

**MULȚIMI 2. Identități între mulțimi. Multiseturi**

1. Folosiți identități între mulțimi pentru a demonstra următoarele propoziții:

a)  $A \cap (B \setminus A) = \emptyset$

b)  $A \cup (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C) \cup (B \cap C)$

2. Este următoarea egalitate adevărată?

$$X \cap (Y \setminus Z) = (X \cap Y) \setminus (X \cap Z)$$

3. Să se demonstreze că dacă  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = A \cup B$  atunci mulțimile  $A$  și  $B$  sunt disjuncte.

4. Fie  $A$ ,  $B$  și  $C$  submulțimi ale unei mulțimi  $S$ . Care dintre următoarele identități nu sunt adevărate:

1)  $A \cap (B \cup \overline{A}) = B \cap A$

2)  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$

3)  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$

4)  $\overline{(\overline{A \cup B}) \cap \overline{A}} = A \cap B$

Justificați folosind identități între mulțimi.

5. Să se demonstreze că  $A \cap B = B \setminus (B \setminus A)$  folosind:

- a) incluziunea mutuală
- b) tabele de apartenență
- c) propoziții și echivalențe logice
- d) identități între mulțimi

6. Fie  $A$ ,  $B$ ,  $C$  submulțimi nevide ale mulțimii universale  $U$ . Să se demonstreze că  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$  folosind incluziunea mutuală.

**7.** Fie  $\mathbf{P}_i$  mulțimea putere a mulțimii  $A = \{1, 2, 3, \dots, i\}$ .

(i) Care este mulțimea  $\mathbf{P}_3$ ?

(ii) Care este mulțimea  $\bigcap_{i=1}^n (P_{i+1} \setminus P_i)$ ?

(iii) Care este mulțimea  $\bigcup_{i=1}^n (P_{i+1} \setminus P_i)$ ?

**8.** Demonstrați sau dați un contraexemplu pentru fiecare din enunțurile următoare:

a)  $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$

b)  $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$

c)  $P(A \setminus B) = P(A) \setminus P(B)$

**9.** Pentru mulțimile  $A$ ,  $B$  și  $C$  spuneți dacă următorul enunț este adevărat sau fals. Justificați răspunsul.

a. Dacă  $A \setminus C = B \setminus C$  atunci  $A = B$

b. Dacă  $A \cap C = B \cap C$  atunci  $A = B$

c. Dacă  $A \cup C = B \cup C$  atunci  $A = B$

**10.** Fie mulțimea  $A$  o submulțime a mulțimii universale  $U$ . Să se demonstreze următoarele egalități:

a.  $A \Delta A = \emptyset$

b.  $A \Delta \emptyset = A$

c.  $A \Delta U = \overline{A}$

d.  $A \Delta \overline{A} = U$

**11.** Să se demonstreze că dacă  $A$  și  $B$  sunt două mulțimi atunci  $(A \Delta B) \Delta B = A$ .

**12.** Fie mulțimea  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  ordonată (evident) crescător. Fie mulțimile  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  și  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ .

a) Să se scrie reprezentările ca șiruri de biți ale mulțimilor  $A$  și  $B$ .

b) Folosind aceste reprezentări să se calculeze:

- a.  $\overline{A}$
- b.  $A \cup B$
- c.  $A \cap B$
- d.  $A \oplus B$

**13.** Fie mulțimea  $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$  ordonată (evident) crescător. Fie mulțimile  $A = \{a, e, i\}$ ,  $B = \{a, b, d, e, g, h, j\}$  și  $C = \{a, c, e, g, i\}$ .

a) Să se scrie reprezentările ca șiruri de biți ale mulțimilor  $A$ ,  $B$  și  $C$ .

b) Folosind aceste reprezentări să se calculeze:

- a.  $\overline{C}$
- b.  $A \cup B$
- c.  $A \cap B \cap C$
- d.  $B \setminus C$

**14.** Presupunem că  $A$  este multisetul care are ca elemente tipurile de echipamente necesare unei catedre din universitate și multiplicitățile sunt reprezentate de numărul necesar pentru fiecare tip de echipament. Fie  $B$  multisetul corespunzător unei alte catedre. De exemplu:

$$A = \{107.PC, 44.router, 6.server\}$$

$$B = \{14.PC, 6.router, 2.mainframe\}$$

1) Ce operație între  $A$  și  $B$  reprezintă echipamentul pe care universitatea trebuie să-l cumpere presupunând că ambele catedre folosesc aceeași bază materială (folosesc în comun echipamentele)?

2) Ce combinație de  $A$  și  $B$  reprezintă echipamentul care va fi utilizat în comun de cele două catedre, dacă ambele catedre folosesc în comun echipamentele?

3) Ce operație între  $A$  și  $B$  reprezintă echipamentul pe care a doua catedră îl folosește, dar prima nu, dacă ambele catedre folosesc în comun echipamentele?

4) Ce operație între  $A$  și  $B$  reprezintă echipamentul pe care universitatea trebuie să-l cumpere dacă cele două catedre nu folosesc în comun echipamentele?

Pentru fiecare subpunct se va indica și rezultatul raportat la exemplul dat.