

# Déduction naturelle

OPTION INFORMATIQUE - TP n° 4.5 - Olivier Reynet

## À la fin de ce chapitre, je sais :

- ☞ lire un séquent
- ☞ décrire les règles d'introduction et d'élimination
- ☞ justifier les principaux raisonnements de la logique classique
- ☞ construire un arbre de preuve démontrant une formule simple

## A Utilisation des règles d'inférence

Prouver les séquents suivants :

- A1.  $\vdash p \rightarrow p$
- A2.  $p, \neg p \vdash \perp$
- A3.  $p, q \vdash p \wedge q$
- A4.  $p \wedge q \vdash q \wedge p$
- A5.  $p \vee q \vdash q \vee p$
- A6.  $q \vdash p \rightarrow q$
- A7.  $p \wedge q \vdash p \rightarrow q$
- A8.  $p, q \wedge r \vdash p \wedge q$
- A9.  $p \wedge q, r \wedge s \vdash p \wedge s$
- A10.  $a \rightarrow \neg a \vdash \neg a$

## B Preuves intermédiaires

Prouver les séquents suivants :

- B1.  $p \rightarrow q \vdash \neg q \rightarrow \neg p$
- B2.  $\neg a \vee b \vdash a \rightarrow b$
- B3.  $a \rightarrow b \vdash \neg a \vee b$
- B4.  $a \rightarrow (b \rightarrow c) \vdash (a \wedge b) \rightarrow c$
- B5.  $(a \wedge b) \rightarrow c \vdash a \rightarrow (b \rightarrow c)$
- B6.  $a \rightarrow (b \rightarrow c), b \rightarrow a \vdash b \rightarrow c$
- B7.  $p \rightarrow (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p$
- B8.  $p \rightarrow (q \rightarrow r), p, \neg r \vdash \neg q$

**C Preuves plus complexes**

Prouver les séquents suivants :

C1.  $q \rightarrow r, \neg q \rightarrow \neg p \vdash p \rightarrow r$

C2.  $(p \wedge q) \rightarrow r \vdash (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$