Calculabilitate si Complexitate

4 mai 2022

La exercitiile 1, 2 si 3 puteti folosi faptul ca operatiile aritmetice, inclusiv DIV si MOD, sunt LOOP calculabile. De asemeni, testele de egalitate si de ordine sunt LOOP calculabile.

1. Aratati ca functia $f(n) = 2^n$ este primitiv recursiva.

2. Fie $P \subset \mathbb{N}$ multimea numerelor prime si fie χ_P functia caracteristica a acestei multimi. Aratati ca χ_P este primitiv recursiva.

3. Fie functia $p : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ astfel incat $p(0) = 1$, $p(1) = 2$, $p(2) = 3$, $p(3) = 5$ si in general, $p(n) =$ al n-lea numar prim. Folosind inegalitatea $p(n) \leq 2^n$ si exercitiile anterioare, aratati ca functia $p(n)$ este primitiv recursiva.

4. Fie I multimea inputurilor de forma (G, w) in care $G = (V, \Sigma, P, S)$ este o gramatica iar $w \in \Sigma^*$ este un cuvant. Aratati ca nu exista nicio masina Turing T care opreste pentru fiecare input $(G, w) \in I$ si returneaza 1 daca $w \in L(G)$ si 0 in caz contrar.

5. Se da graful neorientat *casuta* $G = (V, E)$ unde $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ si $E = \{12, 23, 34, 14, 35, 45\}$. Aratati ca acest graf contine un circuit hamiltonian.

6. Fie A un algoritm in timp polinomial care pentru orice formula propozitionala φ calculeaza un cuvant $A(\varphi) \in \{1\}^*$ astfel incat:

   pentru orice doua formule φ_1 si φ_2,

   daca $A(\varphi_1) = A(\varphi_2)$ atunci [$\varphi_1 \in$ SAT daca si numai daca $\varphi_2 \in$ SAT].

   Folosind algoritmul A, descrieti un algoritm B care decide SAT in timp polinomial.