

# Лабораторная работа №2

математическое моделирование

---

Ищенко Ирина

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

- Ищенко Ирина Олеговна
- 11132226529
- уч. группа: НПИбд-02-22
- Факультет физико-математических и естественных наук
- Российский университет дружбы народов

Построить математическую модель для решения примера задачи о погоне.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,7 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

## Выполнение лабораторной работы

---

Неизвестное расстояний можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{4.7v} \text{ - в первом случае}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{4.7v} \text{ - во втором}$$

Отсюда находим два значения  $x_1 = \frac{16,9}{5,7}$  и  $x_2 = \frac{16,9}{3,7}$ , задачу будем решать для двух случаев.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса.

Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $r\frac{d\theta}{dt}$ .

Получаем:

$$v_{\tau} = \sqrt{22.09v^2 - v^2} = \sqrt{21.09}v$$

Из чего можно вывести:

$$r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{21.09}v$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{21.09}v \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{21.09}}$$



```
k=16.9 //расстояние от лодки до катера
```

```
//данные для лодки браконьеров
```

```
fi=3*pi/4
```

```
t=0:0.01:15
```

```
fl(t)=tan(fi)*t //функция, описывающая движение лодки браконьеров
```

```
f(u, p, t)=u/sqrt(21.09) //функция, описывающая движение катера береговой охр
```

```
//начальные условия для двух случаев
```

```
x1 = k/5.7
```

```
x2 = k/3.7
```

Обозначим и решим задачу для первого случая:

```
s1=ODEProblem(f, x1, tetha1)
sol1=solve(s1, Tsit5(), saveat=0.01)

plot(sol1.t, sol1.u, proj=:polar, lims=(0,15), label="Движение катера")
plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="Движение лодки")
```

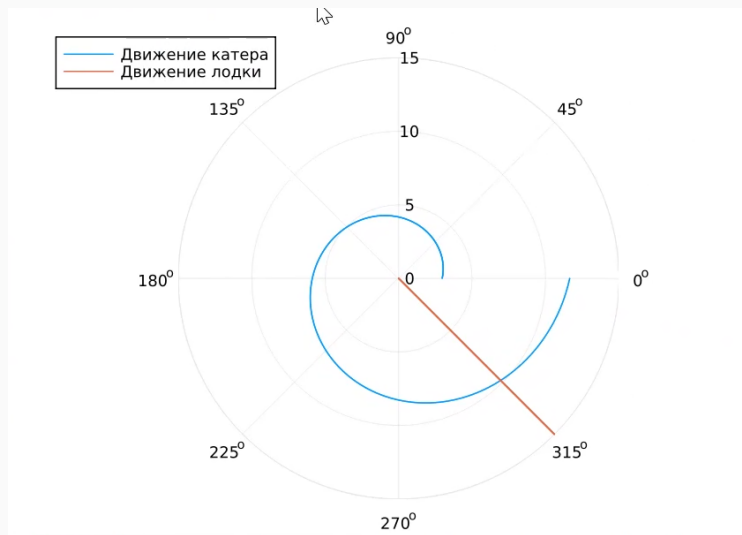


Рис. 1: Траектория движения катера и лодки для первого случая

Обозначим и решим задачу для второго случая:

```
s2=ODEProblem(f, x2, tetha2)
```

```
sol2=solve(s2, Tsit5(), saveat=0.01)
```

```
plot(sol2.t, sol2.u, proj=:polar, lims=(0,15), label="Движение катера")
```

```
julia> plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="Движение лодки")
```

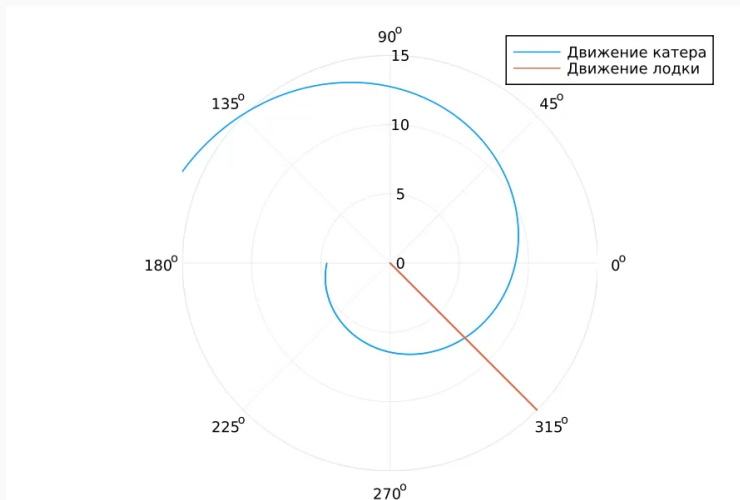


Рис. 2: Траектория движения катера и лодки для второго случая

Найдем точку пересечения траектории катера и лодки. Для этого найдем аналитическое решение дифференциального уравнения, задающего траекторию движения катера. Решив задачу Коши получим:

$$r = \frac{169 e^{\frac{10 \theta}{\sqrt{2109}}}}{57} - \text{для случая (1)}$$

$$r = \frac{169 e^{\frac{10 \theta}{\sqrt{2109}} + \frac{10 \pi}{\sqrt{2109}}}}{37} - \text{для случая (2)}$$

Найдем точку пересечения для первого случая:  $(3\pi/4; 4.9526014649650145)$ .

```
julia> y1(x)=(169*exp(10x/sqrt(2109)))/57
```

```
y1 (generic function with 1 method)
```

```
julia> y1(fi)
```

```
4.9526014649650145
```

Найдем точку пересечения для первого случая:  $(-\pi/4; 7.629683337919077)$ .

```
julia> y2(x)=(169*exp((10*x/sqrt(2109))+(10*pi/sqrt(2109))))/37
y2 (generic function with 1 method)
julia> y2(fi-pi)
7.629683337919077
```



В ходе выполнения лабораторной работы я построила математическую модель для решения примера задачи о погоне.