

# Mensagem

Aisha e Basma são duas amigas que trocam mensagens entre si. Aisha tem uma mensagem  $M$ , que é uma sequência de  $S$  bits (ou seja, zeros ou uns), que ela gostaria de enviar para Basma. Aisha se comunica com Basma enviando **pacotes**. Um pacote é uma sequência de 31 bits indexados de 0 a 30. Aisha gostaria de enviar a mensagem  $M$  para Basma enviando-lhe um certo número de pacotes.

Infelizmente, Cleópatra comprometeu a comunicação entre Aisha e Basma e é capaz de **corromper** os pacotes. Ou seja, em cada pacote Cleópatra pode modificar bits em exatamente 15 índices. Especificamente, existe um vetor  $C$  de tamanho 31, em que cada elemento é 0 ou 1, com o seguinte significado:

- $C[i] = 1$  indica que o bit com índice  $i$  pode ser alterado por Cleópatra. Nós chamamos esses índices de **controlados** por Cleópatra.
- $C[i] = 0$  indica que o bit com índice  $i$  não pode ser alterado por Cleópatra.

O vetor  $C$  contém precisamente 15 uns e 16 zeros. Ao enviar a mensagem  $M$ , o conjunto de índices controlados por Cleópatra permanece o mesmo para todos os pacotes. Aisha sabe precisamente quais 15 índices são controlados por Cleópatra. Basma só sabe que 15 índices são controlados por Cleópatra, mas ela não sabe quais índices.

Seja  $A$  um pacote que Aisha decide enviar (que chamamos de **pacote original**). Seja  $B$  o pacote que é recebido por Basma (que chamamos de **pacote corrompido**). Para cada  $i$ , tal que  $0 \leq i < 31$ :

- se Cleópatra não controla o bit com índice  $i$  ( $C[i] = 0$ ), Basma recebe o bit  $i$  enviado por Aisha ( $B[i] = A[i]$ ),
- caso contrário, se Cleópatra controla o bit com índice  $i$  ( $C[i] = 1$ ), o valor de  $B[i]$  é decidido por Cleópatra.

Imediatamente após o envio de cada pacote, Aisha é informada sobre qual é o pacote corrompido correspondente.

Depois que Aisha envia todos os pacotes, Basma recebe todos os pacotes corrompidos **na ordem em que foram enviados** e tem que reconstruir a mensagem original  $M$ .

Sua tarefa é elaborar e implementar uma estratégia que permita que Aisha envie a mensagem  $M$  para Basma, de tal modo que Basma possa recuperar  $M$  dos pacotes corrompidos.

Especificamente, você deve implementar dois procedimentos. O primeiro procedimento executa as ações de Aisha. O procedimento recebe uma mensagem  $M$  e o vetor  $C$ , e deve enviar alguns pacotes para transferir a mensagem para Basma. O segundo procedimento executa as ações de Basma. Ele recebe os pacotes corrompidos e deve recuperar a mensagem original  $M$ .

## Detalhes de implementação

O primeiro procedimento que você deve implementar é:

```
void send_message(std::vector<bool> M, std::vector<bool> C)
```

- $M$ : um vetor de tamanho  $S$  descrevendo a mensagem que Aisha quer enviar a Basma.
- $C$ : um vetor de tamanho 31 indicando os índices de bits controlados por Cleópatra.
- Este procedimento pode ser chamado **no máximo 2100 vezes** em cada caso de teste.

Este procedimento deve chamar o seguinte procedimento para enviar um pacote:

```
std::vector<bool> send_packet(std::vector<bool> A)
```

- $A$ : um pacote original (um vetor de tamanho 31) representando os bits enviados por Aisha.
- Este procedimento retorna um pacote contaminado  $B$  representando os bits que serão recebidos por Basma.
- Este procedimento pode ser chamado no máximo 100 vezes em cada invocação de `send_message`.

O segundo procedimento que você deve implementar é:

```
std::vector<bool> receive_message(std::vector<std::vector<bool>> R)
```

- $R$ : um vetor descrevendo os pacotes contaminados. Os pacotes são originários de pacotes enviados por Aisha em uma chamada `send_message` e são fornecidos **na ordem em que foram enviadas** por Aisha. Cada elemento de  $R$  é um vetor de tamanho 31, representando um pacote contaminado.
- Este procedimento deve retornar um vetor de  $S$  bits que é igual à mensagem original  $M$ .
- Este procedimento pode ser chamado **várias vezes** em cada caso de teste, **exatamente uma vez** para cada chamada `send_message` correspondente. A **ordem** das **chamadas de procedimento** `receive_message` não é necessariamente o mesmo que a ordem das chamadas `send_message` correspondentes.

Observe que no corretor de exemplo os procedimentos `send_message` e `receive_message` são chamados em **dois programas separados**.

