

09. 선형회귀분석의 가정

- 1. 선형회귀분석 가정의 이해
- 선형회귀모형
 - 지난 시간 학습한 선형회귀모형은 다음과 같이 표현됨.

$$y = X\beta + \epsilon$$
, $\epsilon \sim N(0, I\sigma^2)$

그리고 여기서 최소제곱법에 의한 회귀계수 추정량은 다음과 같음.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y}$$

- E(y)의 추정벡터는 $\hat{y}=X\hat{eta}$ 이므로 잔차벡터는

$$e = y - \hat{y} = y - X(X'X)^{-1}X'y = [I - X(X'X)^{-1}X']y$$

이고, 이 잔차벡터의 평균과 분산은

$$E(\mathbf{e}) = 0$$
, $Var(\mathbf{e}) = [\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\sigma^2$

임.

- 따라서 선형회귀모형에서 오차항에 대한 가정은
- 1) $E(\epsilon_i) = 0$
- 2) $Var(\epsilon_i) = \sigma^2$ (등분산성)
- 3) ϵ_i 는 서로 입력이다. (입력성)
- 4) ϵ_i 는 모든 i에 대해 정규분포를 따름. (정규성)
 - 이 때 선형회귀모형에서 가정한 오차의 정규성, 입력성, 등분산성이 성립 되어야 최우추정량이 되며 분산분석에서의 F 검증이 가능함.
 - 이러한 오차의 가정에 대한 검토는 잔차라고 하는 y와 \hat{y} 간의 차이를 통해서 확인할 수 있음.
- 모형의 선형성
 - 선형회귀함수가 적합한지 적합하지 않은지에 대한 문제는 자료의 산점도를 그려보거나 선형회귀모형을 적합한 후에 잔차를 각 설명변수 또는 반응변수에 대해 그려봄으로써 추측할 수 있음.
 - 회귀직선의 모형이 타당하고 오차의 등분산성이 성립된다면 설명변수에 대한 잔차 산점도 또는 반응변수에 대한 잔차 산점도에서 잔차는 0을



중심으로 랜덤하게 나타나게 됨.

- 예를 들어, 산점도에서 이차곡선이나 삼차곡선의 형태가 나타난다면 가 정된 선형회귀함수는 적절하지 못하다고 볼 수 있음.

○ 오차항의 정규성

- 오차항의 확률분포가 정규분포에서 많이 벗어나는 경우는 정규성을 가정 한 가설검정 등의 추론을 할 수 없음.
- 정규성 가정하에서 지난시간 학습했던 부분이 모두 유효하므로 오차항에 대한 정규성 검토는 반드시 필요함.
- 오차항의 정규성을 그래프적으로 점검하는 방법으로 잔차들에 대해 분위 수대분위수 그림(Q-Q plot)을 그려볼 수 있음.
- Q-Q plot을 그리는 과정은 다음과 같음.
 - 1) n개의 자료를 작은 것부터 크기순으로 나열함.
 - 2) 각 자료에 해당하는 정규점수를 계산함.
 - 3) i번째 순서의 자료와 i번째 순서의 정규점수를 하나의 쌍으로 2차원 공간상에 나타냄.
- Q-Q plot의 형태가 45도 기울기의 직선 근처에 있으면 정규성을 크게 벗어나지 않는다고 판단함.
- 또한, Shapiro-Wilks 검정과 같은 검정통계량을 통해서도 오차항의 정 규성을 확인할 수 있음.

○ 오차항의 입력성

- 오차항의 입력성을 만족하지 않으면 앞 시점의 오차가 뒷 시점의 오차에 영향을 줌으로 입력변수가 출력변수에 미치는 영향을 제대로 파악할 수 없음 따라서 회귀모형에서 오차항의 입력성은 매우 중요한 가정임.
- 오차항의 입력성을 확인하기 위해서 연속적인 잔차의 쌍 (e_{i-1},e_i) 들의 산 점도를 그려서 특별한 경향이 나타나지 않으면 입력이라고 판단함.
- 또한, Durbin-Watson 검정과 같은 검정통계량을 통해서도 오차항의 입력성을 확인할 수 있음.

