  На рисунке изображена сеть G с источником в вершине *s* и стоком в вершине *t* (на дугах указаны пропускные способности дуг):    Используя алгоритм Форда-Фалкерсона найдите величину максимального потока в сети G.  Ответ: | Величина максимального потока равна 19.  Применим алгоритм Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети.  0 шаг. Пустим по сети нулевой поток.  1 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 0-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 6. Увеличим поток на дугах этой цепи на 6.  2 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 1-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 4. Увеличим поток на дугах этой цепи на 4.  3 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 2-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 2. Увеличим поток на дугах этой цепи на 2.  4 шаг. Рассмотрим дополняющую цепь к полученному на 3-м шаге потоку: . Ее остаточная пропускная способность равна 2. Увеличим поток на дугах этой цепи на 2.  5 шаг. Дополняющих цепей к потоку, найденному на 4-м шаге нет, следовательно, этот поток максимальный. Чтобы найти его величину, суммируем поток, вытекающий из источника:  Замечание. Выбор дополняющей цепи на каждом шаге неоднозначен. | 1 б – числовой ответ совпадает с эталонным, обоснование передает суть эталонного правильного ответа  0 б – остальные случаи | 5 | |
| ***Имеет опыт*** построения и исследования простейших математических моделей реальных объектов и процессов с использованием аппарата дискретной математики. | | | | | | |
| 10 | Задание открытого типа с развёрнутым ответом | 1 | Инструкция  Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ.  Задание  В области распложено несколько населённых пунктов, соединённых грунтовыми дорогами. Необходимо разработать план реконструкции дорог, в частности выбрать дороги, на которые будет нанесено асфальтовое покрытие. Выбор нужно сделать с соблюдением двух требований: во-первых, так, чтобы от каждого населённого пункта можно было бы доехать по асфальтовой дороге до любого другого (не обязательно напрямую), во-вторых, общая протяжённость дорог с асфальтовым покрытием должна получиться наименьшей из возможных.  В матрице представлены длины (в км) имеющихся грунтовых дорог: длина дороги между пунктами и стоит на пересечении -й строки и -го столбца матрицы:    Определите минимальную суммарную длину дорог, которые нужно заасфальтировать.  Ответ: | Минимальная суммарная длина дорог равна 43.  Рассмотрим взвешенный граф, вершины которого обозначают пункты, ребра – дороги между этими пунктами, веса – длины дорог. Тогда искомая минимальная длина дорого равна весу минимального остова в этом графе. Для нахождения минимального остова применим алгоритм Краскала.  0 шаг. Строим остовный подграф, множество ребер которого пусто.  1 шаг. Добавляем к построенному на 0-м шаге подграфу ребро с концами в вершинах 2 и 3 (оно имеет минимальный вес и его добавление не приводит к образованию цикла).  Далее поступаем аналогично.  2 шаг. К построенному на 1-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 1 и 4.  3 шаг. К построенному на 2-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 3 и 4.  4 шаг. К построенному на 3-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 1 и 5.  5 шаг. Добавление любого ребра из неиспользованных приводит к образованию цикла, следовательно, на 4-м шаге получен минимальный остов.  Чтобы найти его вес, суммируем веса ребер, которые в него входят:  Замечание. Выбор ребра на каждом шаге может быть неоднозначным. | 1 б – числовой ответ совпадает с эталонным, обоснование передает суть эталонного правильного ответа  0 б – остальные случаи | 10 | |
| 2 | Инструкция  Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ.  Задание  В области распложено несколько населённых пунктов, соединённых грунтовыми дорогами. Необходимо разработать план реконструкции дорог, в частности выбрать дороги, на которые будет нанесено асфальтовое покрытие. Выбор нужно сделать с соблюдением двух требований: во-первых, так, чтобы от каждого населёного пункта можно было бы доехать по асфальтовой дороге до любого другого (не обязательно напрямую), во-вторых, общая протяженность дорог с асфальтовым покрытием должна получиться наименьшей из возможных.  В матрице представлены длины (в км) имеющихся грунтовых дорог: длина дороги между пунктами и стоит на пересечении -й строки и -го столбца матрицы:    Определите минимальную суммарную длину дорог, которые нужно заасфальтировать.  