Des automates aux expressions régulières

OPTION INFORMATIQUE - TP n° 4.3 - Olivier Reynet

À la fin de ce chapitre, je sais :

- ☞ Coder un automate généralisé
- ☞ Programmer l'élimination des états
- ☞ Construire l'expression régulière au fur et à mesure de l'élimination

Ce TP a pour but de programmer l'algorithme d'élimination des états pour passer d'un automate à une expression régulière. Dans un premier temps, on calcule un automate correspondant à une expression régulière : cet automate est utilisé pour tester l'algorithme d'élimination des états dans la partie 3. La partie 2 permet de construire des fonctions auxiliaires utiles pour programmer l'algorithme.

A Construction d'un automate associé à une expression régulière

On dispoes des types `regexp` et `ndfsm` suivants :

```
type regexp =
        EmptySet
        | Epsilon
        | Letter of char
        | Sum of  regexp * regexp
        | Concat of regexp * regexp
        | Kleene of regexp ;;

type ndfsm =
       { states : int list;
        alphabet : char list;
        initial : int list;
        transitions : (int * char * int) list;
        accepting : int list};;
```

A1. En utilisant l'algorithme de Berry-Sethi, construire l'automate de Glushkov associé à $a(b^*|c)a^*$.

A2. L'automate précédent est-il normalisé ? Si ce n'est pas le cas, le normaliser.

A3. En OCaml, construire un automate de type `ndfsm` correspondant à $a(b^*|c)a^*$.

B Fonctions auxiliaires

Pour construire l'automate généralisé, toutes les transitions de l'automate vont devenir des expressions régulières. Par ailleurs, on cherche à traiter toutes les transitions au départ d'un même état. On

s'appuie donc pour cela sur quelques fonctions intermédiaires. Pour les écrire, on pourra au choix utiliser les fonctions de la bibliothèque `List` ou écrire des fonctions récursives auxiliaires : il est important de savoir faire les deux.

B1. Écrire une fonction de signature `label_to_regexp : char -> regexp` qui transforme une lettre `a` de type `char` de l'alphabet en une expression régulière de type `Letter a`. Si la transition est une transition spontanée, alors on encode le mot vide par le caractère `'e'`.

B2. En utilisant la fonction précédente, écrire une fonction de signature
`trans_to_regexp : ('a * char * 'b)list -> ('a * regexp * 'b)list`
qui transforme une liste de transitions labellisées par des `char` en une liste de transitions labellisées par des `regexp`.

B3. Écrire une fonction de signature
`trans_from_q : ('a * 'b * 'c)list -> 'a -> ('a * 'b * 'c)list`
qui extrait les transitions au départ d'un certain état `q`.

B4. Écrire une fonction de signature
`trans_from_q_no_loop : ('a * 'b * 'a)list -> 'a -> ('a * 'b * 'a)list`
qui extrait les transitions au départ d'un certain état `q` mais pas les boucles.

B5. Écrire une fonction de signature
`find_loop : ('a * 'b * 'a)list -> ('a * 'b * 'a)option`
qui renvoie la première boucle d'une liste de transitions si une boucle existe et `None` sinon.

C Construire l'expression régulière

C1. Appliquer à la main l'algorithme d'élimination des états sur l'automate normalisé de la question A.1.

C2. Écrire une fonction de signature
`merge_mult_trans : ('a * regexp * 'b)list -> 'a -> ('a * regexp * 'b)list`
qui permet de fusionner les expressions régulières associées à des transitions multiples au départ de `q` et à destination d'un même état. L'utilisation d'une table de hachage du module Hashtbl pour mémoriser les états suivants `q` déjà rencontrés et leur associer une expression régulière est recommandée. On pourra utiliser les fonction `mem`, `find` et `add` de ce module et transformer une `Hashtbl` nommé `dict` en une liste comme suit :
`Hashtbl.fold (fun key value acc -> value::acc)dict [].`

C3. Écrire une fonction de signature `fsm_to_regexp : ndfsm -> regexp` qui renvoie l'expression régulière associée à un automate [1]. On pourra procéder comme suit :

1. Mettre à jour au fur et à mesure une référence vers la liste des transitions restantes.
2. Supprimer les états intermédiaires qui ne sont ni accepteurs ni initial.
3. S'il existe des boucles sur l'état initial ou accepteurs, les gérer puis fusionner les expressions régulières.

1. Bonne chance!