## Restrições

- $1 \leq S \leq 1024$
- $C$  tem exatamente 31 elementos, dos quais 16 são iguais a 0 e 15 são iguais a 1.

## Subtarefas e pontuação

Se em qualquer um dos casos de teste, as chamadas ao procedimento `send_packet` não estão em conformidade com as regras mencionadas acima, ou o valor de retorno de qualquer uma das chamadas para o procedimento `receive_message` está incorreto, a pontuação da sua solução para esse caso de teste será 0.

Caso contrário, seja  $Q$  o número máximo de chamadas para o procedimento `send_packet` entre todas as invocações de `send_message` em todos os casos de teste. Adicionalmente, seja  $X$  igual a:

- 1, se  $Q \leq 66$
- $0.95^{Q-66}$ , se  $66 < Q \leq 100$

Então, a pontuação é calculada da seguinte forma:

Subtarefa	Pontuação	Restrições adicionais
1	$10 \cdot X$	$S \leq 64$
2	$90 \cdot X$	Sem restrições adicionais.

Observe que em alguns casos o comportamento do corretor pode ser **adaptativo**. Isso significa que os valores retornados por `send_packet` podem depender não apenas de seus argumentos de entrada, mas também de muitas outras coisas, incluindo as entradas e valores de retorno das chamadas anteriores para este procedimento e números pseudoaleatórios gerados pelo corretor. O corretor é **determinístico** no sentido que se você executá-lo duas vezes e em ambas as execuções você enviar os mesmos pacotes, ele fará as mesmas alterações neles.

## Exemplo

Considere a seguinte chamada.

```
send_message([0, 1, 1, 0],  
             [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,  
              1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1])
```

A mensagem que Aisha tenta enviar para Basma é  $[0, 1, 1, 0]$ . Os bits com índices de 0 a 15 não podem ser alterados por Cleópatra, enquanto os bits com índices de 16 a 30 podem ser alterados

por Cleópatra.

Para fins deste exemplo, vamos supor que o comportamento de Cleópatra preenche bits consecutivos que ela controla com 0 e 1 alternados, ou seja ela atribui 0 para o primeiro índice que ela controla (índice 16 no nosso caso), 1 para o segundo índice que ela controla (índice 17), 0 para o terceiro índice que ela controla (índice 18), e assim por diante.

Aisha pode decidir enviar dois bits da mensagem original em um pacote da seguinte maneira: ela enviará o primeiro bit nos primeiros 8 índices que ela controla e o segundo bit nos índices 8 seguintes ela controla.

Aisha então escolhe enviar o seguinte pacote:

```
send_packet([0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])
```

Observe que Cleópatra pode alterar bits com os últimos 15 índices, para que Aisha possa defini-los arbitrariamente, pois eles podem ser sobrescritos. Com a estratégia assumida por Cleópatra, o procedimento retorna:  $[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]$ .

Aisha decide enviar os dois últimos bits de  $M$  no segundo pacote de forma semelhante à anterior:

```
send_packet([1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])
```

Com a estratégia assumida por Cleópatra, o procedimento retorna:  $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]$ .

Aisha pode enviar mais pacotes, mas ela decide não fazê-lo.

O corretor então faz a seguinte chamada de procedimento:

```
receive_message([[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0],
[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]])
```

Basma recupera a mensagem  $M$  da seguinte forma. De cada pacote ela pega o primeiro bit que ocorre duas vezes seguidas, e o último bit que ocorre duas vezes seguidas. Ou seja, do primeiro pacote ela pega os bits  $[0, 1]$  e do segundo pacote ela pega os bits  $[1, 0]$ . Ao juntá-los, ela recupera a mensagem  $[0, 1, 1, 0]$ , que é o valor de retorno correto para esta chamada para `receive_message`.

Pode-se demonstrar que com a estratégia assumida por Cleópatra e para mensagens de tamanho 4, esta abordagem de Basma recupera corretamente  $M$ , independentemente do valor de  $C$ . Contudo, isso não é correto no caso geral.

## Corretor de Exemplo

O corretor de exemplo não é adaptivo. Em vez disso, o comportamento de Cleópatra preenche bits consecutivos que ela controla com bits 0 e 1 alternados, conforme descrito no exemplo acima.

Formato de entrada: **A primeira linha da entrada contém um inteiro  $T$ , especificando o número de cenários.** Os cenários  $T$  são os seguintes. Cada um deles é fornecido no seguinte formato:

```
S
M[0] M[1] ... M[S-1]
C[0] C[1] ... C[30]
```

Formato de saída: O corretor de exemplo escreve o resultado de cada um dos cenários  $T$  na mesma ordem em que são fornecidos na entrada no seguinte formato:

```
KL
D[0] D[1] ... D[L-1]
```

Aqui,  $K$  é o número de chamadas para `send_packet`,  $D$  é a mensagem retornada por `receive_message` e  $L$  é seu tamanho.