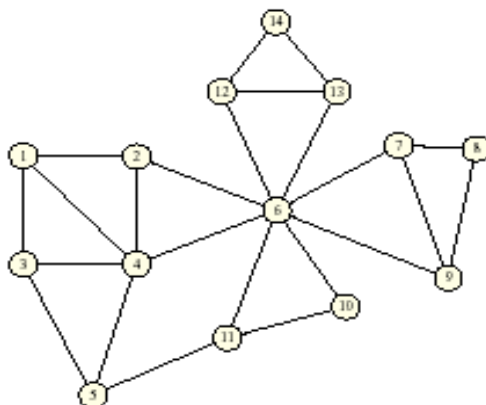


GRAFURI 2

1. Pentru graful din figură (notat cu $G = (V, E)$), determinați:



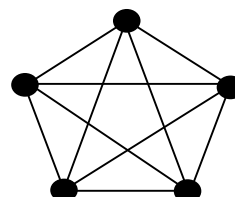
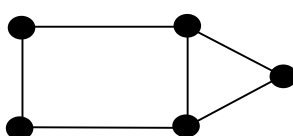
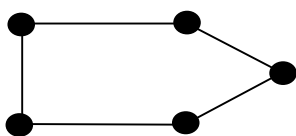
- (a) numărul cromatic
- (b) dacă graful este hamiltonian
- (c) dacă graful este eulerian

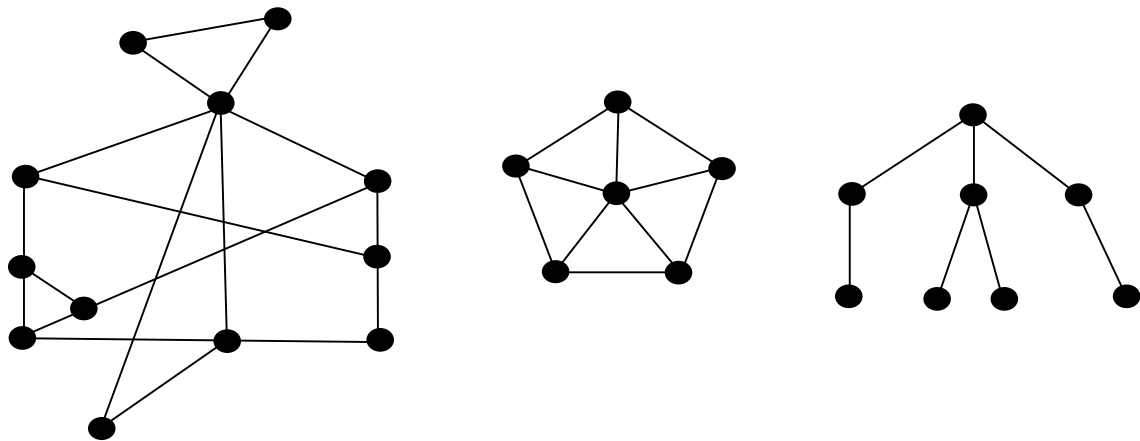
2. Fie următoarea matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

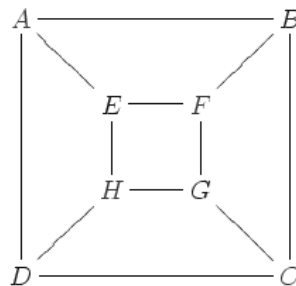
Determinați numărul cromatic al grafului.

3. Să se determine numărul cromatic al următoarelor grafuri:





4. Fie graful din figură:



- Este graful bipartit? De ce?
- Este graful hamiltonian. Justificați și în caz afirmativ indicați un circuit hamiltonian.
- Este graful eulerian? Justificați și în caz afirmativ indicați un circuit eulerian.

5. Care este numărul cromatic al grafului C_n (graful circuit de ordin n)?

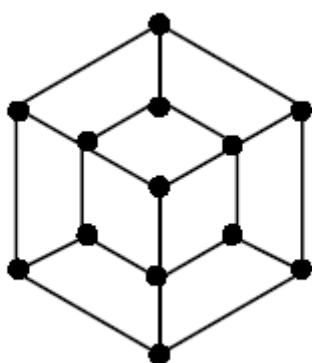
6. Calul pe o tablă de șah.

Un cal aflat pe poziția (x,y) pe o tablă de șah se poate muta pe una din pozițiile $(x \pm 2, y \pm 1)$ sau $(x \pm 1, y \pm 2)$, dacă aceste poziții există. Turneul unui cal este o secvență de mutări pornind dintr-o anumită poziție și vizitând fiecare pătrat o singură dată. Turneul unui cal se numește reentrant dacă există o mișcare legală care să permită aducerea calului de pe ultima poziție pe prima (se închidă un circuit). Putem modela turneul unui cal folosind un graf care are ca vârfuri pătratele de pe tabla de șah și ca muchii mutările posibile ale calului.

