

LABORATOR #3

EX#1 Creați un fișier în Python® prin care:

- (a) să se estimeze numeric probabilitatea ca un număr x generat aleator uniform în $[0, 1]$ să aparțină intervalului $[a, b] \subseteq [0, 1]$;
- (b) să se apeleze (a) pentru $a = 0.37$ și $b = 0.82$.

EX#2 Fie discul $B(\mathbf{0}, r)$ centrat în $\mathbf{0} = (0, 0)$ de rază $r > 0$, și pătratul $P(\mathbf{0}, R)$ centrat în $\mathbf{0} = (0, 0)$ de latură $R \geq 2r$. Știind că $\pi = \frac{\text{Aria}(B(\mathbf{0}, r))}{\text{Aria}(P(\mathbf{0}, R))} \cdot \frac{R^2}{r^2}$, creați un fișier în Python® prin care:

- (a) să se estimeze numeric π ;
- (b) să se apeleze (a) pentru $r = 1$.

EX#3 Creați un fișier în Python® prin care:

- (a) să se estimeze numeric aria discului $B(\mathbf{0}, r)$ centrat în $\mathbf{0} = (0, 0)$ de rază $r > 0$;
- (b) să se apeleze (a) pentru $r = 1$;
- (c) să se estimeze numeric volumul bilei $B(\mathbf{0}, r) = \{x \in \mathbb{R}^d : \|x\|_2 \leq r\}$ (i.e. bila d -dimensională centrată în $\mathbf{0} = (0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^d$ de rază $r > 0$);
- (d) să se apeleze (c) pentru $r = 1$ și $d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$;
- (e) să se reprezinte grafic simulările realizate la (b) și (d) pentru cazul $d = 2$.

EX#4 Fie discul eliptic $E(\mathbf{0}, a, b) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}$ (i.e. discul eliptic centrat în $\mathbf{0} = (0, 0)$ de semiaxe a și b). Creați un fișier în Python® prin care:

- (a) să se estimeze numeric aria discului eliptic;
- (b) să se apeleze (a) pentru $a = 3$ și $b = 2$;
- (c) să se reprezinte grafic simulările realizate la (b).

EX#5 Fie discul $B(\mathbf{P}, r)$ centrat în $\mathbf{P} = (P_x, P_y)$ de rază $r > 0$ și discul eliptic $E(\mathbf{0}, a, b)$ centrat în $\mathbf{0} = (0, 0)$ de semiaxe a și b . Creați un fișier în Python® prin care:

- (a) să se estimeze numeric aria $B(\mathbf{P}, r) \cap E(\mathbf{0}, a, b)$;
- (b) să se apeleze (a) pentru $(P_x, P_y) = (2, 2)$, $r = \sqrt{2}$, $a = 3$, $b = 2$;
- (c) să se reprezinte grafic simulările realizate la (b).

EX#6 Fie domeniile mărginite din \mathbb{R}^2 cu frontierele date de $f(x, y) = 0$, pentru $f(x, y) = x^2 + y^4 + 2xy - 1$, $f(x, y) = y^2 + x^2 \cos x - 1$, $f(x, y) = e^{x^2} + y^2 - 4 + 2.99 \cos y$. Creați un fișier în Python® prin care:

- (a) se estimeze numeric aria fiecărui domeniu;
- (b) să se reprezinte grafic simulările realizate la (a).

EX#7(T) Creați un fișier în Python[®] prin care să se estimeze numeric π folosind experimentul lui Buffon ([Buffon's needle problem](#)).

Indicații: Fie $M = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \dots \times [a_d, b_d] \subset \mathbb{R}^d$ și $D \subseteq M$ domeniu măsurabil Lebesgue. Probabilitatea ca x generat aleator uniform în M să aparțină lui D este $\frac{\lambda(D)}{\lambda(M)}$, unde $\lambda(A) =$ măsura Lebesgue a mulțimii A .

Indicații Python[®]: `numpy`, `numpy.random`, `matplotlib.pyplot`