

ปริศนามหาสฟิงซ์

มหาสฟิงซ์ (Great Sphinx) มีปริศนาให้คุณ คุณจะได้รับกราฟที่มี N จุดยอด แต่ละจุดยอดมีหมายเลขตั้งแต่ 0 ถึง $N - 1$ กราฟดังกล่าวมีเส้นเชื่อมจำนวน M เส้น ที่มีหมายเลขตั้งแต่ 0 ถึง $M - 1$ แต่ละเส้นเชื่อมจะเชื่อมจุดยอดสองจุดที่แตกต่างกัน โดยเชื่อมทั้งสองทิศทาง กล่าวคือ สำหรับ j ใด ๆ ตั้งแต่ 0 ถึง $M - 1$ เส้นเชื่อม j จะเชื่อมจุดยอด $X[j]$ และ $Y[j]$ จะมีเส้นเชื่อมไม่เกินหนึ่งเส้นที่เชื่อมระหว่างคู่ของจุดยอดใด ๆ เราจะกล่าวว่าจุดยอดสองจุดนั้น **ติดกัน** ถ้ามีเส้นเชื่อมบางเส้นเชื่อมจุดยอดทั้งสอง

ลำดับของจุดยอด v_0, v_1, \dots, v_k (สำหรับ $k \geq 0$) จะเรียกว่า **เส้นทาง** ถ้าทุก ๆ คู่ของจุดยอดที่ติดกัน v_l และ v_{l+1} นั้น ติดกัน (สำหรับ l ที่ $0 \leq l < k$) เราจะกล่าวว่าเส้นทาง v_0, v_1, \dots, v_k **เชื่อมต่อ** จุดยอด v_0 และ v_k ในกราฟที่คุณได้รับ จะมีบางเส้นทางที่เชื่อมต่อคู่ของจุดยอดใด ๆ

มีจำนวน $N + 1$ สี ที่มีหมายเลขตั้งแต่ 0 ถึง N สี N จะเป็นสีพิเศษ ที่เรียกว่า **สีของสฟิงซ์** จุดยอดแต่ละจุดจะมีสีกำหนดไว้ กล่าวคือ จุดยอด i (สำหรับ $0 \leq i < N$) จะมีสี $C[i]$ จุดยอดหลายจุดอาจมีสีซ้ำกันได้ และเป็นไปได้ที่บางสีจะไม่ถูกกำหนดให้กับจุดยอดใดเลย ไม่มีจุดยอดใดที่ได้รับสีของสฟิงซ์ นั่นคือ $0 \leq C[i] < N$ (สำหรับ $0 \leq i < N$)

เราจะกล่าวว่าเส้นทาง v_0, v_1, \dots, v_k (สำหรับ $k \geq 0$) **มีหนึ่งสี** (monochromatic) ถ้าทุกจุดยอดในเส้นทางดังกล่าวมีสีเดียวกัน นั่นคือ $C[v_l] = C[v_{l+1}]$ (สำหรับทุก ๆ l ที่ $0 \leq l < k$) นอกจากนี้ เราจะกล่าวว่าจุดยอด p และ q (สำหรับ $0 \leq p < N, 0 \leq q < N$) อยู่ใน **คอมโพเนนต์หนึ่งสี** (monochromatic component) อันเดียวกัน ก็ต่อเมื่อมีบางเส้นทางหนึ่งสีเชื่อมต่อจุดยอดทั้งสอง

คุณทราบจุดยอดและเส้นเชื่อมทั้งหมด แต่คุณไม่ทราบสีของแต่ละจุดยอด คุณต้องการหาว่าจุดยอดต่าง ๆ มีสีอะไรบ้าง โดยการทดลองกำหนดสี

ในการทดลองกำหนดสี คุณสามารถกำหนดสีให้กับจุดยอดที่จุดก็ได้ กล่าวคือ ในการทดลองกำหนดสี คุณจะต้องระบุอาร์เรย์ E ที่มีขนาด N โดยที่แต่ละ i (สำหรับ $0 \leq i < N$) $E[i]$ จะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง N **รวมหัวท้าย** จากนั้น สีของจุดยอด i จะเปลี่ยนเป็น $S[i]$ โดยค่าของ $S[i]$ จะเป็น:

- $C[i]$, นั่นคือ สีตั้งต้นของจุดยอด i ถ้า $E[i] = -1$ หรือ
- $E[i]$, ในกรณีอื่น ๆ

สังเกตว่า คุณสามารถใช้สีของสฟิงซ์ในการกำหนดสีใหม่ได้

สุดท้าย มหาสฟิงซ์จะประกาศจำนวนคอมโพเนนต์หนึ่งสีในกราฟ ภายหลังจากการกำหนดสีให้กับทุก ๆ จุดยอด i เป็น $S[i]$ ($0 \leq i < N$) การกำหนดสีดังกล่าวมีผลเฉพาะในการทดลองกำหนดสีครั้งนี้เท่านั้น ดังนั้น **สีของจุดยอดทั้งหมดจะเปลี่ยนกลับเป็นสีตั้งต้น**ภายหลังจากการทดลองเสร็จสิ้นแล้ว

