Þraut Meyljónsins

Hið Mikla Meyljón er með þraut fyrir þig. Þér er gefið net með N hnútum. Hnútarnir eru númeraðir frá 0 til $N-1$. Það eru M leggir í netinu sem eru númeraðir frá 0 upp í $M-1$. Hver leggur tengir par af mismunandi hnútum og er tvístefndur. Þá sérstaklega má segja að fyrir hvert j á bilinu 0 upp í $M-1$, þar sem báðir endapunkar eru talnir með, tengir leggur j hnútana $X[j]$ og $Y[j]$. Það er mest einn leggur sem tengir hvert par af hnútum. Tveir hnútar eru sagðir vera **aðlægir** ef leggur tengir þá.

Runa af hnútum $v_0, v_1, \ldots, v_k$, þar sem $k \geq 0$, er sögð vera **leið** ef sérhverjir samliggjandi hnútar v_l og v_{l+1} eru aðlægir, fyrir sérhvert l þar sem $0 \leq l < k$. Við segjum að leið $v_0, v_1, \ldots, v_k$ **tengi** hnúta v_0 og v_k. Í netinu sem þér er gefið er sérhvert par hnúta tengt með einhverri leið.

Það eru $N+1$ litir, númeraðir frá 0 upp í N. Litur N er sérstakur og er kallaður **litur Meyljónsins**. Sérhverjum hnút er úthlutað lit. Margir hnútar geta verið litaðir með sama litnum og það geta verið einhverjir ónotaðir litir, sem er ekki úthlutað á neinn hnút. Enginn hnútur fær lit Meyljónsins, það er $0 \leq C[i] < N$ fyrir sérhvert i þar sem $0 \leq i < N$.

Leið $v_0, v_1, \ldots, v_k$, þar sem $k \geq 0$, er sögð vera **einlita** ef allir hnútarnir í leiðinni eru litaðir með sama lit, það er $C[v_l] = C[v_{l+1}]$ fyrir sérhvert l þar sem $0 \leq l < k$. Enn fremur segjum við að hnútar p og q, þar sem $0 \leq p < N$, $0 \leq q < N$, eru í sama **einlita samliggjandi þætti** þá og því aðeins ef þeir eru tengdir með einlita leið.

Þú veist hnútana og leggina en þú veist ekki hvaða lit hefur verið úthlutað á hvern hnút. Þú vilt finna liti hnútanna með því að framkvæma **endurlitunartilraunir**.

Í endurlitunartilraun máttu endurlita handahófskenndan fjölda hnúta. Þá sérstaklega til að framkvæma endurlitunartilraunir velur þú fyrst fylki E af stærð N, þar sem fyrir sérhvert i, þar sem $0 \leq i < N$, er $E[i]$ milli -1 og N, þar sem báðir endapunktar eru talnir með. Þá verður liturinn á hnút i að $S[i]$, þar sem gildið á $S[i]$ er:

- $C[i]$, það er upprunalegi liturinn á hnút i, ef $E[i] = -1$, eða
- $E[i]$, annars.

Athugaðu að þetta þýðir að þú mátt nota lit Meyljónsins í endurlituninni þinni.

Að lokum tilkynnir hið Mikla Meyljón hver fjöldi einlita samhangandi þátta er eftir að hafa stillt lit hvers hnúts i sem $S[i]$, þar sem $0 \leq i < N$. Nýja litunin er í gildi einungis fyrir þessa sérstöku endurlitunartilraun, þannig **litir allra hnúta breytast aftur í upprunalegu litina eftir að tilraunin hefur klárast**.

Verkefni þitt er að finna liti hnútanna í netinu með því að framkvæma mest $2\,750$ endurlitunartilraunir. Þú getur einnig fengið hlutstig ef þú ákvarðar rétt fyrir sérhvert par aðlægra hnúta hvort hnútarnir séu litaðir eins.

Útfærlsusmáatriði

Þú skalt útfæra eftirfarandi stefju.

```
std::vector<int> find_colours(int N,
    std::vector<int> X, std::vector<int> Y)
```

- N: fjöldi hnúta í netinu.
- X, Y: fylki af lengd N sem lýsir leggjunum.
- Stefjan skal skila fylki G af lengd N sem táknar liti hnúta netsins.
- Kallað er í stefjuna nákvæmlega einu sinni í hverju prufutilviki.

Stefjan að ofan má kalla í eftirfarandi stefju til að framkvæma endurlitunartilraunirnar:

```
int perform_experiment(std::vector<int> E)
```

- E: fylki af lengd N sem lýsir hvernig skal endurlita hnútana.
- Þessi stefja skilar fjölda einlita samhangandi þátta eftir að hafa endurlitað hnútana út frá E.
- Kalla má í þessa stefju mest $2\,750$ sinnum.

Yfirferðarforritið **aðlagar sig ekki** að útfærslu þinni. Í öðrum orðum þá er ákvarðað liti hnútanna áður en kallað er í `find_colours`.

Takmarkanir

- $2 \le N \le 250$
- $N - 1 \le M \le \frac{N \cdot (N-1)}{2}$
- $0 \le X[j] < Y[j] < N$ fyrir sérhvert j þar sem $0 \le j < M$.
- $X[j] \neq X[k]$ or $Y[j] \neq Y[k]$ fyrir sérhvert j og k þar sem $0 \le j < k < M$.
- Sérhvert par hnúta er tengt með einhverri leið.
- $0 \le C[i] < N$ fyrir sérhvert i þar sem $0 \le i < N$.

