Машинное обучение:
Линейный модели классификации и регрессии

MADE academy
Эмели Драль

Алгоритмы машинного обучения

1. **Обучение с учителем: линейные модели**
2. Обучение с учителем: модели на основе деревьев и композиции
3. Обучение с учителем: нейросетевые модели
4. Обучение без учителя: обзор методов
5. (optional) Рекомендательные системы
6. (optional) Обучение с подкреплением

План занятия

1. Линейные модели: интуиция
2. Формализация линейной модели
3. Построение линейной модели
4. Часто используемые линейные модели

Линейные модели: интуиция

Линейные модели: интуиция

Линейная модель

Стоит ли занимать очередь в банке?

Пример: занимать ли очередь в банке?

Признаки (1/0)

Вы свободны в данный момент

Вы голодны

Вам хочется спать

В очереди меньше 3х человек

Пример: занимать ли очередь в банке?

Признаки (1/0)

+1

Вы свободны в данный момент

Вы голодны

Вам хочется спать

В очереди меньше 3х человек

Пример: занимать ли очередь в банке?

Признаки (1/0)

+1

Вы свободны в данный момент

-2

Вы голодны

Вам хочется спать

В очереди меньше 3х человек

Пример: занимать ли очередь в банке?

Признаки (1/0)

+1

Вы свободны в данный момент

-2

Вы голодны

-3

Вам хочется спать

В очереди меньше 3х человек

Пример: занимать ли очередь в банке?

Признаки (1/0)

+1

Вы свободны в данный момент

-2

Вы голодны

-3

Вам хочется спать

+4

В очереди меньше 3х человек

Пример: занимать ли очередь в банке?

Линейные модели

Порог для решающего правила: 0
Если сумма больше 0 – занимаем очередь!

Линейные модели: интуиция

Формализуем модель

$$a(x) = \begin{cases} 1, \text{если } f(x) \geq 0 \\ -1, \text{если } f(x) < 0 \end{cases}$$

$$\mathrm{f(x)} = \mathrm{w_0} + \mathrm{w_1 x_1} + \dots + \mathrm{w_n x_n}$$

Линейные модели: интуиция

Формализуем модель

$$a(x) = \begin{cases} 1, \text{если } f(x) \geq 0 \\ -1, \text{если } f(x) < 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{f(x) = w_0 + w_1 x_1 + \dots + w_n x_n} =$$
$$<\mathbf{w,x}> + \mathbf{w_0}$$

Введём фиктивный признак x_0, равный 1 на всех объектах

$$\mathbf{f(x) = < w, x >}$$

Пример: скоринговые карты

Показатель	Диапазон значений
Возраст заёмщика	До 35 лет
	От 35 до 45 лет
	От 45 и старше
Образование	Высшее
	Среднее специальное
	Среднее
Состоит ли в браке	Да
	Нет
Наличие кредита в прошлом	Да
	Нет
Стаж работы	До 1 года
	От 1 до 3 лет
	От 3 до 6 лет
	Свыше 6 лет
Наличие автомобиля	Да
	Нет

Пример: скоринговые карты

Показатель	Диапазон значений	Скоринг-балл
Возраст заёмщика	До 35 лет	7,60
	От 35 до 45 лет	29,68
	От 45 и старше	15,87
Образование	Высшее	29,82
	Среднее специальное	20,85
	Среднее	22,71
Состоит ли в браке	Да	29,46
	Нет	9,38
Наличие кредита в прошлом	Да	40,55
	Нет	13,91
Стаж работы	До 1 года	15,00
	От 1 до 3 лет	18,14
	От 3 до 6 лет	19,85
	Свыше 6 лет	23,74
Наличие автомобиля	Да	51,69
	Нет	15,93

Пример: скоринговые карты

Почему нельзя продолжать так же?

- Сложно настраивать вручную
- Требуется эксперт в области
- Требуется проверка на данных, уточнение (калибровка) весов

Пример: скоринговые карты

Почему нельзя продолжать так же?

- Сложно настраивать вручную
- Требуется эксперт в области
- Требуется проверка на данных, уточнение (калибровка) весов

Решение

Автоматизируем подбор параметров: придумаем функцию от параметров, которую надо минимизировать, и используем методы численной оптимизации

Пример: скоринговые карты

Почему нельзя продолжать так же?

- Сложно настраивать вручную
- Требуется эксперт в области
- Требуется проверка на данных, уточнение (калибровка) весов

Решение

Автоматизируем подбор параметров: придумаем функцию от параметров – Q(a), которую надо минимизировать Q(a)->min, и используем методы численной оптимизации

Формализация линейной модели

Линейные модели: формализация

Линейная регрессия

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

Линейные модели: формализация

Линейная регрессия

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

А как получить ответ в задаче классификации?

Линейные модели: формализация

Линейная классификация

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

А как получить ответ в задаче классификации?

- Выберем метки класса 1 и -1 для удобства
- Формализуем пороговое решающее правило

$$a(x) = sign(\langle w, x \rangle + w_0)$$

Если скалярное произведение неотрицательное – класс 1, в противном случае класс -1

Линейные модели: формализация

Интерпретация

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

- Абсолютные значения весов $w_1, \ldots w_n$ – можно интерпретировать как важность признаков

- Знак можно интерпретировать как класс, за который "голосует" признак

*для данной интерпретации признаки должны быть откалиброваны или бинаризованы, об этом позднее

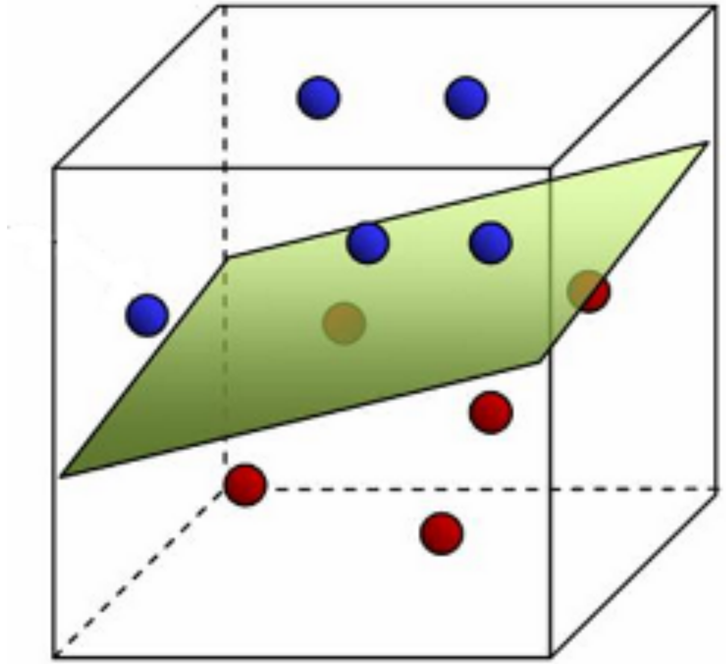
Линейные модели: формализация

Геометрическая интерпретация

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

Веса задают гиперплоскость, разделяющую классы

$$a(x) = \begin{cases} 1, \text{если } f(x) > 0 \\ -1, \text{если } f(x) \leq 0 \end{cases}$$



Линейные модели: формализация

Геометрическая интерпретация

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

Веса задают гиперплоскость, разделяющую классы.