○ 오차항의 등분산성

- 선형회귀분석에 의해 예측된 값이 어떻든지, 모든 값들에 대하여 잔차의 분산은 동일하다고 가정하고 있음.
- 오차항의 등분산성도 모형의 선형성과 마찬가지로 예측값과 잔차의 경향





선을 그렸을 때 그 형태가 수평선에 가까운, 특별한 경향을 가지지 않을 때 오차항의 등분산성을 만족한다고 판단함.

2. 선형회귀분석의 가정 확인 프로그래밍

- 모형의 선형성
 - 모형의 선형성은 선형모형에 의해 예측된 결과값과 잔차 비교를 통해서 확인할 수 있음.
 - 즉, 예측값을 그래프의 x 축에, 잔차를 그래프의 y축에 플롯하였을 때, 그 경향선이 0의 값을 중심으로 직선의 형태로 나타나야 함.
 - 만약 예측값과 잔차의 경향선이 0의 값을 중심으로 크게 벗어나 있다면 모형은 선형성이 없다고 판단함.
 - 선형회귀분석의 가정 중 모형의 선형성을 확인하기 위해서는 산점도의 경향성을 파악하는 seaborn 모듈의 regplot() 함수를 이용하여 확인할 수 있음.

import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
sns.regplot(예측값, 잔차, line_kws = {'color':'red'})

plt.plot([예측값 최소값, 예측값 최대값], [0,0], '--', color='grey')

- 모형의 선형성 확인을 위한 그래프를 그리는 절차는 다음과 같음.
- seaborn 모듈의 regplot() 함수는 산점도의 경향선을 나타내는 그래픽 함수로 그래프의 x축의 값과 y축의 값을 차례로 입력함. 이 때, 모형의 선형성 확인을 위해 x축의 값에는 예측값, 그리고 y축에는 잔차를 대입함. 그리고 line_kws 옵션을 활용하여 경향선의 색을 지정할 수 있음.
- 또한, 예측값과 잔차의 경향선에 대해서 모형의 선형성을 판단하기 위한 보조선을 matplotlib.pyplot 모듈의 plot() 함수를 이용하여 그림.
- plot() 함수의 x축의 값에 회귀분석에 의해 예측된 최소값과 최대값을 리스트로 묶고, y축의 값에 [0, 0]의 값을 차례로 입력하여 보조선을 그릴수 있음. 그 외 선의 종류, 선의 색 등을 지정할 수 있음.



○ 잔차의 정규성

- 선형회귀분석에 의해 나타난 잔차는 정규분포를 따른다는 가정을 확인하기 위해 정규성확인을 위한 그래픽 방법으로 Q-Q plot을 사용함.
- Q-Q plot은 검정하고자 하는 분포의 분위수의 값을 이용하여 확인하는 방법으로 산점도가 직선의 형태로 나타날 때 정규분포를 따른다고 판단함.
- scipy.stats 모듈의 zscore() 함수와 probplot() 함수를 이용하여 선형회 귀분석의 가정 중 잔차의 정규성을 확인할 수 있음.

from scipy.stats import zscore, probplot
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
객체명 = zscore(잔차); (x, y), _ = probplot(객체명)
sns.scatterplot(x, y)
plt.plot([-3, 3], [-3, 3], '--', color='grey')

- 정규성 확인을 위한 Q-Q plot을 그리는 절차는 다음과 같음.
- scipy.stats 모듈의 zscore() 함수를 이용하여 표준화 잔차를 계산함. 그런 후, scipy.stats 모듈의 probplot() 함수를 이용하여 표준화 잔차값의 분위수를 계산함.
- probplot() 함수를 통해 분위수 값, 표준화 잔차값, 그 외의 값을 차례로 출력하므로 Q-Q plot을 그리기 위한 값인 분위수 값과 표준화 잔차값만 객체명을 각각 지정하여 할당함.
- 그런 후 seaborn 모듈의 scatterplot() 함수에 분위수 값과 표준화 잔차 값을 대입하여 산점도를 그려 Q-Q plot을 그림.
- 또한, Q-Q plot을 통한 정규성을 판단하기 위한 보조선을 matplotlib.pyplot 모듈의 plot() 함수를 이용하여 그림.

