

RELAȚII DE ORDINE.

1. Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, n\}$ și mulțimea parțial ordonată $(P(A), \subseteq)$, unde $P(A)$ este puterea mulțimii A .

a) Pentru $n = 3$, să se deseneze diagrama Hasse asociată acestui poset și să se indice două exemple de lanț și două exemple de antilanț.

b) Să se demonstreze că există un lanț de lungime $(n+1)$ în $(P(A), \subseteq)$.

a) Să se demonstreze că oricare ar fi k ($0 < k < n$), mulțimea

$$S = \{B \mid B \subseteq A \text{ și } |B| = k\}$$

este un antilanț în $(P(A), \subseteq)$.

2. Să se deseneze diagramele Hasse pentru relația de divizibilitate pe mulțimile:

a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

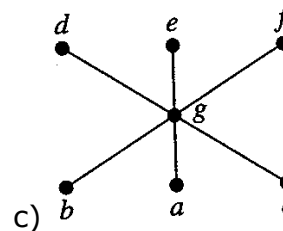
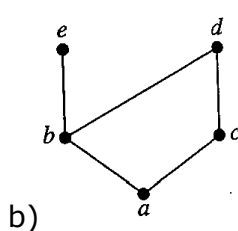
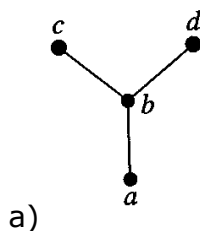
b) $\{3, 5, 7, 11, 13, 16, 17\}$

c) $\{2, 3, 5, 10, 11, 15, 25\}$

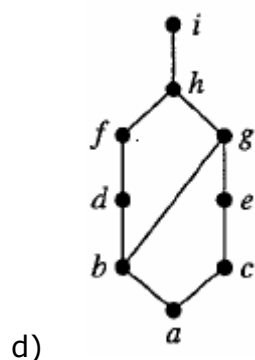
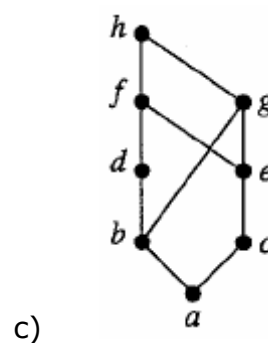
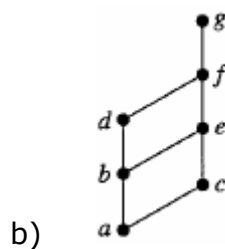
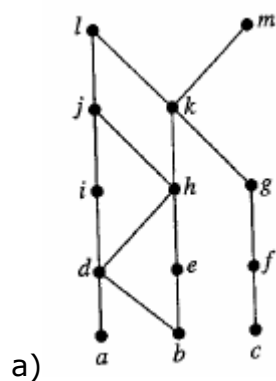
d) $\{1, 3, 9, 27, 81, 243\}$

3. Să se deseneze diagrama Hasse pentru relația de incluziune nestrictă pe mulțimea S , unde $S = \{a, b, c, d\}$.

4. Să se listeze toate perechile ordonate care fac parte din relațiile de ordine parțială descrise de următoarele diagrame Hasse:



5. Se dau următoarele diagrame Hasse:



Să se determine:

- elementele minimale
- elementele maxime
- elementul maxim (dacă acesta există)
- elementul minim (dacă acesta există).
- Care din relațiile reprezentate sunt relații de ordine totală.

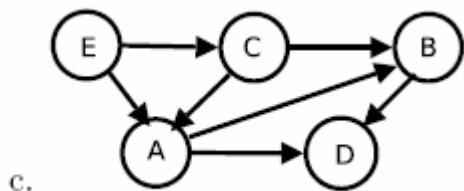
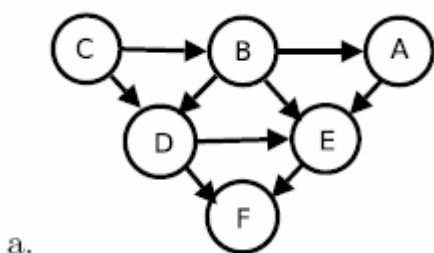
6. Determinarea unei relații de ordine totală compatibilă cu o relație de ordine parțială înseamnă determinarea, prin ordonare topologică, a unui șir care să cuprindă toate elementele din mulțimea de definiție.

Să se determine o ordine totală compatibilă cu mulțimile parțial ordonate următoare:

- $(\{1, 2, 4, 5, 12, 20\}, |)$
- $(\{1, 2, 3, 6, 8, 12, 24, 36\}, |)$

7. Să se determine o relație de ordine totală compatibilă cu diagrama Hasse de la Exercițiul 5a

8. Fie următoarele grafuri:



(i) Grafurile de mai sus pot fi sortate topologic?

(ii) Există o ordonare unică prin sortare topologică (pentru grafurile de mai sus)?

(iii) Dacă există mai mult de o ordonare, enumerați toate sortările posibile.

9. Un proiect de dezvoltare de la o firmă de software presupune realizarea a șapte activități. Fie acestea A, B, C, D, E, F și G. Unele din aceste activități pot fi începute numai după terminarea altora. O ordonare parțială a activităților poate fi făcută considerând că activitatea $X < Y$ dacă activitatea Y nu poate fi începută decât dacă activitatea X a fost terminată. Se cunosc următoarele restricții:

- Activitatea B nu poate fi începută decât dacă s-au terminat activitățile A și C.
- Activitatea D poate fi începută numai după ce s-a terminat activitatea B.
- Activitatea F poate fi începută numai după terminarea activităților B și E.
- Activitatea G (ultima) se poate realiza numai dacă s-au terminat activitățile D și F.

Să se deseneze diagrama Hasse corespunzătoare proiectului de dezvoltare de la firma de software și să se indice două posibile ordini de realizare a celor șapte activități.