Откуда берется гиперплоскость?

Пусть веса w известны.
Какие x удовлетворяют уравнению $\langle w, x \rangle = 0$?

Линейные модели: формализация

Геометрическая интерпретация

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

Веса задают гиперплоскость, разделяющую классы.

Откуда берется гиперплоскость?

$x = (x_1, \dots, x_d)$

$w = (w_1, \dots, w_d)$

Пусть веса w известны.
Какие x удовлетворяют уравнению $\langle w, x \rangle = 0$?

$$\langle w, x \rangle = \|w\| \, \|x\| \cos \alpha = 0 \, ,$$

Значит, если оба вектора не нулевые:

$$\cos \alpha = 0$$

$$\alpha = 90^\circ$$

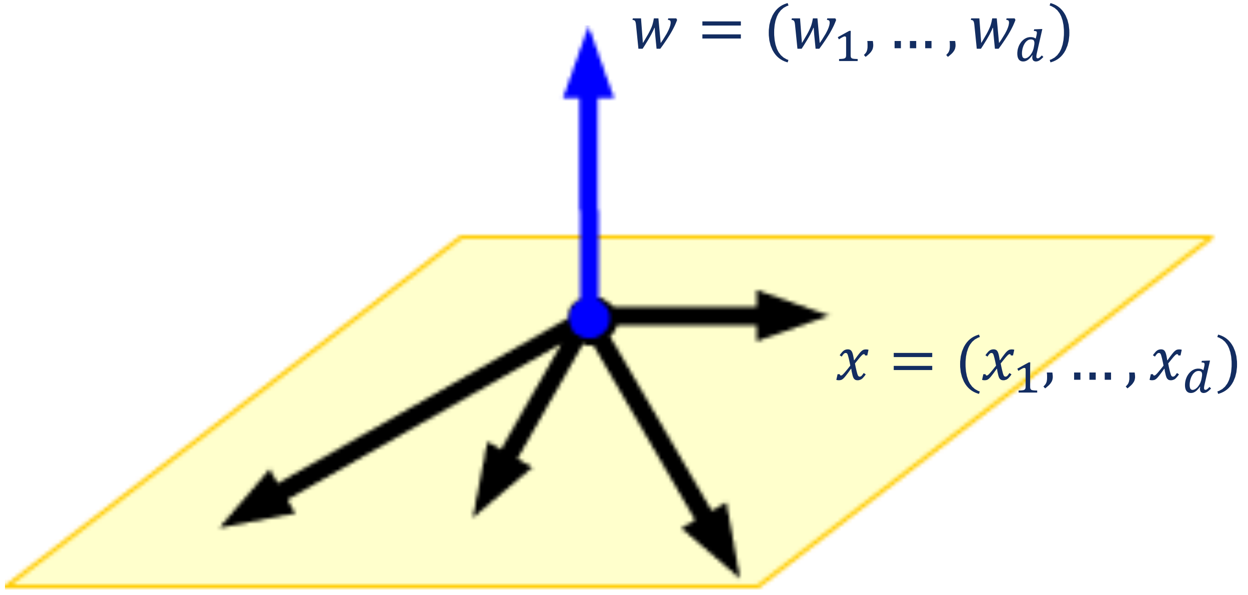
Линейные модели: формализация

Геометрическая интерпретация

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

Веса задают гиперплоскость, разделяющую классы.

Откуда берется гиперплоскость?



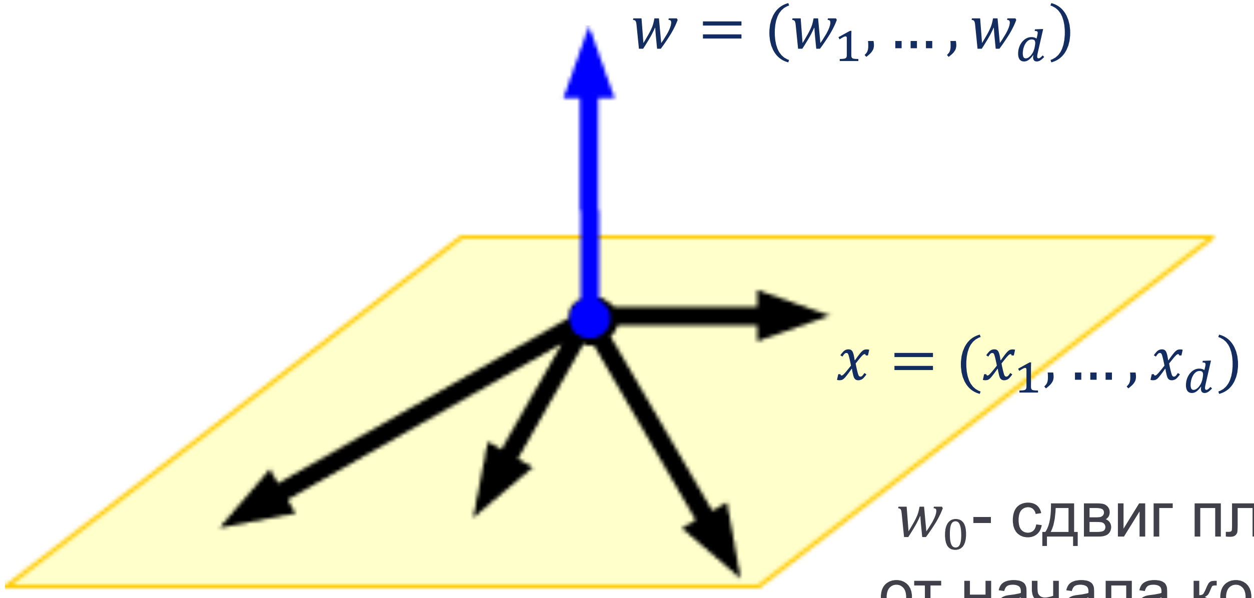
Линейные модели: формализация

Геометрическая интерпретация

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

Веса задают гиперплоскость, разделяющую классы.

Откуда берется гиперплоскость?