○ 잔차의 등분산성

- 선형회귀분석에 의해 예측된 값이 어떻든지, 모든 값들에 대하여 잔차의 분산은 동일하다는 가정을 확인하기 위해 예측값에 따라서 잔차가 어떻 게 달라지는지를 통하여 확인함.
- 예측값과 잔차의 경향선이 수평선에 가까울수록 잔차는 등분산성을 만족 한다고 판단함.





- seaborn 모듈의 regplot() 함수를 이용하여 선형회귀분석의 가정 중 잔 차의 등분산성을 확인할 수 있음.

from **scipy.stats** import **zscore**, **probplot**import **seaborn** as **sns**from **numpy** import **pqrt**, **abs sns.regplot**(예측값, **sqrt**(**abs**(**zscore**(잔차)), line_kws = {'color':'red'})

- 잔차의 등분산성 확인을 위한 그래프 그리는 절차는 다음과 같음.
- 산점도의 경향선을 나타내는 그래픽 함수인 seaborn 모듈의 regplot() 함수의 x축에 예측값, y축에 표준화 잔차의 절대값의 제곱근 값을 입력하여 잔차의 등분산성을 확인하는 그래프를 그림.

○ 잔차의 입력성

- 회귀모형을 적합시킨 결과에서 Durbin-Watson값으로 확인가능함. Durbin-Watson값 확인은 statsmodels.formula.api 모듈의 ols().fit() 함수를 통해 나타난 결과에서 확인할 수 있음.

○ 상관분석

- 선형회귀모형에 사용되었던 변수들 간의 선형성을 판단하기 위해 상관분 석을 종종 실시함.
- 상관분석은 상관계수를 통해 두 변수간의 상관관계가 존재하는지를 판단 하는 것으로 피어슨의 상관 분석와 스피어만의 순위 상관 분석 등이 사 용됨.
- 상관 분석과 히트맵을 이용하여 상관행렬을 시각적으로 알아보기 쉽게 나타내는 방법은 다음과 같음.

from scipy.stats import pearsonr, spearmanr pearsonr([변수명1, 변수명2]) spearmanr([변수명1, 변수명2])

import **seaborn** as **sns sns.heatmap**(데이터프레임.corr(method="pearson"), annot = True/False, cmap =
'색상', vmin = -1, vmax = 1)



- 상관관계를 확인하는 corr() 함수는 상관행렬만 출력하고, 가설검정을 위한 p-value를 제공하지 않음. 이를 확인하기 위해 scipy.stats 모듈의 pearsonr(), spearmanr() 함수를 이용할 수 있음. 여기서 pearsonr() 함수는 피어슨 상관계수를 확인하고 이에 따른 p-value를, spearmanr() 함수는 스파이만의 순위상관계수를 확인하고 이에 따른 p-value를 확인할 수 있음.
- 또한, seaborn 모듈의 heatmap() 함수를 활용하여 상관행렬을 시각적 으로 확인할 수 있음.
- heatmap() 함수에 먼저 그래프로 나타내고자 하는 상관행렬을 입력함. 그리고 annot 옵션에 True 입력을 통해 상관계수 값을 나타낼 수도, False 입력을 통해 상관계수값을 나타내지 않을수도 있음. 그리고 cmap 옵션에 그래프의 색상을 지정하고, 그 색상의 가장 명도가 약한 색을 나타내는 값을 vmin, 가장 명도가 진한 색을 나타내는 값을 vmax 에 입력함.
- seaborn 모듈의 mpg 데이터에서, acceleration을 예측하기 위해 displacement, horsepower, weight를 사용한 회귀모형의 잔차를 분석하고자 함.
- info() 함수를 활용하여 자료를 확인한 결과 horsepower에서 6개의 결 측값이 존재하여 dropna() 함수를 이용하여 결측값을 제거하였음.

```
In [1]: import seaborn as sns
In [2]: df = sns.load_dataset('mpg')
In [3]: df.info()
<class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
RangeIndex: 398 entries, 0 to 397
Data columns (total 9 columns):
 # Column
                    Non-Null Count Dtype
                     398 non-null
     mpg
     cylinders
                     398 non-null
     displacement
                    398 non-null
                                      float64
                     392 non-null
                                      float64
     horsepower
     weight
                     398 non-null
                                      int64
     acceleration
                    398 non-null
                                      float64
                    398 non-null
                                      int64
     model year
                    398 non-null
     origin
                                      object
                    398 non-null
                                      object
dtypes: float64(4), int64(3), object(2)
memory usage: 28.1+ KB
In [4]: df = df.dropna(subset=['horsepower'], how='any', axis=0)
```

