Relationale Algebra

Relationale Abfragesprachen/Relational Query Languages (QL)

- Abfragesprachen: Daten aus einer Datenbank zu manipulieren und abzufragen (retrieve information)
- Das relationalle Modell hat einfache und leistungsfähige Abfragesprachen (man kann viel optimieren)
- Abfragesprache $\neq$ Programmiersprache
- Abfragesprachen:
  - Nicht für komplexe Operationen
  - Erlaubt einfacher und effizienter Zugriff zu großen Datensätze

Formale Relationale Abfragesprachen (Query Languages)

- Zwei mathematische Abfragesprachen stellen die theoretische Grundlage der „reelen“ Abfragesprachen (wie z.B. SQL) in relationalen Datenbanken:
  - Relationale Algebra:
    - kann Ausführungspläne beschreiben (operational)
  - Relationale Kalküle:
    - Der Benutzer kann beschreiben was er haben will und nicht wie es berechnet werden soll (non-operational, deklarativ)
    - Domänenkalkül, Tupelkalkül

Relationale Algebra

- Fünf Basisoperationen:
  - **Projektion** (π) : wählt bestimmte Spalten aus der Relation und gibt diese als neue Relation aus („löscht“ die anderen Spalten)
  - **Selektion** (σ) : wählt bestimme Zeilen aus der Relation und gibt diese als neue Relation aus („löscht“ die anderen Zeilen)
  - **Kartesisches Produkt** (×) : erlaubt die Verknüpfung zweier Relationen
  - **Differenz** (-) : gibt die Tupeln aus der ersten Relation, die sich nicht in der zweiten Reltion befinden, aus
  - **Vereinigung** (∪) : gibt die Tupeln aus der ersten und zweiten Relation aus
- Zusätzliche Opratoren: Umbenennen, Durchschnitt, Division, Verbund
- Die Operationen können zusammengesetzt sein (jede Operation hat eine Relation als Ergebnis)

Projektion

- **Definition.** Sei $L = (A_1, \ldots, A_n)$ eine Teilmenge von Attributen(Spalten) aus der Relation R. Die Projektion der Attribute L einer Relation R ist definiert als die Relation $R'(A_1, \ldots, A_n)$ mit:

$$R' = \pi_L(R) = \{\, t' \mid t \in R \land t'.A_1 = t.A_1 \land \ldots \land t'.A_n = t.A_n \}$$

- Oder, anders gesagt:
  - Die Projektion aus einem Tupel $t \in R$ ist definiert als das Tupel

$$\pi_L(t) = (t(A_1), \ldots, t(A_n))$$

  - Die Projektion der Relation R ist definiert als die Relation

$$\pi_L(R) = \{\pi_L(t) \mid t \in R \}$$

Projektion - Beispiel

Studenten

MatrikelNr	Name	Vorname	Vorname2	Geburt	Ort	SgNr	Bafoeg
1001	Schmidt	Hans	Peter	24.2.1990	Würzburg	2	200
1002	Meisel	Dirk	Helmut	17.8.1989	Schweinfurt	3	500
1003	Schmidt	Amelie		19.9.1992	Rimpar	1	0
1004	Krause	Christian	Johannes	3.5.1990	Würzburg	1	100
1005	Schäfer	Julia		30.3.1993	Kitzingen	5	0
1006	Rasch	Lara		30.3.1992	Würzburg	3	0
1007	Bakowski	Juri		15.7.1988	Schweinfurt	4	400

$$\pi_{Name,Ort}(Studenten)$$

Name	Ort
Schmidt	Würzburg
Meisel	Schweinfurt
Schmidt	Rimpar
Krause	Würzburg
Schäfer	Kitzingen
Rasch	Würzburg
Bakowski	Schweinfurt

Projektion in SQL

- Ist $\pi_{Name,Ort}$(Studenten) äquivalent mit

```
SELECT Name, Ort FROM Studenten
```
?