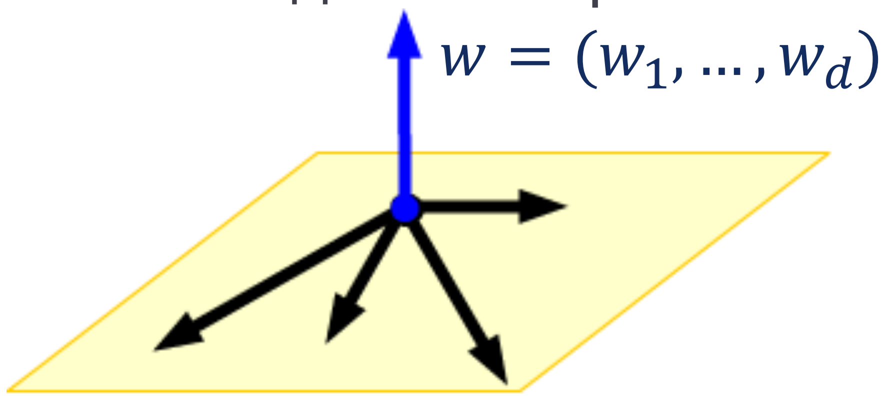
w_0- сдвиг плоскости от начала координат по направлению *w*

Линейные модели: формализация

Геометрическая интерпретация

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

Веса задают гиперплоскость, разделяющую классы.



- Если объект “над” гиперплоскостью, то его вектор и вектор w смотрят в одну сторону, скалярное произведение положительное
- Если объект с другой стороны от гиперплоскости – скалярное произведение отрицательное

Линейные модели: формализация

Понятие отступа (margin)

Отступом алгоритма $a(x) = sign(f(x))$ на объекте x_i называется величина

$$M_i = y_i f(x_i)$$

(y_i - класс, к которому относится x_i)

$$M_i \leq 0 \Leftrightarrow y_i \neq a(x_i)$$
$$M_i > 0 \Leftrightarrow y_i = a(x_i)$$

Линейные модели: формализация

Понятие отступа (margin)

Отступом алгоритма $a(x) = sign(f(x))$ на объекте x_i называется величина

$$M_i = y_i f(x_i)$$

(y_i - класс, к которому относится x_i)

$$M_i \leq 0 \Leftrightarrow y_i \neq a(x_i)$$
$$M_i > 0 \Leftrightarrow y_i = a(x_i)$$

Чем больше M_i – тем увереннее классификация

Линейные модели: формализация

Зная отступы, оценим потери

$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n} [M_i(w) < 0]$$

Линейные модели: формализация

Зная отступы, оценим потери

$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n} [M_i(w) < 0]$$

- $Q(a(w))$– эмпирические риск
- хотелось бы найти такие w, чтобы $Q(a(w))$ -> min

Линейные модели: формализация

Зная отступы, оценим потери

$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n}[M_i(w) < 0] \leq \tilde{Q}\big(a(w)\big) = \sum_{i=1}^{n} L_i\big(M(w)\big) \to min$$

- $Q(a(w))$ – эмпирические риск
- $\tilde{Q}\big(a(w)\big)$ – функция потерь

Линейные модели: формализация

Знаая отступы, оценим потери

$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n}[M_i(w) < 0] \leq \tilde{Q}\big(a(w)\big) = \sum_{i=1}^{n} L_i\big(M(w)\big) \rightarrow min$$

- $Q(a(w))$ – эмпирические риск
- $\tilde{Q}\big(a(w)\big)$ - функция потерь

Теперь вместо задачи дискретной оптимизации мы решаем задачу непрерывной оптимизации! А значит можем использовать удобный аппарат для оптимизации (т.е. для обучения модели).

Линейные модели: построение

Линейные модели: построение

Задача оптимизации

$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n} L\big(M_i(w)\big) \to min$$

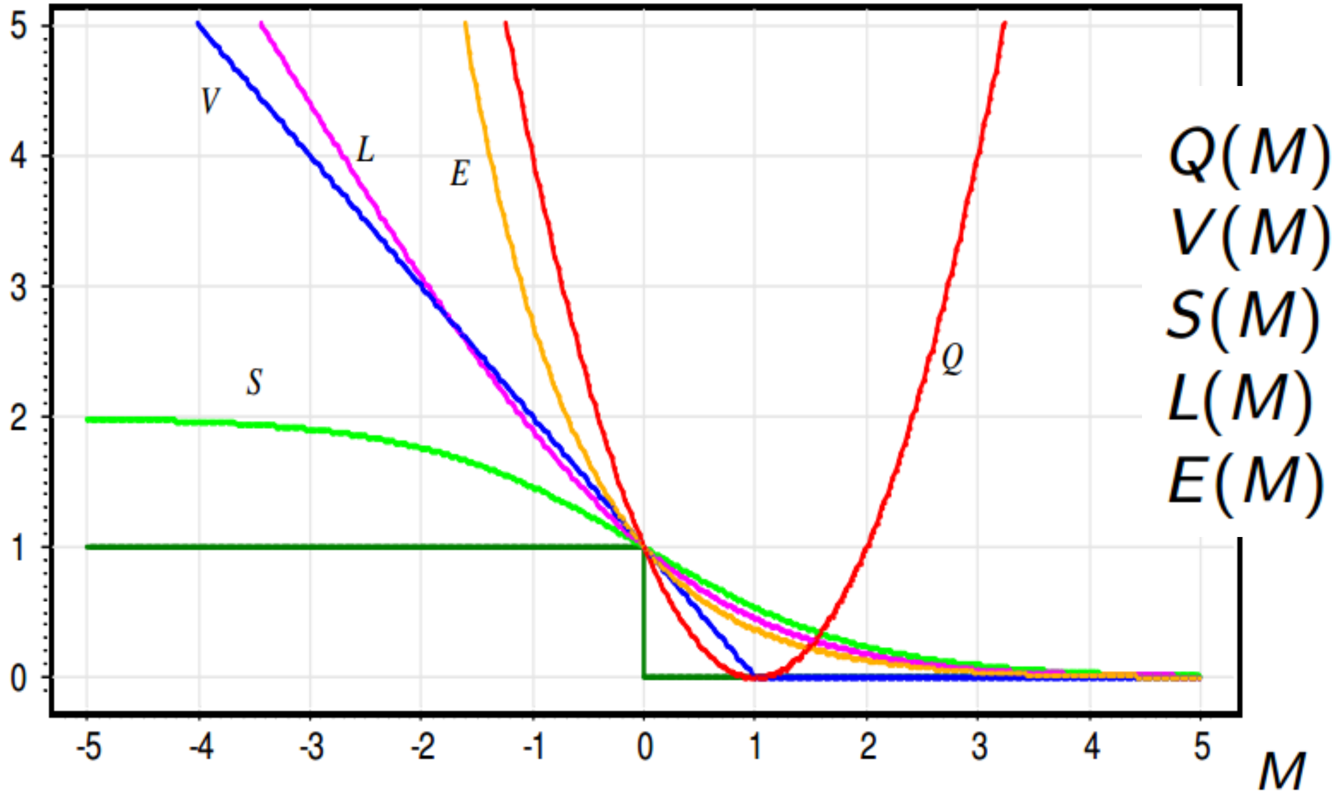
$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n} L(y_i, a_i) \to min$$