- 모형식으로 'acceleration ~ displacement + horsepower + weight'을 statsmodels.formula.api 모듈의 ols().fit()에 대입하여 결과를 확인할



- 수 있음.
- 그 결과 Durbin-Watson 값이 1.687로 나타나 잔차의 입력성을 확인할 수 있음.

```
In [5]: from statsmodels.formula.api import ols
In [6]: formula = 'acceleration ~ displacement + horsepower + weight'
   ...: result = ols(formula = formula, data = df).fit()
In [7]: result.summary()
<class 'statsmodels.iolib.summary.Summary'>
                            OLS Regression Results
Dep. Variable:
                         acceleration
                                        R-squared:
                                                                           0.616
Model:
                                  OLS
                                        Adj. R-squared:
                                                                           0.613
                                        F-statistic:
Method:
                        Least Squares
                                                                           207.4
                     Thu, 26 Aug 2021
                                        Prob (F-statistic):
Date:
                                                                        3.04e-80
                                        Log-Likelihood:
Time:
                             16:34:31
                                                                          766.01
No. Observations:
                                                                           1540.
Df Residuals:
                                   388
                                         BIC:
Df Model:
Covariance Type:
                            nonrobust
                           std err
                   coef
                                                    P>|t|
                                                                [0.025
                                                                            0.975]
Intercept
                17,0729
                             0.484
                                       35.276
                                                    0.000
                                                                16.121
                                                                            18.024
displacement
                -0.0100
                             0.003
                                        -3.763
                                                    0.000
                                                                -0.015
                                                                            -0.005
horsepower
                -0.0835
                             0.005
                                       -16.108
                                                    0.000
                                                                -0.094
                                                                            -0.073
weight
                 0.0031
                             0.000
                                        10.652
                                                    0.000
                                                                0.003
                                                                             0.004
Omnibus:
                               48.170
                                                                           1.687
                                        Durbin-Watson:
Prob(Omnibus):
                                0.000
                                         Jarque-Bera (JB):
                                                                          69.724
Skew:
                                0.819
                                         Prob(JB):
                                                                        7.24e-16
Kurtosis:
                                 4.259
                                                                        1.73e+04
```

- predict() 함수에 displacement, horsepower, weight 자료를 대입하여 회귀모형에 적용하였을 때 예측값을 확인할 수 있음.
- 이 값을 출력변수인 acceleration 값과의 차이를 통해 잔차값인 residual을 저장할 수 있음.

```
In [8]: import matplotlib.pyplot as plt
    ...: import seaborn as sns

In [9]: mpg_pred = result.predict(df[['displacement', 'horsepower', 'weight']])
    ...: residual = df['acceleration'] - mpg_pred

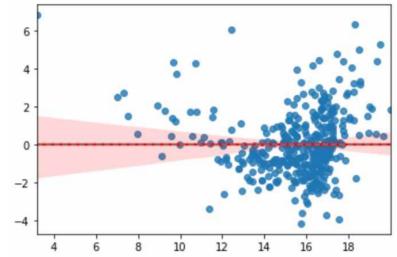
In [10]: print(residual.head())
0    -1.896614
1    0.377654
2    -0.906892
3    -0.938826
4    -2.442524
dtype: float64
```

- 선형모형에 의한 예측값과 잔차 값을 regplot() 함수에 대입하여 모형의 선형성을 확인하는 그래프를 확인할 수 있음.
- 그 결과 예측값과 잔차값의 산점도 경향선이 0을 중심으로 수평선의 형 태로 나타나는 것을 확인할 수 있음. 따라서 모형의 선형성 가정을 만족



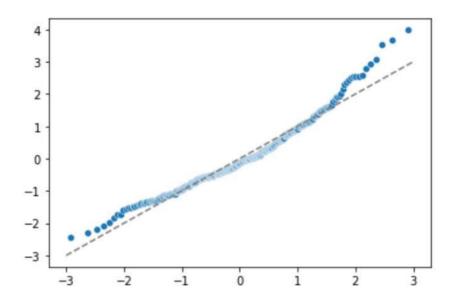
하는 것을 알 수 있음.

```
In [11]: sns.regplot(mpg_pred, residual, line_kws={'color':'red'})
...: plt.plot([mpg_pred.min(),mpg_pred.max()],[0,0], '--', color='grey')
```