- a. Să se arate că determinarea unui turneu reentrant pe o tablă de șah de dimensiuni $m \times n$ este echivalentă cu determinarea unui circuit hamiltonian în graful respectiv.
- b. Să se arate că graful reprezentând mișcările permise ale unui cal pe o tablă de șah de dimensiuni $m \times n$ este un graf bipartit indiferent de valorile lui m și n .
- c. Să se demonstreze că nu există un turneu reentrant pe o tablă de șah de dimensiuni $m \times n$, cu m și n numere impare.

7. a. Este posibil pentru un cal de pe o tablă de șah să fie mutat astfel încât fiecare mișcare să fie făcută o singură dată?
b. Dar pentru un turn?

8. a. Fie $G = (V, E)$ un graf bipartit cu un număr impar de vârfuri. Să se demonstreze că graful G nu este graf hamiltonian.
b. Să se demonstreze că graful de mai jos nu este hamiltonian.



- c. Fie o tablă de șah de dimensiuni $n \times n$, n număr impar. Să se demonstreze că un cal nu poate fi mutat pe această tablă de șah astfel încât să viziteze toate pătratele și să revină (printr-o mutare permisă) în poziția de start.

9. Într-o sesiune de examene 15 studenți (notați cu A ... O) trebuie să susțină 6 examene ($E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$) astfel:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \{B, C, M, N, G, J\} & E_2 &= \{A, B, G, O\} & E_3 &= \{A, C, D, E, I\} \\
 E_4 &= \{D, O, L, K, H\} & E_5 &= \{M, E, F, L, I\} & E_6 &= \{N, F, K, H, J\}
 \end{aligned}$$

Fiecare examen se desfășoară pe durata unei zile. Care este numărul minim de zile necesar pentru programarea celor 6 examene astfel încât fiecare student să poată

susține toate examenele care-l interesează (nici un student să nu aibă suprapuse examene)? Justificați răspunsul.

Există examene care pot fi programate în aceeași zi? Care și de ce?

10. Într-un departament al unei universități americane există șase comitete care trebuie să se întâlnească lunar. Aceste comitete sunt: $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$. Componența acestor comitete este următoarea:

$$C_1 = \{A, M, K\} \quad C_2 = \{M, L, R\} \quad C_3 = \{A, R, K\}$$

$$C_4 = \{L, R, K\} \quad C_5 = \{A, M\} \quad C_6 = \{M, R, K\}$$

Care este numărul minim de zile în care se pot întruni cele șase comitete, fără ca să existe suprapuneri de activitate pentru nici unul din membrii comisiilor? Justificați răspunsul.

Există comitete care își pot desfășura activitatea în aceeași zi? Care comitete și de ce?

11. Un turist **T** ajunge în orașul **O** cu trenul (deci la gară) și trebuie să plece mai departe cu avionul (de la aeroport). În afară de aceste două obiective, în oraș mai există alte patru obiective interesante. Ceea ce a făcut faima acestui oraș sunt însă străzile sale care leagă cele șase obiective astfel încât turistul nostru își propune să le parcurgă pe toate, fără a trece însă de două ori pe aceeași stradă.. Notăm cele șase obiective cu A, B, C, D, E, F. Turistul nostru nu are harta întregului oraș, dar știe că din A poate ajunge la B și F; din B la C, D și E; din C la D, E și F; din D la F și din E la F.

a) Este posibilă parcurgerea tuturor străzilor din oraș? Care este itinerarul turistului prin oraș în acest caz și care din cele 6 obiective este gara și care este aeroportul? Justificarea se face pe baza teoriei grafurilor. Cum?

b) Este posibil ca turistul nostru să plece de la gară (stabilită la punctul a) și să viziteze fiecare obiectiv din oraș o singură dată? Care sunt străzile parcurse de turist? Justificați răspunsul folosind noțiunile de teoria grafurilor învățate.

12. Câte canale TV diferite sunt necesare pentru șase stații de emisie situate la distanțele date în tabelul următor știind că două stații de emisie nu pot folosi același canal dacă ele se găsesc la o distanță mai mică de 150 km.

	1	2	3	4	5	6
1		85	175	200	50	100
2	85		125	175	100	160
3	175	125		100	200	250
4	200	175	100		210	220
5	50	100	200	210		100
6	100	160	250	220	100	

13. Într-o buclă a unui program scris în limbajul **C** apar șapte variabile. Variabilele și pașii în timpul cărora variabilele trebuie memorate sunt:

Variabila t : pașii de la 1 la 6

Variabile u : pasul 2

Variabile v : pașii de la 2 la 4

Variabila w : pașii 1, 3, 5

Variabila x : pașii 1 și 6

Variabila y : pașii de la 3 la 6

Variabile z : pașii 4 și 5.

Câte registre index sunt necesare pentru stocarea variabilelor din buclă?

14. O grădină zoologică vrea să amenajeze habitate naturale pentru animalele pe care le deține. Din nefericire, unele animale vor fi mâncate de altele, dacă acestea din urmă ajung în preajma primelor. Cum poate fi folosit un graf pentru modelarea amplasării animalelor și cum poate fi folosită colorarea vârfurilor grafului obținut pentru a determina care animale pot fi puse în același habitat și care nu.

Care este numărul minim de habitate care trebuie amenajate?