Общий вид задачи оптимизации задан, остается несколько степеней свободы:

- функция потерь (*L*)
- метод оптимизации
- дополнительные ограничения

Линейные модели: построение

Функция потерь



$$Q(M) = (1 - M)^2$$
$$V(M) = (1 - M)_+$$
$$S(M) = 2(1 + e^M)^{-1}$$
$$L(M) = \log_2(1 + e^{-M})$$
$$E(M) = e^{-M}$$

Линейные модели: построение

Задача оптимизации

$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n} L\big(M_i(w)\big) \to min$$

$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n} L(y_i, a_i) \to min$$

Общий вид задачи оптимизации задан, остается несколько степеней свободы:

- функция потерь (*L*)
- метод оптимизации
- дополнительные ограничения

Линейные модели: построение

Задача оптимизации

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

$$Q = \sum_{i=1}^{l} L\big(y_i, a(x_i)\big) \to \min_{w}$$

Линейные модели: построение

Решение задачи оптимизации

Матричная запись

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_l \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \widehat{y_1} \\ \widehat{y_2} \\ \dots \\ \widehat{y_l} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {x_1}^T \\ {x_2}^T \\ \dots \\ {x_l}^T \end{pmatrix} w$$

$$y \approx \hat{y} = Fw$$

$$w = \underset{w}{\operatorname{argmin}} ||y - \hat{y}||^2$$

Линейные модели: построение

Решение задачи оптимизации

$$\frac{\partial (Fw - y)^2}{\partial w} = 2F^T(Fw - y) = 0$$

$$F^T F w = F^T y$$

$$\boxed{w = (F^T F)^{-1} F^T y}$$

Нюансы:

- обращение матриц – вычислительно тяжелая операция
- более того, может не получиться: плохо обусловленная матрица, коррелирующие признаки

Линейные модели: построение

Задача оптимизации

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

$$Q = \sum_{i=1}^{l} L\big(y_i, a(x_i)\big) + \gamma V(w) \to \min_w$$

Гребневая регрессия (Ridge regression):

$$V(w) = \|w\|_{l2}^2 = \sum_{n=1}^{d} w_n^2$$

LASSO (least absolute shrinkage and selection operator):

$$V(w) = \|w\|_{l1} = \sum_{n=1}^{d} |w_n|$$

Линейные модели: построение

Решение задачи оптимизации

Если добавить ℓ_2 регуляризацию

$$\frac{\partial (Fw - y)^2 + \gamma w^2}{\partial w} = 2F^T(Fw - y) + 2\gamma w = 0$$

$$(F^T F + \gamma I)w = F^T y$$

$$\boxed{w = (F^T F + \gamma I)^{-1} F^T y}$$

Линейные модели: построение

Решение задачи оптимизации

Если добавить ℓ_2 регуляризацию

$$\frac{\partial (Fw - y)^2 + \gamma w^2}{\partial w} = 2F^T(Fw - y) + 2\gamma w = 0$$

$$(F^T F + \gamma I)w = F^T y$$

$$\boxed{w = (F^T F + \gamma I)^{-1} F^T y}$$

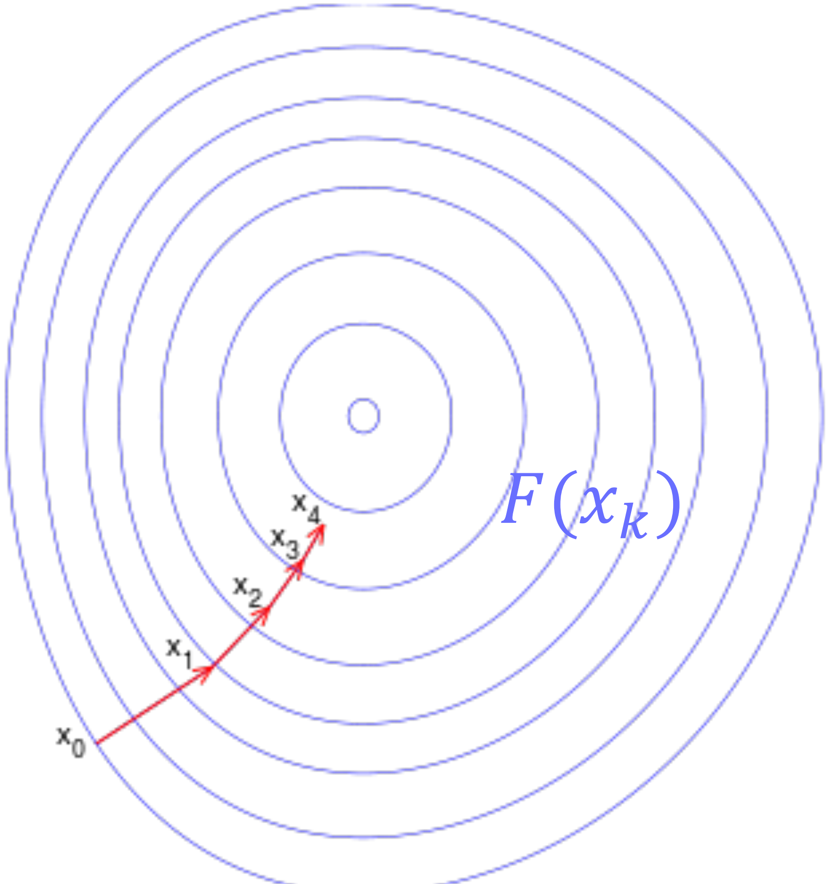
Но вычислительно задача всё равно сложная

Линейные модели: построение

Решение задачи оптимизации

Численное решение возможно с помощью градиентного спуска (GD, Gradient Decent)