- NEIN!
  - Relationale Algebra funktioniert mit Mengen ⇒ keine Duplikate(identische Tupeln)
  - Das ist in SQL nicht standardmäßig so!
  - Äquivalent:

```
SELECT DISTINCT Name, Ort FROM Studenten
```

Selektion / Restriktion

- **Definition.** Die Selektion einer Relation R ist definiert als die Menge aller Tupel aus R, die der Selektionsbedingung P genügen:

$$\sigma_{\mathrm{P}}(\mathrm{R}) = \{\, t \mid t \in \mathrm{R} \wedge \mathrm{P}(t) \,\}$$

- Die Bedingung P setzt sich zusammen aus:
  - Operanden: Konstanten oder Name eines Attributs
  - Vergleichsoperatoren: $=, \neq, <, \leq, >, \geq$
  - Boolsche Operatoren: $\vee, \wedge, \neg$

Selektion - Beispiel

Studenten

MatrikelNr	Name	Vorname	Vorname2	Geburt	Ort	SgNr	Bafoeg
1001	Schmidt	Hans	Peter	24.2.1990	Würzburg	2	200
1002	Meisel	Dirk	Helmut	17.8.1989	Schweinfurt	3	500
1003	Schmidt	Amelie		19.9.1992	Rimpar	1	0
1004	Krause	Christian	Johannes	3.5.1990	Würzburg	1	100
1005	Schäfer	Julia		30.3.1993	Kitzingen	5	0
1006	Rasch	Lara		30.3.1992	Würzburg	3	0
1007	Bakowski	Juri		15.7.1988	Schweinfurt	4	400

$$\sigma_{Name='Schmidt'}(Studenten)$$

MatrikelNr	Name	Vorname	Vorname2	Geburt	Ort	SgNr	Bafoeg
1001	Schmidt	Hans	Peter	24.2.1990	Würzburg	2	200
1003	Schmidt	Amelie		19.9.1992	Rimpar	1	0

Selektion in SQL

$$\sigma_{\texttt{Name = `Schmidt`}}(\texttt{Studenten})$$

$$\downarrow$$

```
SELECT DISTINCT * FROM Studenten
WHERE Name = `Schmidt`
```

Aufpassen

- Nicht verwechseln:

Projektion - $\pi_{Attr1,\ Attr2}(Relation)$

```
SELECT DISTINCT Attr1, Attr2
FROM Relation
WHERE c
```

Selektion - $\sigma_c(Relation)$

Zusammensetzung von Projektion und Selektion

$\pi_{\text{Name, Vorname, Ort}}(\sigma_{\text{Name = `Schmidt`}}(\text{Studenten}))$

```
SELECT DISTINCT Name, Vorname, Ort
FROM Studenten
WHERE Name = `Schmidt`
```

$\sigma_{\text{Name = `Schmidt`}}(\pi_{\text{Name, Vorname, Ort}}(\text{Studenten}))$

- Welches ist das äquivalente SQL Query?
- Kann man immer die Reihenfolge der Projektion und Selektion wechseln?
- Nein → die Selektion kann nach der Projektion ausgeführt werden, nur dann wenn die Selektionsbedingung nur Attribute aus der Projektion enthält

Vereinigung, Durchschnitt, Differenz

- Vereinigung: $R_1 \cup R_2 = \{ t \mid t \in R_1 \vee t \in R_2 \}$
- Durchschnitt: $R_1 \cap R_2 = \{ t \mid t \in R_1 \wedge t \in R_2 \}$
- Differenz: $R_1 - R_2 = \{ t \mid t \in R_1 \wedge t \notin R_2 \}$

- R_1 und R_2 müssen für alle diese Operationen gleiches Relationenschema besitzen
- Wertebereiche müssen kompatibel oder vereinigungsverträglich sein
- Bem. Es gilt $R_1 \cap R_2 = R_1 - (R_1 - R_2)$

