

1η Εργαστηριακή Άσκηση

Ελαχιστοποίηση κυρτής συνάρτησης μιας μεταβλητής σε δοσμένο διάστημα

Στην εργασία αυτή ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση μιας δοσμένης συνάρτησης $f(x)$ όταν $x \in [a, b]$. Το πρόβλημα αυτό αποτελεί την βάση των αλγορίθμων εύρεσης ελαχίστου συναρτήσεων με περισσότερες μεταβλητές. Οι αλγόριθμοι που θα υλοποιηθούν είναι:

Μέθοδοι αναζήτησης ελαχίστου χωρίς την χρήση παραγώγων:

- 1) Μέθοδος της Διχοτόμου,
- 2) Μέθοδος του Χρυσού Τομέα,
- 3) Μέθοδος Fibonacci.

Μέθοδοι αναζήτησης με χρήση παραγώγων:

- 4) Μέθοδος της Διχοτόμου με χρήση παραγώγου.

Σε όλες τις παραπάνω μεθόδους ξεκινάμε από ένα αρχικό διάστημα $[a, b]$ μέσα στο οποίο βρίσκεται το ελάχιστο x^* της $f(x)$. Με τη χρησιμοποίηση ενός ακολουθιακού αλγόριθμου καταλήγουμε σε ένα διάστημα $[a_k, b_k]$ με προδιαγεγραμμένη ακρίβεια l , δηλαδή $b_k - a_k \leq l$.

Δοσμένου του αρχικού διαστήματος $[-4, 4]$, οι συναρτήσεις που θα ελαχιστοποιηθούν είναι:

- $f_1(x) = (x - 3)^2 + \sin^2(x + 3)$,
- $f_2(x) = (x - 1)\cos\left(\frac{1}{2}x\right) + x^2$,
- $f_3(x) = (x + 2)^2 + e^{x-2}\sin(x + 3)$.

Αφού μελετήσετε προσεκτικά την παράγραφο 5.1 του βιβλίου, να λύσετε τα παρακάτω θέματα:

Θέμα 1: Υλοποιήστε στο Matlab τη Μέθοδο της Διχοτόμου και εφαρμόστε τη για όλες τις συναρτήσεις. Κρατώντας σταθερό το τελικό εύρος αναζήτησης $l = 0.01$ μελετήστε τη μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης $f_i(x)$, $i = 1, 2, 3$, καθώς μεταβάλλουμε τη σταθερά $\varepsilon > 0$ (απόσταση από τη διχοτόμο). Δημιουργήστε την αντίστοιχη γραφική παράσταση από τις τιμές που προκύπτουν (για όλες τις συναρτήσεις). Έπειτα, κρατώντας σταθερό το $\varepsilon = 0.001$, μελετήστε τη μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης $f_i(x)$, $i = 1, 2, 3$, καθώς μεταβάλλουμε το l . Δημιουργήστε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις από τις τιμές που προκύπτουν. Επιπλέον, σε τρία διαγράμματα, ένα για κάθε συνάρτηση, σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των άκρων του διαστήματος $[a_k, b_k]$ συναρτήσει του δείκτη k , δηλαδή (k, a_k) και (k, b_k) , για διάφορες τιμές επιλογής σας του τελικού εύρους αναζήτησης l .

Θέμα 2: Υλοποιήστε στο Matlab τη Μέθοδο του Χρυσού Τομέα και εφαρμόστε τη για όλες τις συναρτήσεις. Μελετήστε τη μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης $f_i(x)$, $i = 1, 2, 3$, καθώς μεταβάλλουμε το l . Δημιουργήστε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις από τις τιμές που προκύπτουν. Επιπλέον, σε τρία διαγράμματα, ένα για κάθε συνάρτηση, σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των άκρων του διαστήματος $[a_k, b_k]$ συναρτήσει του δείκτη k , δηλαδή (k, a_k) και (k, b_k) , για διάφορες τιμές επιλογής σας του τελικού εύρους αναζήτησης l .

Θέμα 3: Επαναλάβετε το Θέμα 2, χρησιμοποιώντας τη Μέθοδο Fibonacci.

Θέμα 4: Επαναλάβετε το Θέμα 2, χρησιμοποιώντας τη Μέθοδο της Διχοτόμου με χρήση παραγώγου.

Να παραδώσετε όλους του κώδικες των προγραμμάτων που γράψατε και μία αναφορά με τα διαγράμματα, τα σχόλια, τα συμπεράσματα σας, και ό,τι άλλο κρίνετε αναγκαίο για την παρουσίαση της δουλειάς σας. Στην αναφορά να περιλαμβάνεται και συγκριτικός σχολιασμός πάνω στην αποδοτικότητα των υπό μελέτη μεθόδων για τις τρεις συναρτήσεις.

Νοέμβριος 2021