- 선형모형에 의한 잔차값을 zscore() 함수에 대입하여 표준화 잔차값을 얻고, 이를 probplot() 함수에 대입하여 분위수 값과 표준화 잔차값을 차례로 확인할 수 있음.
- 그 값들을 scatterplot() 함수에 대입하여 잔차의 정규성을 확인하는 Q-Q plot을 확인할 수 있음.
- 그 결과 Q-Q plot의 그림이 기준선에서 약간 벗어난 형태임을 확인할 수 있음. 따라서 잔차의 정규성 가정을 만족하지 않는 것을 알 수 있음.

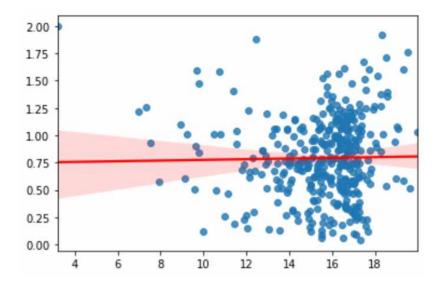
```
In [12]: from scipy.stats import zscore, probplot
In [13]: sr = zscore(residual)
    ...: (x, y), _ = probplot(sr)
In [14]: import seaborn as sns
    ...: import matplotlib.pyplot as plt
In [15]: sns.scatterplot(x,y)
    ...: plt.plot([-3,3], [-3,3], '--', color='grey')
```



- 실제로 scipy.stats 모듈의 shapiro 함수를 통해 잔차의 정규성을 확인 한 결과 p-value값이 0.0000으로 나타나 정규성을 띄지 않는다는 것을 알 수 있음.

```
In [16]: from scipy.stats import shapiro
In [17]: shapiro(residual)
Out[17]: ShapiroResult(statistic=0.96277916431427, pvalue=2.024077083717657e-08)
```

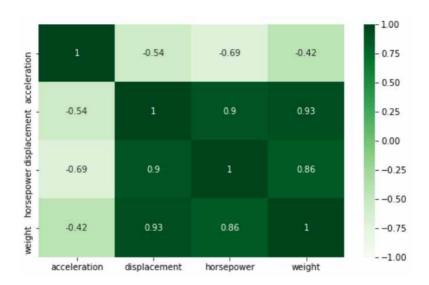
- 선형모형에 의한 예측값과 표준화 잔차값의 절대값의 제곱근값을 regplot() 함수에 대입하여 모형의 등분산성을 확인하는 그래프를 확인 할 수 있음.
- 그 결과 경향선이 수평선의 형태로 나타나는 것을 확인할 수 있음. 따라 서 잔차의 등분산성 가정을 만족하는 것을 알 수 있음.



- 선형모형에 사용되는 변수들의 상관관계를 확인하기 위하여 corr() 함수 와 seaborn 모듈의 heatmap() 함수를 이용하여 변수들간의 관계를 확인할 수 있음.
- 그 결과 출력변수인 acceleration와 입력변수인 displacement, horsepower, weight의 상관계수는 각각 -0.54, -0.69, -0.42인 것을 확인할 수 있음.
- 또한, heatmap() 함수를 통해 1에 가까운 상관계수값을 가질수록 진한 녹색의 값을 가지는 것을 확인할 수 있고, -1에 가까운 상관계수값을 가질수록 흰색에 가까운 색을 가지는 것을 확인할 수 있음.

```
In [22]: import seaborn as sns
    ...: import matplotlib.pyplot as plt

In [23]: plt.rcParams["figure.figsize"] = (8,5)
    ...: sns.heatmap(df[['acceleration', 'displacement', 'horsepower', 'weight']].corr(method='pearson'),
    ...: annot = True, cmap = 'Greens', vmin = -1, vmax=1)
```