Vereinigung, Durchschnitt, Differenz in SQL

$R_1 \cup R_2$

```
SELECT DISTINCT *
FROM R1
UNION
SELECT DISTINCT *
FROM R2
```

$R_1 \cap R_2$

```
SELECT DISTINCT *
FROM R1
INTERSECT
SELECT DISTINCT *
FROM R2
```

$R_1 - R_2$

```
SELECT DISTINCT *
FROM R1
EXCEPT
SELECT DISTINCT *
FROM R2
```

Kartesisches Produkt

- Das kartesische Produkt zweier Relationen $R_1(A_1, \ldots, A_n)$ und $R_2(B_1, \ldots, B_m)$ ist definiert als Relation:

$$R_1 \times R_2 = \{ t \mid t_1 \in R_1 \wedge t_2 \in R_2$$
$$\wedge\, t.A_1 = t_1.A_1 \wedge \ldots \wedge t.A_n = t_1.A_n$$
$$\wedge\, t.B_1 = t_2.B_1 \wedge \ldots \wedge t.B_m = t_2.B_m\}$$

SQL:

```
SELECT DISTINCT *
FROM R1, R2
```

Kartesisches Produkt - Beispiel

A_1	A_2
1	A
2	B
3	C

X

B_1	B_2
1	X
2	Y
4	Z

=

A_1	A_2	B_1	B_2
1	A	1	X
1	A	2	Y
1	A	4	Z
2	B	1	X
2	B	2	Y
2	B	4	Z
3	C	1	X
3	C	2	Y
3	C	4	Z

θ-Join (Theta-Verbund)

- Auswahl bestimmter Tupel aus dem kartesischen Produkt $R_1 \times R_2$
- Basis der Verknüpfung der Relationen: eine Bedingung c

$$R_1 \bowtie_c R_2 = \sigma_c (R_1 \times R_2)$$

Bsp.

$$\text{Studenten} \bowtie_{\text{Studenten.MatrikelNr = Enrolled.MatrikelNr}} \text{Enrolled}$$

SQL:

```
SELECT DISTINCT *
FROM Studenten, Enrolled
WHERE Studenten.MatrikelNr
= Enrolled.MatrikelNr
```

oder

```
SELECT DISTINCT *
FROM Studenten
INNER JOIN Enrolled ON
Studenten.MatrikelNr =
Enrolled.MatrikelNr
```

Equi-Join

- Einen θ-Join der Form $R_1 \bowtie_{R_1.A_i = R_2.B_j} R_2$ nennt man Equi-Join
- Notation für Equi-Join um zu unterscheiden: $R_1 \bowtie_{E(R_1.A_i = R_2.B_j)} R_2$
- Die Bedingung muss der Form einer Gleichwertigkeit zwischen Attribute der ersten und der zweiten Relation sein
- Das Ergebnis enthält nur einen der Attribute, da es redundant ist beide zu behalten (die Attribute sind gleich)

Equi-Join Beispiel

Kurse

KursId	Titel
Alg1	Algorithmen1
DB1	Datenbanken1
DB2	Datenbanken2

Enrolled

MatrNr	KursId	Note
1234	Alg1	7
1235	Alg1	8
1234	DB1	9
1234	DB2	7
1236	DB1	10

Kurse $\bowtie_{\mathrm{E(Kurse.KursId=Enrolled.KursId)}}$ $\mathrm{Enrolled}$

KursId	Titel	MatrNr	Note
Alg1	Algorithmen1	1234	7
Alg1	Algorithmen1	1235	8
DB1	Datenbanken1	1234	9
DB2	Datenbanken2	1234	7
DB1	Datenbanken1	1236	10

Natürlicher Verbund

- Verknüpft zwei Relationen indem alle gleichbenannten Attribute der beiden Relationen betrachtet werden und nur einen der gleichen Attribute kommt in das Ergebnis vor (ohne Redundanzen)
- Qualifizierende Tupel müssen für diese gleichbenannten Attribute gleiche Werte aufweisen, um in das Ergebnis einzugehen
- Gibt es kein gemeinsames Attribut so ist das Ergebnis das kartesische Produkt

