Отчёт по лабораторной работе №2

Математическое моделирование

Ищенко Ирина НПИбд-02-22

Содержание

# 1 Цель работы

Построить математическую модель для решения примера задачи о погоне [1].

# 2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,7 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

# 3 Выполнение лабораторной работы

Формула для выбора варианта: (1132226532 % 70) + 1 = 50 Вариант (рис. fig. 1).

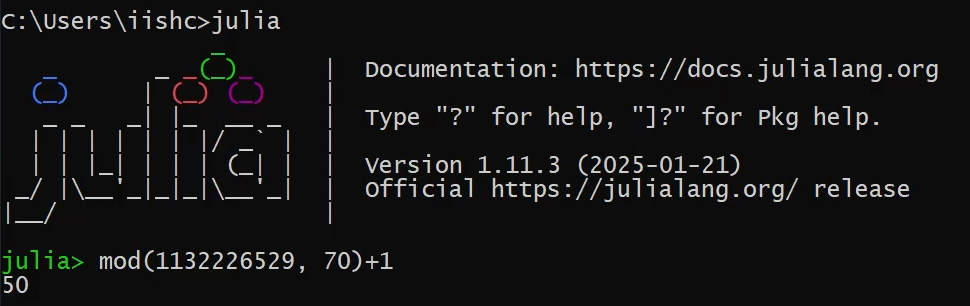


Рис. 1: Номер варианта

Запишем уравнение описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

Принимем за , – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров (), а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянииx от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояниеx можно найти из следующего уравнения:

Отсюда находим два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , .

Получаем:

Из чего можно вывести:

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

С начальными условиями для первого случая:

Или для второго:

Исключая из полученной системы производную по , можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Построим математическую модель на языке Julia. Воспользуемся библиотеками “Plots, OrdinaryDiffEq”, которые заранее установим.

Введем известные данные:

k=16.9 //расстояние от лодки до катера  
  
//данные для лодки браконьеров  
fi=3\*pi/4  
t=0:0.01:15  
  
fl(t)=tan(fi)\*t //функция, описывающая движение лодки браконьеров  
  
f(u, p, t)=u/sqrt(21.09) //функция, описывающая движение катера береговой охраны  
  
//начальные условия для двух случаев  
x1 = k/5.7  
x2 = k/3.7  
  
tetha1 = (0.0, 2\*pi)  
tetha2 = (-pi, pi)

Обозначим и решим задачу для первого случая:

s1=ODEProblem(f, x1, tetha1)  
sol1=solve(s1, Tsit5(), saveat=0.01)

Построим график с траектороией движения катера и лодки (рис. fig. 2).

plot(sol1.t, sol1.u, proj=:polar, lims=(0,15), label="Движение катера")  
plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="Движение лодки")



Рис. 2: Траектория движения катера и лодки для первого случая

Обозначим и решим задачу для второго случая:

s2=ODEProblem(f, x2, tetha2)  
sol2=solve(s2, Tsit5(), saveat=0.01)

Построим график с траектороией движения катера и лодки (рис. fig. 2).

plot(sol2.t, sol2.u, proj=:polar, lims=(0,15), label="Движение катера")  
julia> plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="Движение лодки")

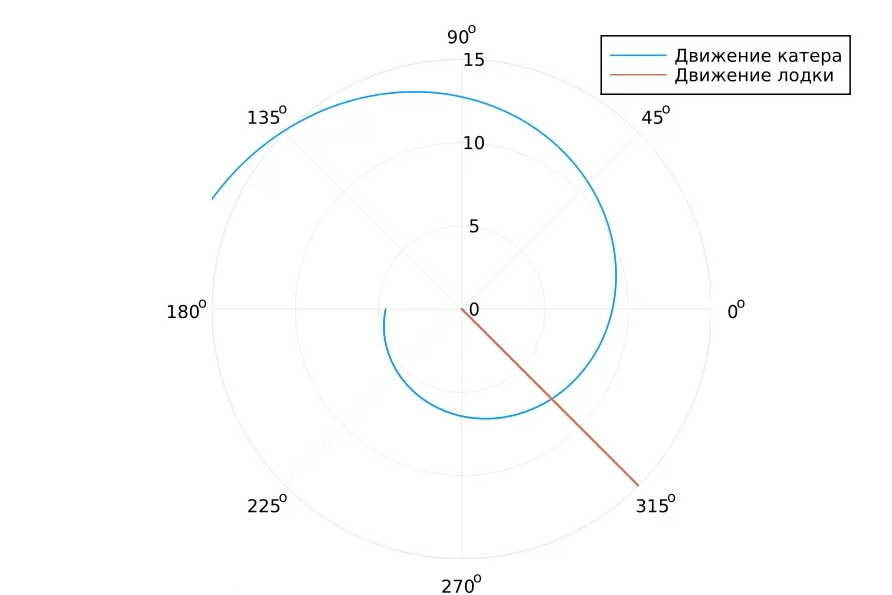


Рис. 3: Траектория движения катера и лодки для второго случая

Найдем точку пересечения траектории катера и лодки. Для этого найдем аналитическое решение дифференциального уравнения, задающего траекторию движения катера. Решив задачу Коши получим:

Найдем точку пересечения для первого случая: (3pi/4; 4.9526014649650145).

julia> y1(x)=(169\*exp(10x/sqrt(2109)))/57   
y1 (generic function with 1 method)   
julia> y1(fi)   
4.9526014649650145

Найдем точку пересечения для первого случая: (-pi/4; 7.629683337919077).

julia> y2(x)=(169\*exp((10\*x/sqrt(2109))+(10\*pi/sqrt(2109))))/37   
y2 (generic function with 1 method)   
julia> y2(fi-pi)   
7.629683337919077

# 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я построила математическую модель для решения примера задачи о погоне.

# Список литературы

1. Королькова А. В. К.Д.С. Лабораторный практикум : учебное пособие. Москва: РУДН, 2021. 137 с.