งานของคุณคือการหาสีทั้งหมดของจุดยอดในกราฟ โดยทำการทดลองกำหนดสีได้ไม่เกิน 2 750 ครั้ง คุณจะรับคะแนนบางส่วน (partial score) ถ้าคุณสามารถระบุได้ว่าระหว่างคู่ของจุดยอดที่ติดกันทุกคู่ นั้น จุดยอดทั้งสองมีสี

เดียวกันหรือไม่

รายละเอียดการเขียนโปรแกรม

คุณจะต้องเขียนฟังก์ชันต่อไปนี้

```
std::vector<int> find_colours(int N,  
                             std::vector<int> X, std::vector<int> Y)
```

- N : จำนวนจุดยอดในกราฟ
- X, Y : อาร์เรย์ความยาว M ที่ระบุเส้นเชื่อม
- ฟังก์ชันดังกล่าวจะต้องคืนอาร์เรย์ G ที่มีความยาว N ที่แทนสีของจุดยอดในกราฟ
- ฟังก์ชันดังกล่าวจะถูกเรียกหนึ่งครั้งพอดีสำหรับแต่ละกรณีทดสอบ

ฟังก์ชันดังกล่าวสามารถเรียกใช้ฟังก์ชันด้านล่างเพื่อทำการทดลองกำหนดสี:

```
int perform_experiment(std::vector<int> E)
```

- E : อาร์เรย์ความยาว N ที่ระบุว่าจุดยอดจะถูกกำหนดสีใหม่อย่างไร
- ฟังก์ชันนี้จะคืนจำนวนคอมโพเนนต์ที่หนึ่งสีในกราฟ ภายหลังจากกำหนดสีตาม E
- สามารถเรียกฟังก์ชันนี้ได้ไม่เกิน 2 750 ครั้ง

เกรตเตอร์จะไม่ทำงานแบบ **ปรับเปลี่ยนได้** (adaptive) นั่นคือ สีของจุดยอดทั้งหมดจะถูกระบุก่อนที่จะมีการเรียกใช้ `find_colours`

เงื่อนไข

- $2 \leq N \leq 250$
- $N - 1 \leq M \leq \frac{N \cdot (N-1)}{2}$
- $0 \leq X[j] < Y[j] < N$ สำหรับแต่ละ j ที่ $0 \leq j < M$
- $X[j] \neq X[k]$ หรือ $Y[j] \neq Y[k]$ สำหรับทุก ๆ j และ k ที่ $0 \leq j < k < M$
- แต่ละคู่ของจุดยอดจะเชื่อมต่อกันด้วยบางเส้นทาง
- $0 \leq C[i] < N$ สำหรับแต่ละ i ที่ $0 \leq i < N$

ปัญหาย่อย

ปัญหาย่อย	คะแนน	เงื่อนไขเพิ่มเติม
1	3	$N = 2$
2	7	$N \leq 50$
3	33	กราฟเป็นกราฟเส้นทาง: $M = N - 1$ และจุดยอด j กับ $j + 1$ นั้นติดกัน (สำหรับ $0 \leq j < M$)
4	21	กราฟเป็นกราฟบริบูรณ์ (complete graph): $M = \frac{N \cdot (N-1)}{2}$ และจุดยอดสองจุดใดๆ จะติดกัน
5	36	ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

ในแต่ละปัญหาย่อย คุณจะได้รับคะแนนบางส่วน ถ้าโปรแกรมของคุณสามารถระบุได้อย่างถูกต้องว่าในทุก ๆ คู่ของจุดยอดที่ติดกัน จุดยอดทั้งสองมีสีเดียวกันหรือไม่

กล่าวคือ คุณจะได้คะแนนเต็มในปัญหาย่อยนี้ ถ้าในทุก ๆ กรณีสอบ อาร์เรย์ G ที่คืนค่าโดย `find_colours` นั้นเหมือนกับอาร์เรย์ C (นั่นคือ $G[i] = C[i]$ สำหรับทุก ๆ i ที่ $0 \leq i < N$) ถ้าไม่เช่นนั้น คุณจะได้คะแนน 50% ของคะแนนในปัญหาย่อย ถ้าเงื่อนไขต่อไปนี้เป็นจริง ในทุกกรณีสอบ:

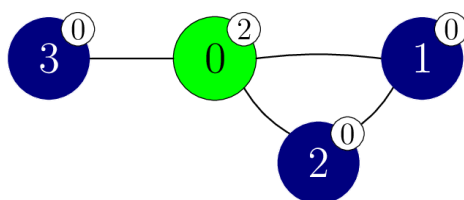
- $0 \leq G[i] < N$ สำหรับทุก ๆ i ที่ $0 \leq i < N$
- สำหรับทุก ๆ j ที่ $0 \leq j < M$:
 - $G[X[j]] = G[Y[j]]$ ก็ต่อเมื่อ $C[X[j]] = C[Y[j]]$

