

Complexité

INFORMATIQUE COMMUNE - TP n° 2.2 - Olivier Reynet

À la fin de ce chapitre, je sais :

- ☞ calculer la complexité d'un algorithme simple
- ☞ donner les complexités dans le pire des cas des tris comparatifs génériques
- ☞ expliquer la différence entre le tri rapide et le tri fusion

A Complexité d'algorithmes simples

A1. Calculer la complexité de l'algorithme 1. Y-a-il un pire et un meilleur des cas?

Algorithme 1 Produit scalaire

```
1: Fonction PRODUIT_SCALAIRE( $x, y$ )                                ▷  $x$  et  $y$  sont des vecteurs à  $n$  éléments
2:    $s \leftarrow 0$ 
3:   pour  $i = 0$  à  $n - 1$  répéter
4:      $s \leftarrow s + x_i y_i$                                        ▷ coût?
5:   renvoyer  $s$ 
```

A2. Calculer la complexité de l'algorithme 2 dans le meilleur et dans le pire des cas.

Algorithme 2 Palindrome

```
1: Fonction PALINDROME( $w$ )
2:    $n \leftarrow$  la taille de la chaîne de caractères  $w$ 
3:    $i \leftarrow 0$ 
4:    $j \leftarrow n - 1$ 
5:   tant que  $i < j$  répéter
6:     si  $w[i] = w[j]$  alors
7:        $i \leftarrow i + 1$ 
8:        $j \leftarrow j - 1$ 
9:     sinon
10:      renvoyer Faux
11:   renvoyer Vrai
```

A3. Calculer la complexité de l'algorithme 3. Y-a-t-il un pire et un meilleur des cas? On fait l'hypothèse que la fonction PUISSANCE(a, b) est de complexité constante $O(1)$. Cette hypothèse vous semble-t-elle raisonnable?

Algorithme 3 Évaluation simple d'un polynôme

```
1: Fonction EVAL_POLYNÔME(p, v)
2:    $d \leftarrow$  degré de p
3:    $r \leftarrow p[0]$ 
4:   pour  $i = 0$  à  $d$  répéter
5:      $r \leftarrow r + p[i] \times \text{PUISSANCE}(v, i)$ 
6:   renvoyer r
```

A4. Utiliser la méthode de Horner (cf. algorithme 4) pour écrire un autre algorithme pour évaluer un polynôme. Quelle complexité pouvez-vous obtenir? Est-ce plus rapide?

Algorithme 4 Évaluation d'un polynôme par la méthode d'Horner

```
1: Fonction HORNER(p, d, v)
2:    $r \leftarrow p[d]$ 
3:   pour  $i = d - 1$  à  $0$  répéter
4:      $r \leftarrow r \times v$ 
5:      $r \leftarrow r + p[i]$ 
6:   renvoyer r
```

B Tri fusion

- B1. Programmer le tri fusion en Python.
- B2. Quelle est la complexité de cet algorithme? Y-a-t-il un pire et un meilleur cas?
- B3. Vérifier, en mesurant le temps d'exécution, la justesse de votre calcul précédent.

C Tri rapide

- C1. Programmer le tri rapide en Python.
- C2. Quelle est la complexité de cet algorithme? Y-a-t-il un pire et un meilleur cas?
- C3. Vérifier, en mesurant le temps d'exécution, la justesse de vos calculs précédents.