$$x_{k+1} = x_k - \gamma_k \nabla F(x_k)$$

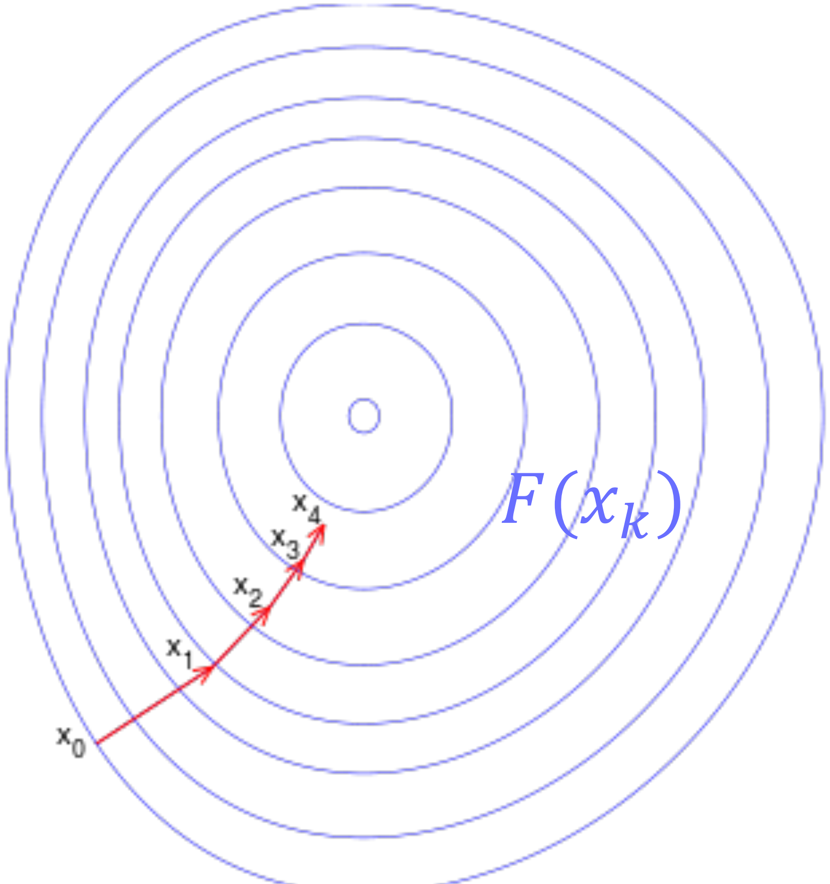


Линейные модели: построение

Градиентный спуск (GD)

$$\nabla_w \tilde{Q} = \sum_{i=1}^{l} \nabla L(M_i) = \sum_{i=1}^{l} L'(M_i)\frac{\partial M_i}{\partial w}$$

$$x_{k+1} = x_k - \gamma_k \nabla F(x_k)$$



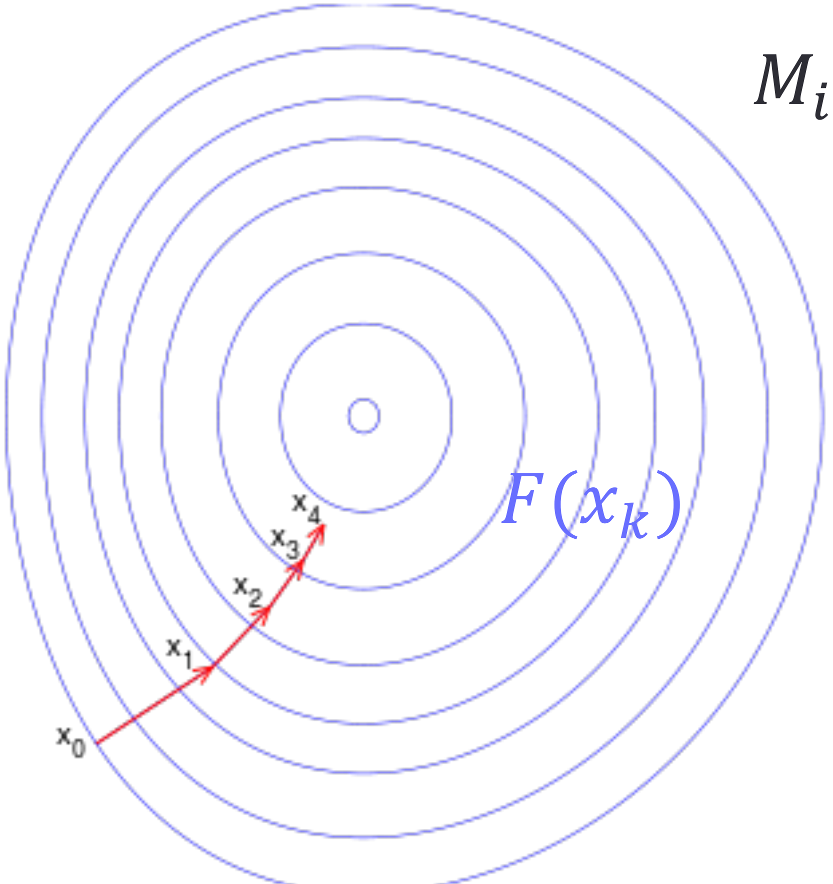
Линейные модели: построение

Градиентный спуск (GD)

$$\nabla_w \tilde{Q} = \sum_{i=1}^{l} \nabla L(M_i) = \sum_{i=1}^{l} L'(M_i) \frac{\partial M_i}{\partial w}$$

$$x_{k+1} = x_k - \gamma_k \nabla F(x_k)$$

$$M_i = y_i \langle w, x_i \rangle \Longrightarrow \frac{\partial M_i}{\partial w} = y_i x_i$$



Линейные модели: построение

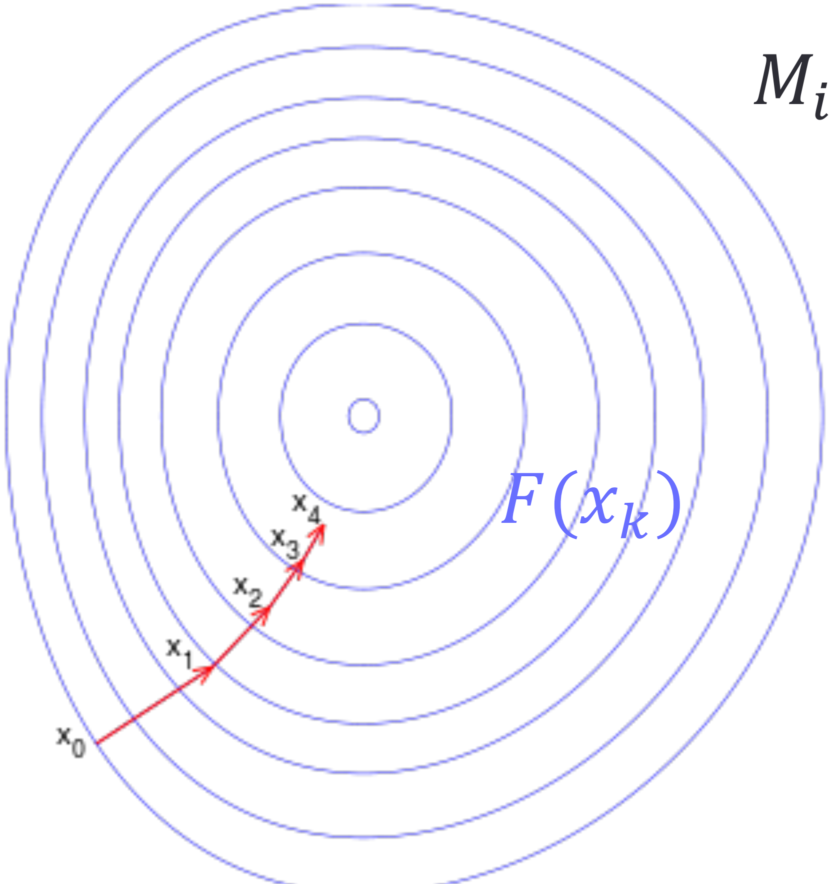
Градиентный спуск (GD)