Stigagjöf

Hópur	Stig	Frekari takmarkanir
1	3	$N = 2$
2	7	$N \le 50$
3	33	Netið er leið: $M = N - 1$ og j hnútar $j + 1$ eru aðlægir þar sem $0 \le j < M$.
4	21	Netið er fulltengt: $M = \frac{N \cdot (N-1)}{2}$ og hvaða tveir hnútar sem er eru aðlægir.
5	36	Engar frekari takmarkanir.

Í sérhverjum stigahóp getur þú fengið hlutstig ef forritið þitt ákvarðar rétt fyrir sérhvert par hnúta hvort þeir séu litaðir eins.

Þá nákvæmlega færðu öll stigin fyrir stigahóp ef fylkið G sem `find_colours` skilar er nákvæmlega hið sama og fylkið C í öllum prufutilvikum innan hans. Það er $G[i] = C[i]$ fyrir öll i þar sem $0 \le i < N$. Annars færðu nákvæmlega 50% stiganna fyrir stigahóp ef eftirfarandi skilyrði standast fyrir öll prufutilvik innan hans:

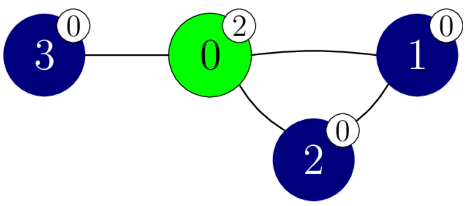
- $0 \le G[i] < N$ fyrir sérhvert i þar sem $0 \le i < N$;
- Fyrir sérhvert j þar sem $0 \le j < M$:
  - $G[X[j]] = G[Y[j]]$ þá og því aðeins ef $C[X[j]] = C[Y[j]]$.

Sýnidæmi

Íhugaðu eftirfarandi kall.

```
find_colours(4, [0, 1, 0, 0], [1, 2, 2, 3])
```

Í þessu sýnidæmi skulum við hugsa okkur að (földu) litir hnútanna séu $C = [2, 0, 0, 0]$. Þessi atburðarás er sýnd í eftirfarandi mynd. Litir eru aukalega táknaðir með tölum á hvítum merkjum sem hanga á sérhverjum hnút.



Þessi stefja gæti kallað á `perform_experiment` á eftirfarandi máta.

```
perform_experiment([-1, -1, -1, -1])
```

Í þessu kalli er ekki endurlitað neinn hnút, þannig sérhver hnútur heldur upprunalega litnum sínum.

Íhugaðu hnút 1 og hnút 2. Þeir eru báðir litaðir með lit 0 og leiðin $1, 2$ er einlita leið. Þess vegna eru hnútar 1 og 2 í sama einlita samhangandi þætti.

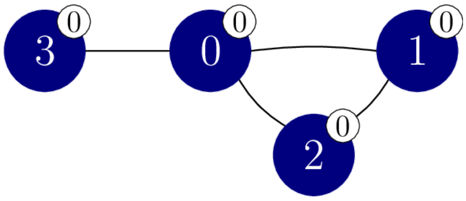
Íhugaðu hnút 1 og hnút 3. Þó að báðir hnútarnir séu litaðir með lit 0, þá eru þeir í mismunandi einlita samhangandi þáttum þar sem það er engin einlita leið sem tengir þá.

Í heildina eru 3 einlita samhangandi þættir með hnútana $\{0\}$, $\{1, 2\}$, og $\{3\}$. Því skilar þetta kall 3.

Núna getur stefjan kallað á `perform_experiment` á eftirfarandi máta.

```
perform_experiment([0, -1, -1, -1])
```

Í þessu kalli er einungis endurlitað hnút 0 sem gefur litunina sem er sýnd á eftirfarandi mynd.

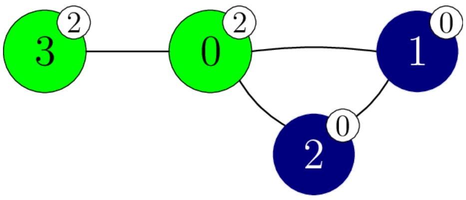


Þetta kall skilar 1, þar sem allir hnútarnir tilheyra sama einlita samhangandi þættinum. Við getum núna dregið ályktunina að hnútar 1, 2, og 3 séu litaðir með litnum 0.

Stefjan getur núna kallað á `perform_experiment` á eftirfarandi máta.

```
perform_experiment([-1, -1, -1, 2])
```

Í þessu kalli er endurlitað hnút 3 með litnum 2 sem gefur litunina sem er sýnd á eftirfarandi mynd.



Þetta kall skilar 2 þar sem það eru 2 einlita samhangandi þættir með hnútana $\{0, 3\}$ and $\{1, 2\}$. Við getum núna dregið ályktunina að hnútur 0 sé litaður með liti 2.

Stefjan `find_colours` skilar þá fylkinu $[2, 0, 0, 0]$. Þar sem $C = [2, 0, 0, 0]$ þá er gefið full stig.

Athugaðu að það eru til mörg mögulega skilagildi þar sem 50% stiganna yrðu gefin, til dæmis $[1, 2, 2, 2]$ eða $[1, 2, 2, 3]$.

Sýnisyfirferðarforrit

Snið inntaks:

```
N  M
C[0]  C[1] ... C[N-1]
X[0]  Y[0]
X[1]  Y[1]
...
X[M-1]  Y[M-1]
```

Snið úttaks:

```
L  Q
G[0]  G[1] ... G[L-1]
```

Hér er L lengdin á fylkinu G sem er skilagildi `find_colours`, og Q er fjöldi kalla í `perform_experiment`.