Kurse

KursId	**Titel**
Alg1	Algorithmen1
DB1	Datenbanken1
DB2	Datenbanken2

Enrolled

MatrNr	**KursId**	**Note**
1234	Alg1	7
1235	Alg1	8
1234	DB1	9
1234	DB2	7
1236	DB1	10

Kurse ⋈ Enrolled

KursId	**Titel**	**MatrNr**	**Note**
Alg1	Algorithmen1	1234	7
Alg1	Algorithmen1	1235	8
DB1	Datenbanken1	1234	9
DB2	Datenbanken2	1234	7
DB1	Datenbanken1	1236	10

Division

- Die Relation R_1 enthält Attribute X und Y und R_2 enthält den Attribut Y.

$$R_1 \div R_2 = \{ \langle X \rangle \mid \forall \langle Y \rangle \in R_2 : \exists \langle X,Y \rangle \in R_1 \}$$

- $R_1 \div R_2$ (oder R_1 / R_2) enthält alle X Tupeln so dass für jedes Y Tupel in $R_{2,}$ ein XY Tupel in R_1 existiert
- X und Y können auch Mengen von Attributen sein

Division

- Nicht als primitiver Operator, aber nützlich
- Die Division wird dann eingesetzt, wenn die Frage „**für alle**“ enthält
- Beispielfragestellungen für eine Division:
  - Welche Personen haben eine Kundenkarte von **allen** Filialen?
  - Welche Mitarbeiter arbeiten an **allen** Projekten?
  - Welche Studenten hören **alle** Vorlesungen von Prof. X?

Division

- Darstellung des Quotienten durch die Basisoperatoren:
  - Idee: Berechne alle X Werte, die von irgendeinem Y Wert aus R_2 disqualifiziert wird
  - X wird disqualifiziert wenn für einen Y der Tupel XY nicht in R_1 enthalten ist:

$$\pi_X(\, (\, \pi_X(R_1) \times R_2) - R_1\,)$$

  - Der Quotient $R_1 \div R_2$ enthält dann alle X Werte aus R_1, die nicht disqualifiziert sind:

$$R_1 \div R_2 = \pi_X(R_1) - \pi_X(\, (\, \pi_X(R_1) \times R_2) - R_1\,)$$

Division - Beispiel

R_1

A	**B**
4	3
4	1
4	7
8	3
8	1
8	7

R_2

A
4
8

$R_1 \div R_2$

B
3
1
7

Umbenennen von Relationen und Attributen

- Umbenennung unterscheidet sich von den anderen Operatoren dadurch, dass keine Berechnung vorgenommen wird
- Operator ist aber notwendig, wenn eine Relation mehrfach in einer Anfrage vorkommt (z.B. Join)
- $\rho_S(R)$: Relation R wird in Relation S umbenannt
- $\rho_{B \leftarrow A}(R)$: Attribut A der Relation R wird umbenannt in B
- Das Relationenschema wird nicht geändert (nur eventuell Namen von Attributen)

Zuweisungsoperation

- Die Zuweisungsoperation $\leftarrow$ ist eine Methode komplexe Abfragen zu representieren
- Eine Abfrage kann in einer temporären Variable gespeichert werden

