

## Hieroglyfy

Skupina výskumníkov študuje podobnosti medzi postupnosťami hieroglyfov. Každý hieroglyf označujú nezáporným celým číslom.

Pre danú postupnosť  $A$  a postupnosť  $S$  nazýva **podpostupnosť** postupnosti  $A$  práve vtedy, keď je možné postupnosť  $S$  vytvoriť z postupnosti  $A$  odstránením niektorých jej prvkoch (vrátane žiadneho).

Tabuľka nižšie ukazuje niektoré podpostupnosti postupnosti  $A = [3, 2, 1, 2]$ .

Podpostupnosť	Ako ju môžeme dosiahnuť z postupnosti $A$
$[3, 2, 1, 2]$	Nebol odstránený žiadny prvok.
$[2, 1, 2]$	$[3, 2, 1, 2]$
$[3, 2, 2]$	$[3, 2, 4, 2]$
$[3, 2]$	$[3, 2, 4, 2]$ alebo $[3, 2, 4, 2]$
$[3]$	$[3, 2, 4, 2]$
$[1]$	$[3, 2, 4, 2]$

Postupnosti  $[3, 3]$  a  $[1, 3]$  nie sú podpostupnosťami vyššie uvedenej postupnosti  $A$ .

Uvažujme dve postupnosti hieroglyfov  $A$  a  $B$ . Postupnosť  $S$  sa nazýva **spoločná podpostupnosť** postupností  $A$  a  $B$  práve vtedy, keď  $S$  je podpostupnosťou  $A$  a zároveň je aj podpostupnosťou  $B$ . Postupnosť  $U$  nazývame **univerzálnou spoločnou podpostupnosťou** postupností  $A$  a  $B$  práve vtedy, keď platia nasledovné podmienky:

- $U$  je spoločná podpostupnosť postupností  $A$  a  $B$ .
- každá spoločná podpostupnosť postupností  $A$  a  $B$  je taktiež podpostupnosťou postupnosti  $U$ .

Dá sa dokázať, že ľubovoľné dve postupnosti  $A$  a  $B$  majú *najviac jednu* univerzálnu spoločnú podpostupnosť.

Výskumníci objavili dve postupnosti hieroglyfov  $A$  a  $B$ . Postupnosť  $A$  pozostáva z  $N$  hieroglyfov a postupnosť  $B$  z  $M$  hieroglyfov. Pomôžte výskumníkovi spočítať univerzálnu spoločnú

podpostupnosť postupností  $A$  a  $B$ , resp. určte, že žiadna univerzálna spoločná podpostupnosť neexistuje.

## Implementačné detaily

Implementujte nasledovnú funkciu:

```
std::vector<int> ucs(std::vector<int> A, std::vector<int> B)
```

- $A$ : pole dĺžky  $N$  popisujúce prvú postupnosť.
- $B$ : pole dĺžky  $M$  popisujúce druhú postupnosť.
- Ak univerzálna spoločná podpostupnosť postupností  $A$  a  $B$  existuje, funkcia má vrátiť pole obsahujúce túto podpostupnosť. V opačnom prípade má vrátiť  $[-1]$ , teda jednoprvkové pole obsahujúce hodnotu  $-1$ .
- Táto funkcia je zavolaná práve raz pre každý vstup.

## Obmedzenia

- $1 \leq N \leq 100\,000$
- $1 \leq M \leq 100\,000$
- $0 \leq A[i] \leq 200\,000$  pre každé  $i$  také, že  $0 \leq i < N$
- $0 \leq B[j] \leq 200\,000$  pre každé  $j$  také, že  $0 \leq j < M$

## Podúlohy

Podúloha	Body	Dodatočné obmedzenia
1	3	$N = M$ ; každá z postupností $A$ a $B$ obsahuje $N$ rôznych celých čísel z rozsahu $0$ až $N - 1$ (vrátane)
2	15	Pre každé celé číslo $k$ platí, že (počet prvkov postupnosti $A$ rovnajúcich sa hodnote $k$ ) plus (počet prvkov postupnosti $B$ rovnajúcich sa hodnote $k$ ) je najviac 3.
3	10	$A[i] \leq 1$ pre každé $i$ také, že $0 \leq i < N$ ; $B[j] \leq 1$ pre každé $j$ také, že $0 \leq j < M$
4	16	Univerzálna spoločná podpostupnosť postupností $A$ a $B$ existuje.
5	14	$N \leq 3000$ ; $M \leq 3000$
6	42	Bez dodatočných obmedzení.

## Príklady

### Príklad 1

Uvažujme nasledovné volanie:

```
ucs([0, 0, 1, 0, 1, 2], [2, 0, 1, 0, 2])
```

V tomto prípade sú spoločné podpostupnosti postupností  $A$  a  $B$ :  $[], [0], [1], [2], [0,0], [0,1], [0,2], [1,0], [1,2], [0,0,2], [0,1,0], [0,1,2], [1,0,2]$  a  $[0,1,0,2]$ .

Keďže  $[0,1,0,2]$  je spoločná podpostupnosť postupností  $A$  a  $B$  a zároveň všetky spoločné podpostupnosti postupností  $A$  a  $B$  sú podpostupnosťou postupnosti  $[0,1,0,2]$ , funkcia má vrátiť pole  $[0,1,0,2]$ .

### Príklad 2

Uvažujme nasledovné volanie:

```
ucs([0, 0, 2], [1, 1])
```

V tomto prípade jedinou spoločnou podpostupnosťou postupností  $A$  a  $B$  je prázdna postupnosť  $[]$ . To znamená, že funkcia má vrátiť prázdne pole  $[]$ .

### Príklad 3

Uvažujme nasledovné volanie:

```
ucs([0, 1, 0], [1, 0, 1])
```

V tomto prípade spoločné podpostupnosti postupností  $A$  a  $B$  sú  $[], [0], [1], [0,1]$  a  $[1,0]$ . Dá sa ukázať, že univerzálna spoločná podpostupnosť v tomto prípade neexistuje. Funkcia má preto vrátiť pole  $[-1]$ .

## Vzorový testovač

Formát vstupu:

```
N M
A[0] A[1] ... A[N-1]
B[0] B[1] ... B[M-1]
```

Formát výstupu:

```
T
R[0] R[1] ... R[T-1]
```

$R$  je pole vrátené funkciou `ucs` a  $T$  je jeho dĺžka.