ตัวอย่าง

พิจารณาการเรียกฟังก์ชันดังนี้

```
find_colours(4, [0, 1, 0, 0], [1, 2, 2, 3])
```

ในตัวอย่างนี้ สมมติว่าสีของจุดยอด (ที่ถูกซ่อนไว้) ถูกระบุโดย $C = [2, 0, 0, 0]$. สถานการณ์ดังกล่าวเป็นดังภาพตัวเลขในป้ายสีขาวที่ติดกับจุดยอดแต่ละจุดระบุสีของจุดยอดดังกล่าวนี้



ฟังก์ชันสามารถเรียก `perform_experiment` ดังนี้

```
perform_experiment([-1, -1, -1, -1])
```

ในตัวอย่างนี้ ไม่มีจุดยอดใดเลยที่ถูกกำหนดสีใหม่ นั่นคือทุกจุดยอดจะมีสีเหมือนสีตั้งต้น

พิจารณาจุดยอด 1 และจุดยอด 2 ทั้งสองจุดยอดมีสี 0 และเส้นทาง 1, 2 เป็นเส้นทางหนึ่งสี ดังนั้นจุดยอด 1 และ 2 จะอยู่ในคอมโพเนนต์หนึ่งสี อันเดียวกัน

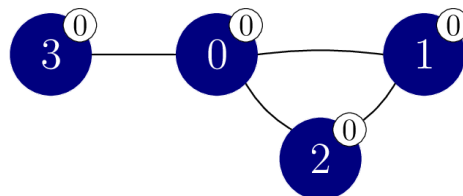
พิจารณาจุดยอด 1 และจุดยอด 3 แม้ว่าทั้งสองจุดยอดจะมีสีเดียวกันคือสี 0 แต่จุดยอดทั้งสองอยู่ในคอมโพเนนต์หนึ่งสีที่แตกต่างกัน เนื่องจากไม่มีเส้นทางหนึ่งสีที่เชื่อมต่อระหว่างทั้งสองจุด

ดังนั้น เราจะมี 3 คอมโพเนนต์หนึ่งสี ที่มีจุดยอด $\{0\}$, $\{1, 2\}$, และ $\{3\}$ ดังนั้นฟังก์ชันนี้จะคืนค่า 3

ต่อมาฟังก์ชันอาจจะเรียก `perform_experiment` ดังด้านล่าง

```
perform_experiment([0, -1, -1, -1])
```

ในตัวอย่างนี้ มีแค่จุดยอด 0 เท่านั้นที่ถูกกำหนดสีใหม่ให้เป็นสี 0 ทำให้ได้กราฟที่มีสีดังภาพ

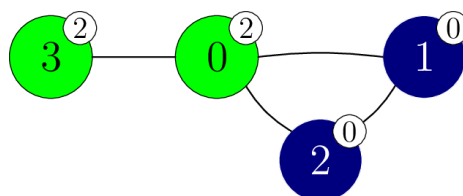


การเรียกนี้จะคืนค่า 1 เนื่องจากทุกจุดยอดจะอยู่ในคอมโพเนนต์หนึ่งสี อันเดียวกันทั้งหมด เราจึงสามารถสรุปได้ว่าจุดยอด 1, 2 และ 3 ต่างมีสี 0

หลังจากนั้น ฟังก์ชันสามารถเรียก `perform_experiment` ดังด้านล่าง

```
perform_experiment([-1, -1, -1, 2])
```

ในการเรียกนี้จุดยอด 3 ถูกกำหนดสีใหม่เป็นสี 2 ทำให้ได้สีของจุดยอดดังภาพ



การเรียกนี้จะคืนค่า 2 เนื่องจากในกราฟมีคอมโพเนนต์หนึ่งสีจำนวน 2 คอมโพเนนต์ ที่มีจุดยอด $\{0, 3\}$ และ $\{1, 2\}$ ตามลำดับ เราสามารถสรุปได้ว่าจุดยอด 0 มีสี 2

ฟังก์ชัน `find_colours` จึงคืนอาร์เรย์ $[2, 0, 0, 0]$ เนื่องจาก $C = [2, 0, 0, 0]$ คำตอบนี้จึงได้คะแนนเต็ม

สังเกตว่ามีคำตอบที่ฟังก์ชันคืนกลับไปหลายรูปแบบที่ทำให้ได้คะแนน 50% ยกตัวอย่างเช่น $[1, 2, 2, 2]$ หรือ $[1, 2, 2, 3]$

เกร็ดเดอร์ตัวอย่าง

รูปแบบข้อมูลนำเข้า:

```
N M
C[0] C[1] ... C[N-1]
X[0] Y[0]
X[1] Y[1]
...
X[M-1] Y[M-1]
```

รูปแบบข้อมูลส่งออก:

```
L Q
G[0] G[1] ... G[L-1]
```

ในที่นี้ L คือความยาวของอาร์เรย์ G ที่คืนจากฟังก์ชัน `find_colours` และ Q ระบุจำนวนครั้งของการเรียกฟังก์ชัน `perform_experiment`