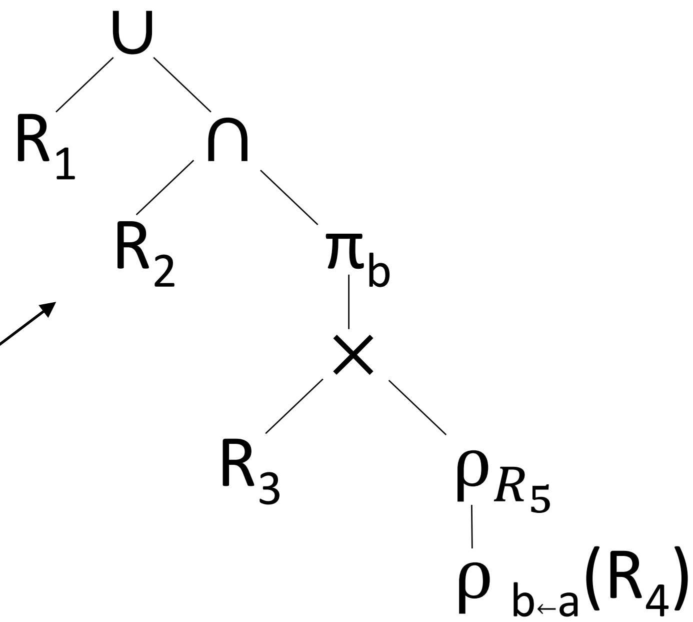
$$\mathrm{Temp} \leftarrow \pi_X(R_1 \times R_2)$$

- Dann kann man diese Variable in weiteren Abfragen benutzen

$$\mathrm{Erg} \leftarrow \mathrm{Temp} - R_3$$

Komplexe Abfragen

$$R_1 \cup (R_2 \cap \pi_b (R_3 \times \rho_{R_5}(\rho_{b \leftarrow a}(R_4))))$$



Ausführungsplan

Studenten

MatrNr	Name	Vorname
1234	Schmidt	Hans
1235	Meisel	Amelie
1236	Krause	Julia
1237	Rasch	Lara
1238	Schmidt	Christian

Kurse

KursId	Titel	ECTS
Alg1	Algorithmen1	6
DB1	Datenbanken1	6
DB2	Datenbanken2	5

Enrolled

MatrNr	KursId	Note
1234	Alg1	7
1235	Alg1	8
1234	DB1	9
1234	DB2	7
1236	DB1	10

Geben Sie die Namen der Studenten aus, die für den Kurs `BD1` angemeldet sind

- Lsg1.

$$\pi_{Name}((\sigma_{KursId=`BD1`}(Enrolled)) \bowtie Studenten)$$

- Lsg2.

$$\rho_{Temp1}(\sigma_{KursId=`BD1`}(Enrolled))$$
$$\rho_{Temp2}(Temp1 \bowtie Studenten)$$
$$\pi_{Name}(Temp2)$$

- Lsg3.

$$\pi_{Name}(\sigma_{KursId=`BD1`}(Enrolled \bowtie Studenten))$$

Geben Sie die Namen der Studenten aus, die für einen Kurs mit 5 ECTS angemeldet sind

- Lsg1.

$$\pi_{Name}((\sigma_{ECTS=5}(Kurse)) \bowtie Enrolled \bowtie Studenten)$$

- Lsg2.

$$\pi_{Name}(\pi_{MatrNr}(\pi_{KursId}(\sigma_{ECTS=5}(Kurse)) \bowtie Enrolled) \bowtie Studenten)$$

- Lsg2 ist effizienter. Ein Abfrageoptimierer würde, gegeben die erste Abfrage, die zweite Abfrage finden.

Geben Sie die Namen der Studenten aus, die für einen Kurs mit 5 **oder** 6 ECTS angemeldet sind

- Wir können erstmal die Kurse mit 5 oder 6 ECTS ausgeben und dann die Studenten die in einem dieser Kurse angemeldet sind

$$\rho_{TempKurse}(\sigma_{ECTS=5 \vee ECTS=6}(Kurse))$$

$$\pi_{Name}(TempKurse \bowtie Enrolled \bowtie Studenten)$$

- Was passiert wenn wir „oder“ mit „und“ ersetzen

Geben Sie die Namen der Studenten aus, die für einen Kurs mit 5 ECTS **und** einen Kurs mit 6 ECTS angemeldet sind