2. 선형회귀분석의 가정 실습

- seaborn 모듈의 penguins 데이터에서, body_mass_g을 예측하기 위해 bill_length_mm와 bill_depth_mm를 사용한 회귀모형의 잔차를 분석하고자 함.
 - info() 함수를 활용하여 자료를 확인한 결과 body_mass_g, bill_length_mm, bill_depth_mm에서 2개의 결측값이 존재하여 dropna() 함수를 이용하여 결측값을 제거하였음.

```
In [1]: import seaborn as sns
In [2]: df = sns.load_dataset('penguins')
In [3]: df.info()
        'pandas.core.frame.DataFrame'>
RangeIndex: 344 entries, 0 to 343
RangeIndex: 344 Chec 25,
Data columns (total 7 columns):
# Column Non-Null Count
                             344 non-null
      species island
                                                object
                             344 non-null
                                                object
      bill_length_mm
                             342 non-null
                                                float64
                             342 non-null
     bill_depth_mm
flipper length mm
                                                float64
                            342 non-null
                                                float64
                             342 non-null
      body_mass_g
                             333 non-null
                                                object
dtypes: float64(4), object(3)
memory usage: 18.9+ KB
In [4]: df = df.dropna(subset=['bill_length_mm', 'bill_depth_mm', 'body_mass_g'], how='any', axis=0)
```

- 모형식으로 'body_mass_g ~ bill_length_mm + bill_depth_mm'를 statsmodels.formula.api 모듈의 ols().fit()에 대입하여 결과를 확인할 수 있음.
- 그 결과 Durbin-Watson 값이 1.806으로 나타나 잔차의 입력성을 확인





할 수 있음.

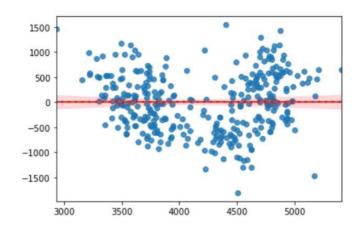
```
In [5]: from statsmodels.formula.api import ols
In [6]: formula = 'body_mass_g ~ bill_length_mm + bill_depth_mm'
...: result = ols(formula = formula, data = df).fit()
In [7]: result.summary()
<class 'statsmodels.iolib.summary.Summary'>
                              OLS Regression Results
Dep. Variable:
                                           R-squared:
                           body mass g
Model:
                                    OLS
                                           Adj. R-squared:
                                                                               0.468
Method:
                         Least Squares
                                           F-statistic:
                                                                               150.8
Date:
                       Thu, 26 Aug 2021
                                           Prob (F-statistic):
                                                                            1.40e-47
                                           Log-Likelihood:
Time:
                               17:24:16
                                                                             -2662.9
No. Observations:
                                     342
                                           AIC:
                                                                               5332.
Df Residuals:
                                     339
                                           BIC:
                                                                                5343.
Df Model:
Covariance Type:
                              nonrobust
                      coef
                               std err
                                                         P>|t|
                                                                     [0.025
                                                                                  0.975]
                                                                   2497.504
Intercept
                3343.1359
                               429.912
                                             7.776
                                                         0.000
                                                                                4188.768
bill_length_mm
                  75.2808
                                 5.971
                                            12.608
                                                          0.000
                                                                     63.537
                                                                                  87.025
bill_depth_mm -142.7226
                                16.507
                                             -8.646
                                                                   -175.191
                                                                                 -110.254
                                           Durbin-Watson:
                                                                               1.806
Prob(Omnibus):
                                   0.280
                                           Jarque-Bera (JB):
                                                                               2.019
Skew:
                                   0 001
                                           Prob(JB):
                                                                               0.364
Kurtosis:
                                   2.624
                                           Cond. No.
                                                                                645.
```

- predict() 함수에 bill_length_mm, bill_depth_mm 자료를 대입하여 회 귀모형에 적용하였을 때 예측값을 확인할 수 있음.
- 이 값을 출력변수인 body_mass_g 값과의 차이를 통해 잔차값인 residual을 저장할 수 있음.
- 선형모형에 의한 예측값과 잔차 값을 regplot() 함수에 대입하여 모형의 선형성을 확인하는 그래프를 확인할 수 있음.
- 그 결과 예측값과 잔차값의 산점도 경향선이 0을 중심으로 수평선의 형 태로 나타나는 것을 확인할 수 있음. 따라서 모형의 선형성 가정을 만족 하는 것을 알 수 있음.

```
In [8]: peng_pred = result.predict(df[['bill_length_mm', 'bill_depth_mm']])
    ...: residual = df['body_mass_g'] - peng_pred

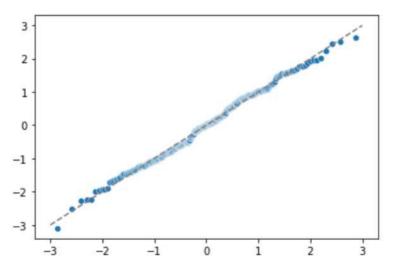
In [9]: import matplotlib.pyplot as plt
    ...: import seaborn as sns

In [10]: sns.regplot(peng_pred, residual, line_kws={'color':'red'})
    ...: plt.plot([peng_pred.min(),peng_pred.max()],[0,0], '--', color='grey')
```