$$\nabla_w \tilde{Q} = \sum_{i=1}^{l} \nabla L(M_i) = \sum_{i=1}^{l} L'(M_i) \frac{\partial M_i}{\partial w}$$

$$x_{k+1} = x_k - \gamma_k \nabla F(x_k)$$

$$M_i = y_i \langle w, x_i \rangle \Longrightarrow \frac{\partial M_i}{\partial w} = y_i x_i$$

$$\nabla \tilde{Q} = \sum_{i=1}^{l} y_i x_i L'(M_i)$$



Линейные модели: построение

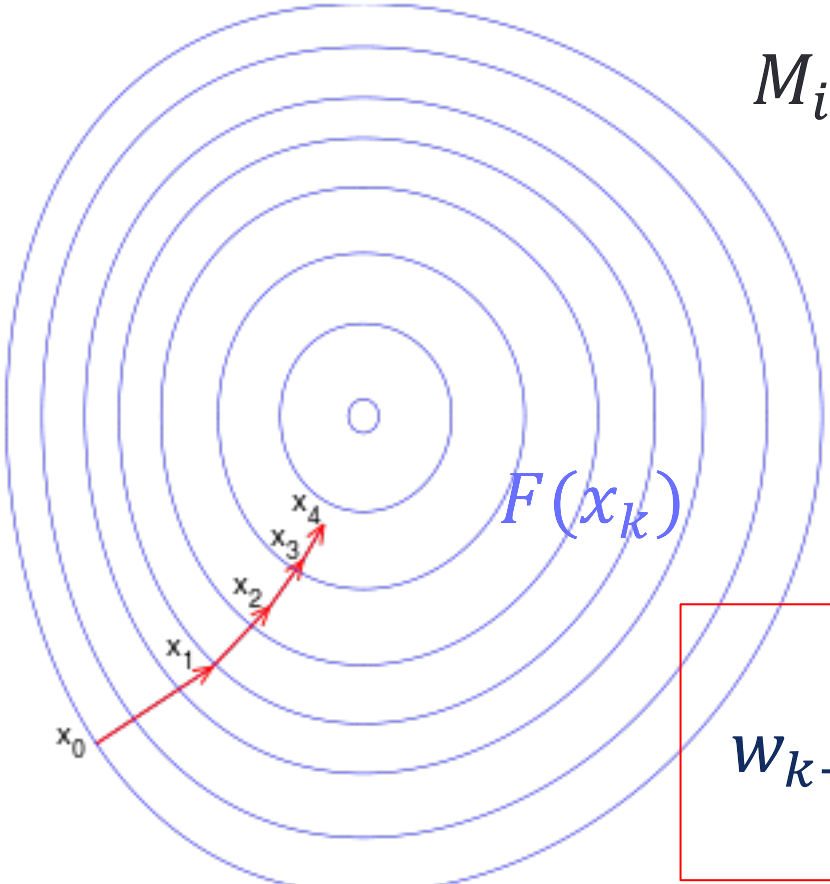
Градиентный спуск (GD)

$$\nabla_w \tilde{Q} = \sum_{i=1}^{l} \nabla L(M_i) = \sum_{i=1}^{l} L'(M_i)\frac{\partial M_i}{\partial w}$$

$$x_{k+1} = x_k - \gamma_k \nabla F(x_k)$$

$$M_i = y_i \langle w, x_i \rangle \Rightarrow \frac{\partial M_i}{\partial w} = y_i x_i$$

$$\nabla \tilde{Q} = \sum_{i=1}^{l} y_i x_i L'(M_i)$$



$$\boxed{w_{k+1} = w_k - \gamma_k \sum_{i=1}^{l} y_i x_i L'(M_i)}$$

Линейные модели: построение

Стохастический градиент (SGD)

$$w_{k+1} = w_k - \gamma_k \cancel{\sum_{i=1}^{l}} y_i x_i L'(M_i)$$

$$\boxed{w_{k+1} = w_k - \gamma_k y_i x_i L'(M_i)}$$

x_i – случайный элемент обучающей выборки

Линейные модели: построение

Стохастический градиент (SGD)

$$w_{k+1} = w_k - \gamma_k \cancel{\sum_{i=1}^{l}} y_i x_i L'(M_i)$$

$$w_{k+1} = w_k - \gamma_k y_i x_i L'(M_i)$$

x_i – случайный элемент обучающей выборки

Почему это вообще работает?

- да, траектория спуска будет со скачками
- шаги не такие качественные как в GD, но очень быстрые! Значит можно быстро сделать много шагов

Линейные модели: построение

Стохастический градиент (SGD)

$$w_{k+1} = w_k - \gamma_k \cancel{\sum_{i=1}^{l}} y_i x_i L'(M_i)$$

$$\boxed{w_{k+1} = w_k - \gamma_k y_i x_i L'(M_i)}$$

x_i – случайный элемент обучающей выборки

Ускорение оптимизации:

- выбор начального приближения
- адаптивный шаг
- порядок предъявления объектов
- расчет градиента (например, с инерцией и пр.)

Линейные модели: построение

Задача оптимизации

$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n} L\big(M_i(w)\big) \to min$$

$$Q(a(w)) = \sum_{i=1}^{n} L(y_i, a_i) \to min$$

Общий вид задачи оптимизации задан, остается несколько степеней свободы:
- функция потерь (*L*)
- метод оптимизации
- дополнительные ограничения

