

Complexité

INFORMATIQUE COMMUNE - TP n° 2.2 - Olivier Reynet

À la fin de ce chapitre, je sais :

- ☞ calculer la complexité d'un algorithme simple
- ☞ donner les complexités dans le pire des cas des tris comparatifs génériques
- ☞ expliquer la différence entre le tri rapide et le tri fusion

A Complexité d'algorithmes simples

A1. Calculer la complexité de l'algorithme 1. Y-a-il un pire et un meilleur des cas?

Algorithme 1 Produit scalaire

```
1: Fonction PRODUIT_SCALAIRE( $x, y$ )                                ▷  $x$  et  $y$  sont des vecteurs à  $n$  éléments
2:    $s \leftarrow 0$ 
3:   pour  $i = 0$  à  $n - 1$  répéter
4:      $s \leftarrow s + x_i y_i$                                        ▷ coût?
5:   renvoyer  $s$ 
```

A2. Calculer la complexité de l'algorithme 2 dans le meilleur et dans le pire des cas.

Algorithme 2 Palindrome

```
1: Fonction PALINDROME( $w$ )
2:    $n \leftarrow$  la taille de la chaîne de caractères  $w$ 
3:    $i \leftarrow 0$ 
4:    $j \leftarrow n - 1$ 
5:   tant que  $i < j$  répéter
6:     si  $w[i] = w[j]$  alors
7:        $i \leftarrow i + 1$ 
8:        $j \leftarrow j - 1$ 
9:     sinon
10:      renvoyer Faux
11:   renvoyer Vrai
```

A3. Calculer la complexité de l'algorithme 3. Y-a-t-il un pire et un meilleur des cas? On fait l'hypothèse que la fonction $power(a,b)$ est de complexité logarithmique $O(1)$. Cette hypothèse vous semble-t-elle raisonnable?

Algorithme 3 Évaluation simple d'un polynôme

```

1: Fonction EVAL_POLYNÔME(p, v)
2:    $d \leftarrow$  degré de p
3:    $r \leftarrow p[0]$ 
4:   pour  $i = 1$  à  $d$  répéter
5:      $r \leftarrow r + p[i] \times \text{POWER}(v, i)$ 
6:   renvoyer r

```

- A4. Utiliser la méthode de Horner pour écrire un autre algorithme pour évaluer un polynôme. Quelle complexité pouvez-vous obtenir? Est-ce plus rapide?

B Tri fusion**Algorithme 4** Tri fusion

```

1: Fonction TRI_FUSION(t, g, d)
2:   si  $g < d$  alors
3:      $m \leftarrow (g+d)//2$                                 ▷ on découpe au milieu
4:     TRI_FUSION(t, g, m)
5:     TRI_FUSION(t, m+1, d)
6:     FUSION(t, g, m, d)

```

▷ Sinon on n'arrête!

- B1. Programmer le tri fusion en Python.
- B2. Quelle est la complexité de cet algorithme? Y-a-t-il un pire et un meilleur cas?
- B3. Vérifier, en mesurant le temps d'exécution, la justesse de votre calcul précédent.

Algorithme 5 Fusion de sous-tableaux triés

```
1: Fonction FUSION(t, g, m, d)
2:   ng ← m - g + 1
3:   nd ← d - m
4:   G, D ← deux tableaux de taille ng et nd
5:   pour k de 0 à ng répéter
6:     G[k] ← t[g + k]
7:   pour k de 0 à nd répéter
8:     D[k] ← t[m + 1 + k]
9:   i ← 0
10:  j ← 0
11:  k ← g
12:  tant que i < ng et j < nd répéter
13:    si G[i] ≤ D[j] alors
14:      t[k] ← G[i]
15:      i ← i + 1
16:    sinon
17:      t[k] ← D[j]
18:      j ← j + 1
19:    k ← k + 1
20:  tant que i < ng répéter
21:    t[k] ← G[i]
22:    i ← i + 1
23:    k ← k + 1
24:  tant que j < nd répéter
25:    t[k] ← D[j]
26:    j ← j + 1
27:    k ← k + 1
```

C Tri rapide

Algorithme 6 Tri rapide

```

1: Fonction TRI_RAPIDE(t, p, d)
2:   si p < d alors
3:     i_pivot ← PARTITION(t, p, d)
4:     TRI_RAPIDE(t, p, i_pivot - 1)
5:     TRI_RAPIDE(t, i_pivot + 1, d)

```

▷ Sinon on n'arrête!

Algorithme 7 Partition en deux sous-tableaux

```

1: Fonction PARTITION(t, p, d)
2:   i_pivot ← un nombre au hasard entre p et d inclus
3:   pivot ← t[i_pivot]
4:   ÉCHANGER(t, d, i_pivot)                                ▷ On met le pivot à la fin du tableau
5:   i = p - 1                                                ▷ i va pointer sur le dernier élément du premier tableau
6:   pour j = p à d - 1 répéter
7:     si t[j] ≤ pivot alors
8:       i ← i + 1
9:       ÉCHANGER(t, i, j)                                    ▷ On échange les places de t[i] et t[j]
10:  t[d] ← t[i + 1]                                          ▷ t[i + 1] appartient au tableau de droite
11:  t[i + 1] ← pivot                                         ▷ Le pivot est entre les deux tableaux
12:  renvoyer i + 1                                          ▷ La place du pivot!

```

C1. Programmer le tri rapide en Python.

C2. Quelle est la complexité de cet algorithme? Y-a-t-il un pire et un meilleur cas?

C3. Vérifier, en mesurant le temps d'exécution, la justesse de vos calculs précédents.