- Die vorige Idee funktionniert nicht mehr.
- Wir müssen die Studenten finden, die in einem 5 ECTS Kurs angemeldet sind und die die in einem 6 ECTS Kurs angemeldet sind und den Durchschnitt berechnen

$$\rho_{Temp5}(\pi_{MatrNr}(\sigma_{ECTS=5}\text{ (Kurse)} \bowtie \text{Enrolled}))$$

$$\rho_{Temp6}(\pi_{MatrNr}(\sigma_{ECTS=6}\text{ (Kurse)} \bowtie \text{Enrolled}))$$

$$\pi_{Name}((\text{Temp5} \cap \text{Temp6}) \bowtie \text{Studenten})$$

Geben Sie die Namen der Studenten aus, die **für alle** Kurse angemeldet sind

- „**Für alle**" $\rightarrow$ wir benutzen Division

$$\rho_{TempMatrNr}(\pi_{MatrNr,KursId}(Enrolled) / \pi_{KursId}(Kurse))$$

$$\pi_{Name}(\, TempMatrNr \bowtie Studenten)$$

Erweiterte Relationale Algebra Operatoren

- Erweiterte Projektion
- Aggregat Funktionen
- Outer Join
- Datenbank Änderungen

Erweiterte Projektion

- Erweitert die Projektion, indem arithmetische Funktionen als Projektionbedingung benutzt werden können

$$\pi_{F1,\ldots,Fn}(R)$$

- F1, … , Fn sind arithmetische Funktionen, die Konstante oder Attribute der Relation R enthalten

Aggregat Funktionen

- Haben mehrere Werte als Input und ein Wert als Output:
  - avg: Mittelwert
  - min: Minimum der Werte
  - max: Maximum der Werte
  - sum: Summe der Werte
  - count: Anzahl der Werte

Aggregat Funktionen in Relationale Algebra

$$_{G_{1,}G_2,\ldots,G_n}\,\vartheta_{F_1(A_1),\ F_2(A_2),\ldots,\ F_n(A_n)}(R)$$

- $G_{1,}G_2,\ldots,G_n$ – eine Liste von Attributen worauf wir gruppieren wollen
- F_i – Aggregatfunktion
- A_i – Name eines Attributes

Aggregat Funktionen - Beispiel

Relation R:

A	B	C
a	2	5
b	3	3
a	4	4

$\vartheta_{sum(C)}(R) \quad \Rightarrow 12$

Outer Join

- Erweiterung von Join-Operationen:
  - **Left Outer Join ⟕** - alle Tupel aus der linken Relation, die keinen Join-Partner in der rechten Relation haben, werden trotzdem ausgegeben
  - **Right Outer Join ⟖** - alle Tupel aus der rechten Relation, die keinen Join-Partner in der linken Relation haben, werden trotzdem ausgegeben
  - **Full Outer Join ⟗** - alle Tupel sowohl der linken als auch der rechten Reltion, die keinen Join-Partner haben, werden trotzdem ausgegeben
- Null-Werte werden benutzt:
  - Tupeln aus der Relation R, die keinen Join-Partner in der Relation S hatten enthalten Null-Werte für die entsprechenden Spalten der Relation S
  - Ein Null-Wert heißt unbekannt oder inexistent
  - Alle Vergleiche mit einem Null-Wert werden in der Regel als FALSE bewertet

Outer Join - SQL

- **RIGHT JOIN** (alternativ **RIGHT OUTER JOIN**)

```
SELECT *
FROM Studenten RIGHT JOIN Studiengang
  ON Studenten.SgNr = Studiengaenge.SgNr
```

- **LEFT JOIN** (alternativ **LEFT OUTER JOIN**)

```
SELECT *
FROM Studiengaenge LEFT JOIN Studenten
  ON Studenten.SgNr = Studiengaenge.SgNr
```

- **FULL OUTER JOIN**
  - Nicht in allen DB-Systemen verfügbar (z.B. MySQL nicht)

Datenbank Änderungen

- Der Inhalt der Datenbank kann durch folgenden Operationen geändert werden:
  - Löschen: $R \leftarrow R - E$
  - Einfügen: $R \leftarrow R \cup E$
  - Aktualisierung/Updating: $R \leftarrow \pi_{F1, \ldots, Fn}(R)$