Линейные модели: построение

Задача оптимизации

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

$$Q = \sum_{i=1}^{l} L\big(y_i, a(x_i)\big) \to \min_{w}$$

Линейные модели: построение

Задача оптимизации

$$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$$

$$Q = \sum_{i=1}^{l} L\big(y_i, a(x_i)\big) \to \min_{w}$$

$$V(w) = \|w\|_{l2}^2 = \sum_{n=1}^{d} w_n^2$$

$\ell 2$-регуляризация

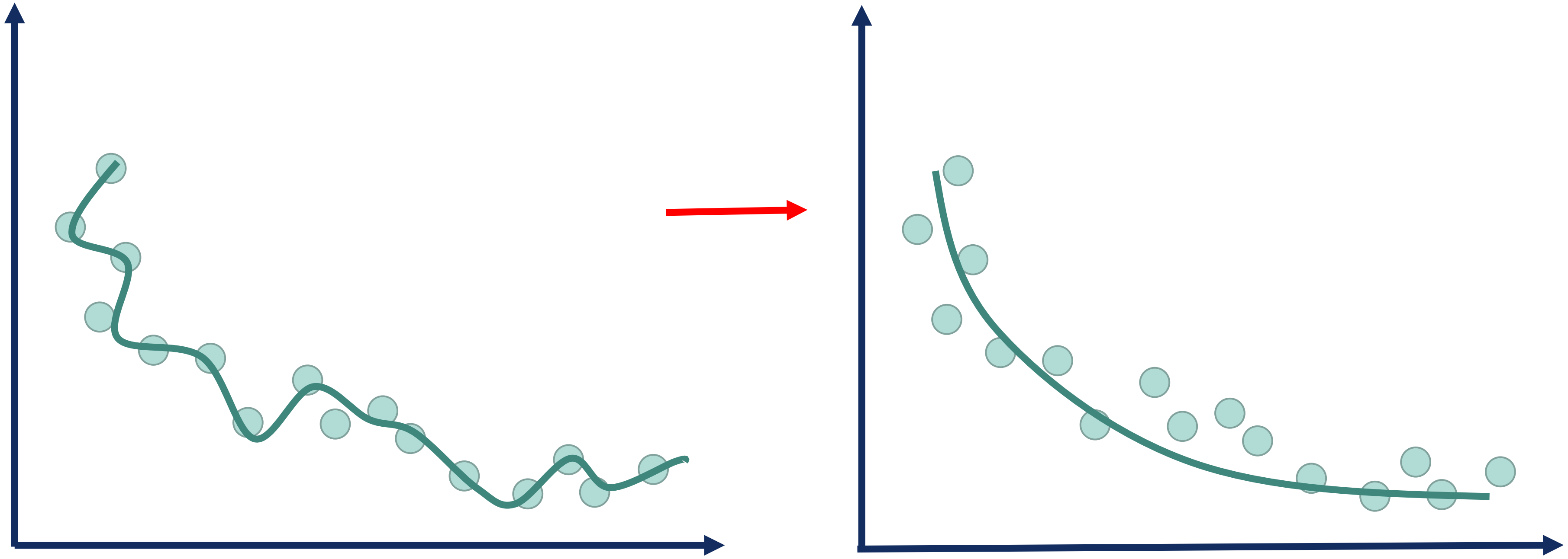
$$V(w) = \|w\|_{l1} = \sum_{n=1}^{d} |w_n|$$

$\ell 1$-регуляризация

Линейные модели: построение

Регуляризация

Регуляризация – способ наложить дополнительные ограничения на веса линейной модели



Линейные модели: построение

Регуляризация

$$\begin{cases} \tilde{Q} = \sum_{i=1}^{l} L(M_i) \to min \\ \sum_{n=1}^{d} |w_n| \leq \tau \end{cases}$$

$\ell 1$-регуляризация

$$\begin{cases} \tilde{Q} = \sum_{i=1}^{l} L(M_i) \to min \\ \sum_{n=1}^{d} {w_n}^2 \leq \tau \end{cases}$$

$\ell 2$-регуляризация

Линейные модели: построение

Регуляризация

$$\sum_{i=1}^{l} L(M_i) + \gamma \sum_{n=1}^{d} |w_n| \to min$$

$$\sum_{i=1}^{l} L(M_i) + \gamma \sum_{n=1}^{d} {w_n}^2 \to min$$

Линейные модели: построение

Регуляризация

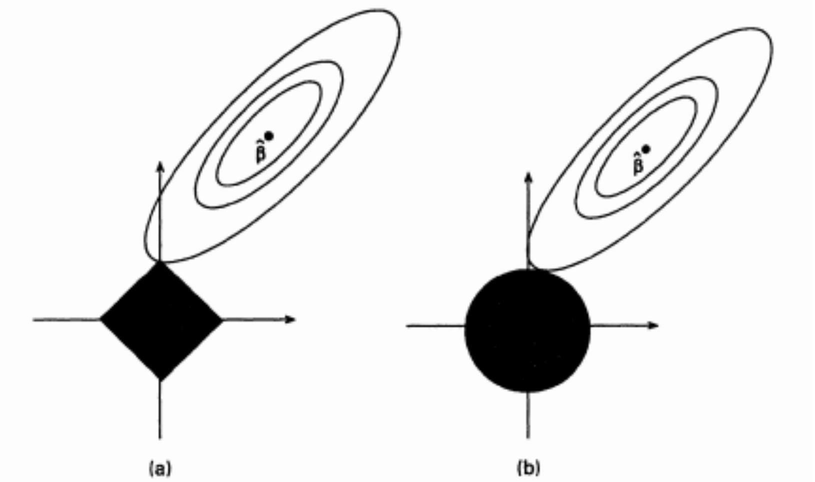
$$\sum_{i=1}^{l} L(M_i) + \gamma \sum_{n=1}^{d} |w_n| \to min \qquad \sum_{i=1}^{l} L(M_i) + \gamma \sum_{n=1}^{d} {w_n}^2 \to min$$

- Разреженность – ℓ1-регуляризация делает вектор весов более разреженным (содержащим больше нулей)
- В случае линейной классификации это означает отбор признаков: признаки с нулевыми весами не используются в классификации
- ℓ2-регуляризация приводит к получению вектора с весами, меньшими по модулю

Линейные модели: построение

Регуляризация

- Разреженность – $\ell 1$-регуляризация приводит к получению более разреженного вектора весов (содержащим больше нулей)
- В случае линейной классификации это означает отбор признаков: признаки с нулевыми весами не используются в классификации
- $\ell 2$-регуляризация приводит к получению вектора с весами, меньшими по модулю



