

# Mozaika

Salma plánuje obarvit hliněnou mozaiku na zdi. Mozaika je  $N \times N$  mřížka, vyrobená z  $N^2$  na začátku neobarvených dlaždiček. Řádky mozaiky jsou očíslované od 0 do  $N - 1$  svrchu dolů, a sloupce jsou očíslované od 0 do  $N - 1$  zleva doprava. Dlaždičku v řádku  $i$  a sloupci  $j$  ( $0 \leq i < N$ ,  $0 \leq j < N$ ) značíme  $(i, j)$ . Každá dlaždička může být obarvena bíle (značíme 0), nebo černě (značíme 1).

Aby obarvila mozaiku, Salma si nejprve vybere dvě pole  $X$  a  $Y$  délky  $N$ , každé skládající se z hodnot 0 a 1, kde  $X[0] = Y[0]$ . Dlaždičky vrchní řady (řady 0) obarví podle pole  $X$  tak, že barva dlaždičky  $(0, j)$  je  $X[j]$  ( $0 \leq j < N$ ). Dále, dlaždičky nejlevějšího sloupce (sloupce 0) obarví podle pole  $Y$  tak, že barva dlaždičky  $(i, 0)$  je  $Y[i]$  ( $0 \leq i < N$ ).

Potom opakuje následující kroky, dokud všechny dlaždičky nejsou nabarvené:

- Najde libovolnou *neobarvenou* dlaždičku  $(i, j)$  takovou, že její horní soused (dlaždička  $(i - 1, j)$ ) a levý soused (dlaždička  $(i, j - 1)$ ) jsou obě *již obarvené*.
- Dále, obarví dlaždičku  $(i, j)$  černě, pokud oba tito sousedé jsou bílí, jinak tuto dlaždičku obarví bíle.

Lze dokázat, že závěrečné obarvení dlaždiček nezáleží na pořadí, v jakém je Salma barví.

Yasmin je velmi zvědavá ohledně barev dlaždiček v mozaice. Ptá se Salmy na  $Q$  dotazů očíslovaných od 0 do  $Q - 1$ . V dotazu  $k$  ( $0 \leq k < Q$ ), Yasmin určí obdélník daný:

- Jeho vrchním řádkem  $T[k]$  a spodním řádkem  $B[k]$  ( $0 \leq T[k] \leq B[k] < N$ ).
- Jeho nejlevějším sloupcem  $L[k]$  a nejpravějším sloupcem  $R[k]$  ( $0 \leq L[k] \leq R[k] < N$ ).

Odpovědí na tento dotaz je počet černých dlaždiček v tomto podobdélníku. Konkrétně, Salma by měla zjistit, kolik existuje dlaždiček  $(i, j)$  takových, že  $T[k] \leq i \leq B[k]$ ,  $L[k] \leq j \leq R[k]$ , a barva dlaždičky  $(i, j)$  je černá.

Napište program zodpovídající dotazy od Yasmin.

## Implementační detaily

Vaším úkolem je implementovat následující funkci.

```
std::vector<long long> mosaic(
    std::vector<int> X, std::vector<int> Y,
    std::vector<int> T, std::vector<int> B,
    std::vector<int> L, std::vector<int> R)
```

- $X, Y$ : pole délky  $N$  popisující barvy dlaždiček ve vrchním řádku a nejlevějším sloupci (v tomto pořadí).
- $T, B, L, R$ : pole délky  $Q$  popisující dotazy od Yasmin.
- Tato funkce by měla vrátit pole  $C$  délky  $Q$ , kde  $C[k]$  je odpověď na dotaz  $k$  ( $0 \leq k < Q$ ).
- Tato funkce je zavolána právě jednou pro každý vstup.

## Omezení

- $1 \leq N \leq 200\,000$
- $1 \leq Q \leq 200\,000$
- $X[i] \in \{0, 1\}$  a  $Y[i] \in \{0, 1\}$  pro každé  $i$  takové, že  $0 \leq i < N$
- $X[0] = Y[0]$
- $0 \leq T[k] \leq B[k] < N$  a  $0 \leq L[k] \leq R[k] < N$  pro každé  $k$  takové, že  $0 \leq k < Q$

## Podúlohy

Podúloha	Počet bodů	Dodatečná omezení
1	5	$N \leq 2; Q \leq 10$
2	7	$N \leq 200; Q \leq 200$
3	7	$T[k] = B[k] = 0$ (pro každé $k$ takové, že $0 \leq k < Q$ )
4	10	$N \leq 5000$
5	8	$X[i] = Y[i] = 0$ (pro každé $i$ takové, že $0 \leq i < N$ )
6	22	$T[k] = B[k]$ a $L[k] = R[k]$ (pro každé $k$ takové, že $0 \leq k < Q$ )
7	19	$T[k] = B[k]$ (pro každé $k$ takové, že $0 \leq k < Q$ )
8	22	Žádná další omezení.

## Příklad

Uvažujme následující zavolání.

```
mosaic([1, 0, 1, 0], [1, 1, 0, 1], [0, 2], [3, 3], [0, 0], [3, 2])
```

Tento příklad je ilustrován na obrázcích níže. Levý obrázek zobrazuje barvy dlaždiček v mozaice. Prostřední a pravý obrázek ukazují podobdélíky, na které se Yasmin ptala v prvním a druhém dotazu.

	0	1	2	3
0	1	0	1	0
1	1	0	0	1
2	0	1	0	0
3	1	0	1	0

	0	1	2	3
0	1	0	1	0
1	1	0	0	1
2	0	1	0	0
3	1	0	1	0

	0	1	2	3
0	1	0	1	0
1	1	0	0	1
2	0	1	0	0
3	1	0	1	0

Odpovědi na tyto dotazy (tedy počet jedniček v šedých obdélnících) jsou 7 a 3 (v tomto pořadí). Tedy, funkce by měla vrátit `[7, 3]`.

## Ukázkový grader

Formát vstupu:

```
N
X[0] X[1] ... X[N-1]
Y[0] Y[1] ... Y[N-1]
Q
T[0] B[0] L[0] R[0]
T[1] B[1] L[1] R[1]
...
T[Q-1] B[Q-1] L[Q-1] R[Q-1]
```

Formát výstupu:

```
C[0]
C[1]
...
C[S-1]
```

Zde  $S$  je délka pole  $C$  vráceného `mosaic`.