- 선형모형에 의한 잔차값을 zscore() 함수에 대입하여 표준화 잔차값을 얻고, 이를 probplot() 함수에 대입하여 분위수 값과 표준화 잔차값을 차례로 확인할 수 있음.
- 그 값들을 scatterplot() 함수에 대입하여 잔차의 정규성을 확인하는 Q-Q plot을 확인할 수 있음.
- 그 결과 Q-Q plot의 그림이 기준선에서 거의 일치한 형태임을 확인할 수 있음. 따라서 잔차의 정규성 가정을 만족하는 것을 알 수 있음.

```
In [11]: from scipy.stats import zscore, probplot
In [12]: sr = zscore(residual)
    ...: (x, y), _ = probplot(sr)
In [13]: import seaborn as sns
    ...: import matplotlib.pyplot as plt
In [14]: sns.scatterplot(x,y)
    ...: plt.plot([-3,3], [-3,3], '--', color='grey')
```



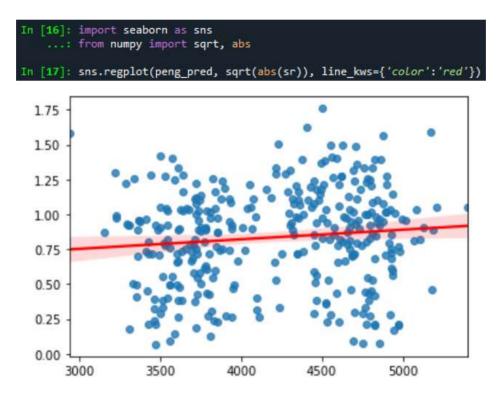
- 실제로 scipy.stats 모듈의 shapiro 함수를 통해 잔차의 정규성을 확인



한 결과 p-value값이 0.25897로 나타나 정규성을 띄는 것을 알 수 있음.

```
In [15]: from scipy.stats import shapiro
   ...: shapiro(residual)
Out[15]: ShapiroResult(statistic=0.9945068359375, pvalue=0.2589775621891022)
```

- 선형모형에 의한 예측값과 표준화 잔차값의 절대값의 제곱근값을 regplot() 함수에 대입하여 모형의 등분산성을 확인하는 그래프를 확인할 수 있음.
- 그 결과 경향선이 수평선의 형태로 나타나는 것을 확인할 수 있음. 따라 서 잔차의 등분산성 가정을 만족하는 것을 알 수 있음.



- 선형모형에 사용되는 변수들의 상관관계를 확인하기 위하여 corr() 함수 와 seaborn 모듈의 heatmap() 함수를 이용하여 변수들간의 관계를 확인할 수 있음.
- 그 결과 출력변수인 body_mass_g과 입력변수인 bill_length_mm와 bill_depth_mm의 상관계수는 각각 0.6, -0.47인 것을 확인할 수 있음.
- 또한, heatmap() 함수를 통해 1에 가까운 상관계수값을 가질수록 진한 녹색의 값을 가지는 것을 확인할 수 있고, -1에 가까운 상관계수값을 가



질수록 흰색에 가까운 색을 가지는 것을 확인할 수 있음.

```
In [18]: import seaborn as sns
    ...: import matplotlib.pyplot as plt

In [19]: plt.rcParams["figure.figsize"] = (8,5)
    ...: sns.heatmap(df[['bill_length_mm', 'bill_depth_mm', 'body_mass_g']].corr(method='pearson'),
    ...: annot = True, cmap = 'Greens', vmin = -1, vmax=1)
```