Ответ: | Минимальная суммарная длина дорог равна 35.  Рассмотрим взвешенный граф, вершины которого обозначают пункты, ребра – дороги между этими пунктами, веса – длины дорог. Тогда искомая минимальная длина дорого равна весу минимального остова в этом графе. Для нахождения минимального остова применим алгоритм Краскала.  0 шаг. Строим остовный подграф, множество ребер которого пусто.  1 шаг. Добавляем к построенному на 0-м шаге подграфу ребро с концами в вершинах 3 и 5 (оно имеет минимальный вес и его добавление не приводит к образованию цикла).  Далее поступаем аналогично.  2 шаг. К построенному на 1-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 2 и 3.  3 шаг. К построенному на 2-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 2 и 4.  4 шаг. К построенному на 3-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 1 и 4.  5 шаг. Добавление любого ребра из неиспользованных приводит к образованию цикла, следовательно, на 4-м шаге получен минимальный остов.  Чтобы найти его вес, суммируем веса ребер, которые в него входят:  Замечание. Выбор ребра на каждом шаге может быть неожнозначным. | 1 б – числовой ответ совпадает с эталонным, обоснование передает суть эталонного правильного ответа  0 б – остальные случаи | 10 | |
| 3 | Инструкция  Прочитайте текст и запишите развёрнутый обоснованный ответ.  Задание  В области распложено несколько населенных пунктов, соединенных грунтовыми дорогами. Необходимо разработать план реконструкции дорог, в частности выбрать дороги, на которые будет нанесено асфальтовое покрытие. Выбор нужно сделать с соблюдением двух требований: во-первых, так, чтобы от каждого населенного пункта можно было бы доехать по асфальтовой дороге до любого другого (не обязательно напрямую), во-вторых, общая протяженность дорог с асфальтовым покрытием должна получиться наименьшей из возможных.  В матрице представлены длины (в км) имеющихся грунтовых дорог: длина дороги между пунктами и стоит на пересечении -й строки и -го столбца матрицы:    Определите минимальную суммарную длину дорог, которые нужно заасфальтировать.  Ответ: | Минимальная суммарная длина дорог равна 68.  Рассмотрим взвешенный граф, вершины которого обозначают пункты, ребра – дороги между этими пунктами, веса – длины дорог. Тогда искомая минимальная длина дорого равна весу минимального остова в этом графе. Для нахождения минимального остова применим алгоритм Краскала.  0 шаг. Строим остовный подграф, множество ребер которого пусто.  1 шаг. Добавляем к построенному на 0-м шаге подграфу ребро с концами в вершинах 1 и 2 (оно имеет минимальный вес и его добавление не приводит к образованию цикла).  Далее поступаем аналогично.  2 шаг. К построенному на 1-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 2 и 4.  3 шаг. К построенному на 2-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 4 и 5.  4 шаг. К построенному на 3-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 5 и 6.  5 шаг. К построенному на 4-м шаге подграфу добавляем ребро с концами 2 и 3.  6 шаг. Добавление любого ребра из неиспользованных приводит к образованию цикла, следовательно, на 5-м шаге получен минимальный остов.  Чтобы найти его вес, суммируем веса ребер, которые в него входят:  Замечание. Выбор ребра на каждом шаге может быть неоднозначным. | 1 б – числовой ответ совпадает с эталонным, обоснование передает суть эталонного правильного ответа  0 б – остальные случаи | 10 | |

**2. 2. Условия выполнения задания:**

***Место выполнения*** – учебная аудитория или компьютерный класс

***Программное обеспечение:*** Браузер Яндекс, офисный пакет прикладных программ

**Дополнительные материалы и оборудование*:*** бумага, ручка, калькулятор.

**3. Методические указания по процедуре оценивания:**

Задания закрытого типа оцениваются путём сравнения с ключом правильного ответа. Задания комбинированного и открытого типа – с применением экспертной оценки (с учётом указаний к оцениванию и критериев оценивания, приложенных к каждому из заданий).

**4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ О СФОРМИРОВАННОСТИ ПОДКОМПЕТЕНЦИИ**

Подкомпетенция считается сформированной, если студент получил не менее 5 баллов (из 10) за задания.

**РАЗРАБОТЧИК ФОС:**

Доцент кафедры ВМ-1 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ /Т.А. Олейник/