

## Helgirúnir

Lið rannsakenda er að rannsaka svipleika á milli runa af helgirúnum. Þau tákna hverja helgirún sem ekki neikvæða heiltölu. Til að framkvæma rannsóknina, þá nota þau eftirfarandi eiginleika um runurnar.

Fyrir fasta runu  $A$ , þá er runa  $S$  kölluð **hlutruna** í  $A$  þá og því aðeins að hægt sé að fá rununa  $S$  úr  $A$  með því að fjarlægja (mögulega engin) stök úr  $A$ .

Taflan að neðan sýnir nokkur dæmi um hlutrunur úr rununni  $A = [3, 2, 1, 2]$ .

Hlutruna	Hvernig hún er fengin úr $A$
$[3, 2, 1, 2]$	Engin stök eru fjarlæg.
$[2, 1, 2]$	$[3, 2, 1, 2]$
$[3, 2, 2]$	$[3, 2, 4, 2]$
$[3, 2]$	$[3, 2, 4, 2]$ or $[3, 2, 4, 2]$
$[3]$	$[3, 2, 4, 2]$
$[]$	$[3, 2, 4, 2]$

Á hinn máttan eru  $[3, 3]$  eða  $[1, 3]$  ekki hlutrunur úr  $A$ .

Íhugið tvær runur af helgirúnum,  $A$  og  $B$ . Hlutruna  $S$  er kölluð **sameiginleg hlutruna** af  $A$  og  $B$  þá og því aðeins að  $S$  er hlutruna í bæði  $A$  og  $B$ . Einnig segjum við að hlutruna  $U$  er **allsherja sameiginleg hlutruna** í  $A$  og  $B$  þá og því aðeins að eftirfarandi tvö skilyrði gilda:

- $U$  er sameiginleg hlutruna í  $A$  og  $B$ .
- Allar sameiginlegar hlutrunur í  $A$  og  $B$  eru einnig hlutrunur í  $U$ .

Hægt er að sýna fram á að allar runur  $A$  og  $B$  innihaldi mest eina allsherja sameiginlega hlutrunu.

Rannsakendurnir hafa fundið tvær runur af helgirúnum  $A$  og  $B$ . Runa  $A$  samanstendur af  $N$  helgirúnum og runa  $B$  samanstendur af  $M$  helgirúnum. Þú átt að hjálpa rannsakendunum að finna allsherja sameiginlega hlutrunu í rununum  $A$  og  $B$ , eða ákvarða að engin þannig runa sé til.

# Útfærslusmáatriði

Þú skalt útfæra eftirfarandi stefju.

```
std::vector<int> ucs(std::vector<int> A, std::vector<int> B)
```

- $A$ : fylki af lengd  $N$  sem lýsir fyrstu rununni.
- $B$ : fylki af lengd  $M$  sem lýsir seinni rununni.
- Ef það er til allsherja sameiginleg hlutruna í  $A$  og  $B$ , þá skal stefjan skila fylki sem inniheldur hlutrununa. Annars skal stefjan skila  $[-1]$  (fylki af lengd 1, þar sem eina stakið er  $-1$ ).
- Kallað er á stefjuna nákvæmlega einu sinni fyrir sérhvert prufutilvik.

## Takmarkanir

- $1 \leq N \leq 100\,000$
- $1 \leq M \leq 100\,000$
- $0 \leq A[i] \leq 200\,000$  fyrir sérhvert  $i$  þar sem  $0 \leq i < N$
- $0 \leq B[j] \leq 200\,000$  fyrir sérhvert  $j$  þar sem  $0 \leq j < M$

## Stigagjöf

Hópur	Stig	Frekari takmarkanir
1	3	$N = M$ ; $A$ og $B$ hvor fyrir sig samanstanda af $N$ <b>mismunandi</b> heiltölum milli 0 og $N - 1$ , þar sem báðir endapunkturarnir eru meðtalinir.
2	15	Fyrir hvaða heiltölu sem er $k$ , þá er (fjöldi staka í $A$ jafnt og $k$ ) plús (fjöldi staka í $B$ jafnt og $k$ ) í mesta lagi 3.
3	10	$A[i] \leq 1$ fyrir sérhvert $i$ þar sem $0 \leq i < N$ ; $B[j] \leq 1$ fyrir sérhvert $j$ þar sem $0 \leq j < M$
4	16	Til er allsherja sameiginleg hlutruna í $A$ og $B$ .
5	14	$N \leq 3000$ ; $M \leq 3000$
6	42	Engar frekari takmarkanir.

## Sýnidæmi

### Sýnidæmi 1

Íhugið eftirfarandi kall.

```
ucs([0, 0, 1, 0, 1, 2], [2, 0, 1, 0, 2])
```

Hérna eru sameiginlegu hlutrunurnar í  $A$  og  $B$  eftirfarandi:  $[], [0], [1], [2], [0,0], [0,1], [0,2], [1,0], [1,2], [0,0,2], [0,1,0], [0,1,2], [1,0,2]$  and  $[0,1,0,2]$ .

Þar sem  $[0,1,0,2]$  er sameiginleg hlutruna í  $A$  og  $B$ , og allar sameiginlegar hlutrunur í  $A$  og  $B$  eru hlutrunur í  $[0,1,0,2]$ , þá skilar stefjan  $[0,1,0,2]$ .

## Sýnidæmi 2

Íhugið eftirfarandi kall.

```
ucs([0, 0, 2], [1, 1])
```

Hérna eru sameiginlegu hlutrunurnar í  $A$  og  $B$  tóma hlutrunan  $[]$ . Skal því stefjan skila tóma fylkinu  $[]$ .

## Sýnidæmi 3

Íhugið eftirfarandi kall.

```
ucs([0, 1, 0], [1, 0, 1])
```

Hérna eru sameiginlegu hlutrunurnar í  $A$  og  $B$  eftirfarandi:  $[], [0], [1], [0,1]$  and  $[1,0]$ . Hægt er að sýna að allsherja sameiginleg hlutruna sé ekki til. Skal því stefjan skila  $[-1]$ .

## Sýnisyfirferðarforrit

Snið inntaks:

```
N  M
A[0] A[1] ... A[N-1]
B[0] B[1] ... B[M-1]
```

Snið úttaks:

```
T
R[0] R[1] ... R[T-1]
```

Hérna er  $R$  fylkið sem ucs skilar frá sér og  $T$  lengd þess.