

# Hieroglyfit

Tutkijaryhmä tutkii hieroglyfijonojen välisiä yhtäläisyyksiä. He kuvaavat jokaista hieroglyfiä ei-negatiivisella kokonaisluvulla. Suorittaakseen tutkimuksensa he käyttävät seuraavia käsitteitä jonoista.

Määrätylle jonolle  $A$ , jonoa  $S$  kutsutaan  $A$ :n **alijonoksi**, jos ja vain jos  $S$  voidaan saada poistamalla joitakin alkioita (mahdollisesti ei yhtään)  $A$ :sta.

Alla olevassa taulukossa on esimerkkejä jonon  $A = [3, 2, 1, 2]$  alijonoista.

Jono	Kuinka sen saa $A$ :sta
$[3, 2, 1, 2]$	Alkioita ei poisteta.
$[2, 1, 2]$	$[3, 2, 1, 2]$
$[3, 2, 2]$	$[3, 2, 4, 2]$
$[3, 2]$	$[3, 2, 4, 2]$ tai $[3, 2, 4, 2]$
$[3]$	$[3, 2, 4, 2]$
$[\ ]$	$[3, 2, 4, 2]$

Toisaalta  $[3, 3]$  tai  $[1, 3]$  eivät ole  $A$ :n alijonoja.

Tarkastellaan kahta hieroglyfijonoa,  $A$  ja  $B$ . Jonoa  $S$  kutsutaan  $A$  ja  $B$ :n **yhteiseksi alijonoksi**, jos ja vain jos  $S$  on sekä  $A$  että  $B$  alijono. Lisäksi sanomme, että jono  $U$  on  $A$  ja  $B$  **yleinen yhteinen alijono**, jos ja vain jos seuraavat kaksi ehtoa täyttyvät:

- $U$  on  $A$ :n ja  $B$ :n yhteinen alijono.
- Jokainen  $A$ :n ja  $B$ :n yhteinen alijono on myös  $U$ :n alijono.

Voidaan osoittaa, että millä tahansa alijonolla  $A$  ja  $B$  on enintään yksi yleinen yhteinen alijono.

Tutkijat ovat löytäneet kaksi hieroglyfijonoa  $A$  ja  $B$ . Jono  $A$  koostuu  $N$  hieroglyfistä ja jono  $B$  koostuu  $M$  hieroglyfistä. Auta tutkijoita laskemaan jonojen  $A$  ja  $B$  yleinen yhteinen alijono, tai määrittämään, että tällaista jonoa ei ole olemassa.

# Toteutuksen yksityiskohdat

Sinun tulee toteuttaa seuraava funktio.

```
std::vector<int> ucs(std::vector<int> A, std::vector<int> B)
```

- $A$ :  $N$ :n alkion pituinen taulukko, joka kuvaa ensimmäistä jonoa.
- $B$ :  $M$ :n alkion pituinen taulukko, joka kuvaa toista jonoa.
- Jos  $A$ :lle ja  $B$ :lle on olemassa yleinen yhteinen alijono, funktion tulee palauttaa taulukko, joka sisältää tämän jonon. Muussa tapauksessa funktion tulee palauttaa  $[-1]$  (taulukko, jonka pituus on 1 ja ainoa elementti on  $-1$ ).
- Tätä funktiota kutsutaan täsmälleen kerran jokaisessa testitapauksessa.

## Rajat

- $1 \leq N \leq 100\,000$
- $1 \leq M \leq 100\,000$
- $0 \leq A[i] \leq 200\,000$  kaikilla  $i$  siten, että  $0 \leq i < N$
- $0 \leq B[j] \leq 200\,000$  kaikilla  $j$  siten, että  $0 \leq j < M$

## Osatehtävät

Osatehtävä	Pisteet	Lisäehdot
1	3	$N = M$ ; jokainen $A$ ja $B$ sisältää $N$ <b>uniikkia</b> kokonaislukua väliltä 0 ja $N - 1$ (inklusiivinen)
2	15	Kaikilla $k$ , ( $A$ :n alkioden määrä, jotka ovat yhtä suuria kuin $k$ ) plus ( $B$ :n alkioden määrä, jotka ovat yhtä suuria kuin $k$ ) on korkeintaan 3.
3	10	$A[i] \leq 1$ kaikilla $i$ siten, että $0 \leq i < N$ ; $B[j] \leq 1$ kaikilla $j$ siten, että $0 \leq j < M$
4	16	On olemassa yleinen yhteinen alijono $A$ :n ja $B$ :n välillä.
5	14	$N \leq 3000$ ; $M \leq 3000$
6	42	Ei lisäehtoja.

## Esimerkit

### Esimerkki 1

Tarkastellaan seuraavaa kutsua.

```
ucs([0, 0, 1, 0, 1, 2], [2, 0, 1, 0, 2])
```

Tässä  $A$ :n ja  $B$ :n yleiset alijonot ovat seuraavat:  $[], [0], [1], [2], [0,0], [0,1], [0,2], [1,0], [1,2], [0,0,2], [0,1,0], [0,1,2], [1,0,2]$  ja  $[0,1,0,2]$ .

Koska  $[0,1,0,2]$  on  $A$ :n ja  $B$ :n yleinen alijono, ja kaikki yleiset  $A$ :n ja  $B$ :n alijonot ovat  $[0,1,0,2]$ :n alijonoja, funktion tulee palauttaa  $[0,1,0,2]$ .

## Esimerkki 2

Tarkastellaan seuraavaa kutsua.

```
ucs([0, 0, 2], [1, 1])
```

Tässä ainoa yhteinen alijono  $A$ :n ja  $B$ :n on tyhjä alijono  $[]$ . Tästä seuraa, että funktion tulee palauttaa tyhjä taulukko  $[]$ .

## Esimerkki 3

Tarkastellaan seuraavaa kutsua.

```
ucs([0, 1, 0], [1, 0, 1])
```

Tässä  $A$ :n ja  $B$ :n yhteiset alijonot ovat  $[], [0], [1], [0,1]$  ja  $[1,0]$ . Voidaan osoittaa, että yleistä yhteistä alijonoa ei ole olemassa. Siksi funktion tulee palauttaa  $[-1]$ .

## Esimerkki testijärjestelmästä

Syötteen muoto:

```
N  M
A[0] A[1] ... A[N-1]
B[0] B[1] ... B[M-1]
```

Tulosteen muoto:

```
T
R[0] R[1] ... R[T-1]
```

Tässä  $R$  on funktion `ucs` palauttama taulukko ja  $T$  on sen pituus.