Часто используемые линейные модели

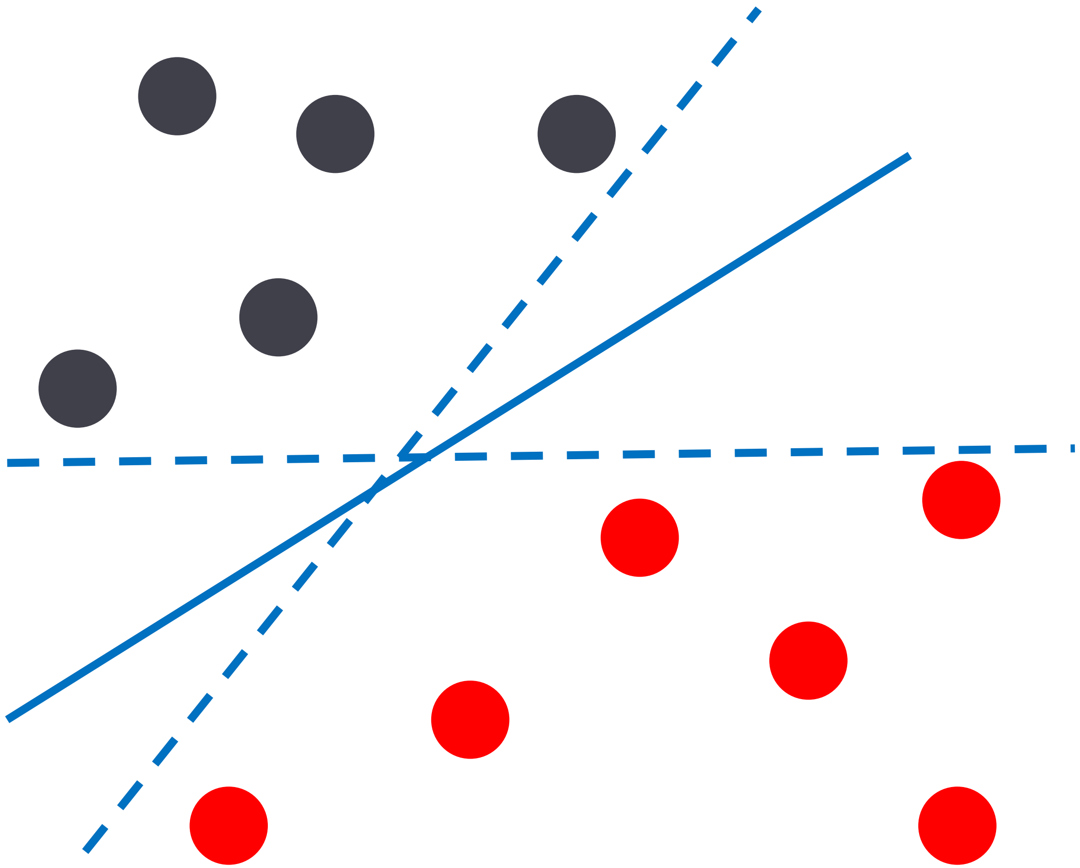
Линейные модели: построение

Конструирование линейных моделей

Классификатор	Функция потерь	Регуляризатор
SVM (Support vector machine, метод опорных векторов)	$L(M) = \max\{0, 1 - M\} = $ $= (1 - M)_+$	$\sum_{k=1}^{m} {w_k}^2$
Логистическая регрессия	$L(M) = \log(1 + e^{-M})$	$\sum_{k=1}^{m} {w_k}^2 \,/\, \sum_{k=1}^{m} \lvert w_k \rvert$

Линейные модели: SVM

SVM: линейно разделимые выборки



Линейные модели: SVM

SVM: линейно разделимые выборки

$a(x) = \langle w, x \rangle + w_0$

При умножении весов на c > 0 модель не изменится (знак скалярных произведений сохранится)

Нормируем веса модели:

$$\min_{x \in X} |< w, x > \ + w_o| = 1$$

Строим a(x) так, чтобы расстояния от разделяющей плоскости до объектов было как можно больше:

$$\rho(x, a) = \frac{|< w, x > \ + w_0|}{||w||}$$

Линейные модели: SVM

SVM: линейно разделимые выборки

Чему равно расстояние от плоскости до ближайшего объекта?

$$\min_{x \in X} \rho(x, a) = \min_{x \in X} \frac{|< w, x > + w_0|}{||w||} = \frac{1}{||w||} * 1$$

Выпишем задачу оптимизации, замети что min||w|| можно заменить на min $||w||^2$:

$$\begin{cases} ||w||^2 \to \min\limits_{w} \\ y_i(< w, x > + w_0) \geq 1 \end{cases}$$

Неравенство обеспечивает минимальное расстояние до объектов > 1 и верную классификацию

Линейные модели: SVM

SVM: неразделимые выборки

Адаптируем для неразделимой выборки:

$$\begin{cases} ||w||^2 + c\sum_{i=1}^{l} \xi_i \rightarrow \min\limits_{w,\xi} \\ y_i(< w, x > +w_0) \geq 1 - \xi_i \\ \xi_i > 0 \end{cases}$$

таким образом мы разрешаем делать ошибки, но не большие

Линейные модели: SVM

SVM: неразделимые выборки

Выпишем безусловную задачу:

мы минимизируем ξ_i и для них есть 2 ограничения снизу. Возьмём максимальное из них

$$||w||^2 + \mathrm{c}\sum_{i=1}^{l} \max(0, 1 - y_i(< w, x_i >, w_0)) \to \min_{w}$$

Сравним с задачей для SVM:

$$\sum_{i=1}^{l} \max(0, 1 - M_i) + c||w||^2 \to \min_{w}$$

Линейные модели: лог. регрессия

Логистическая регрессия

Предположим, что данные имеют вероятностную природу

$p(y = 1 \,|x)$

А модель выдает оценку вероятности a(x) = p

Запишем правдоподобие выборки

$$\prod_{i=1}^{l} a(x_i)^{[y_i=1]}(1 - a(x_i))^{[y_i=-1]} \to max$$

Прологарифмируем

$$-\sum_{i=1}^{l}([y = 1]\log a(x_i) + [y = -1]\log(1 - a(x_i))) \to min$$

Линейные модели: лог. регрессия

Логистическая регрессия

$$-\sum_{i=1}^{l}([y=1]\log a(x_i)+[y=-1]\log(1-a(x_i)))\to min$$

Видно, что функция потерь

$$L(y,a)=-[y=1]\log a(x)-[y=-1]\log(1-a(x))$$

Выберем a(x) с областью значений [0;1]

$$a(w,x)=\ \sigma(<w,x>)=\frac{1}{1+e^{-<w,x>}}$$

Остается подставить a(x) в функцию потерь L(y,a) и оценить потери модели Q(a)

Линейные модели: лог. регрессия

Логистическая регрессия

$$-\sum_{i=1}^{l}\left([y=1]\log\frac{1}{1+e^{-<w,x>}}+[y=-1]\log(1-\frac{1}{1+e^{-<w,x>}})\right)\to min$$

преобразуем второй логарифм

$$-\sum_{i=1}^{l}\left([y=1]\log\underbrace{\frac{1}{1+e^{-<w,x>}}}_{\text{мало}}+[y=-1]\log(\frac{1}{1+e^{<w,x>}})\right)\to min$$

перепишем более компактно

$$-\sum_{i=1}^{l}\log\frac{1}{1+e^{-y_i<w,x_i>}}\to min$$

это и есть логистическая регрессия, полученная из вероятностных соображений

$$-\sum_{i=1}^{l}\log(1+e^{-y_i<w,x_i>})\to min$$

Многоклассовые модели

Многоклассовые модели

В случае нескольких классов задача сводится к обучению n классификаторов one-vs-all и выбору max

$$a(x) = arg \max_{y \epsilon Y}(< w_y, x >)$$

Для вероятностной классификации применяется функция SoftMax для расчета вероятностей

$$p(y|x, w) = \frac{e^{<w_y ,x>}}{\sum_z^Y e^{<w_z,x>}} = \mathrm{SoftMax} < w_y, x >$$

Линейные модели: построение

To take away:

Линейные модели имеют ряд преимуществ:

- Простота реализации
- Скорость работы
- Легкое обновление, переобучение в production
- Обучение на больших данных, множество адаптаций
- Хорошее качество, когда много признаков
- Приемлемое качество, когда данных мало

Особенности применения:

- Модель может оказаться слишком простой для задачи
- Требуется бороться с переобучением: **регуляризация, масштабирование признаков**

Машинное обучение: линейные модели классификации и регрессии

Спасибо!

Эмели Драль