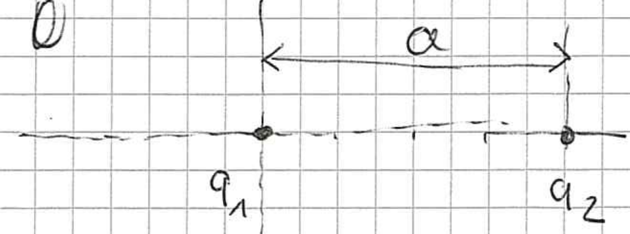
$\boxed{\text{Ex 15}}$



Vecteur de la source vers

$\vec F_{1\to 2}$: force d'q_1 sur q_2 $= q_2 \cdot \underbrace{\vec E_{q_1}(\vec r_{q_2})}_{E^1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot (\vec r_{q_2} - \vec r_{q_1})}{|\vec r_{q_2} - \vec r_{q_1}|^3}$

$\vec F_{2\to 1}$: force d'q_2 sur q_1 $= q_1 \underbrace{\vec E_{q_2}(\vec r_{q_1})}_{E^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2 \,(\vec r_{q_1} - \vec r_{q_2})}{|\vec r_{q_1} - \vec r_{q_2}|^3}$

vecteur où il faut calculer la force!

Source

q_3 en Equilibre.

$\Longleftrightarrow \quad \vec F_{1\to q_3} + \vec F_{2 \to q_3} = 0\,!$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{q_3 q_1 \cdot (\vec r_{q_3} - \vec r_{q_1})}{|\vec r_{q_3} - \vec r_{q_1}|^3} + \frac{q_3 q_2 \cdot (\vec r_{q_3} - \vec r_{q_2})}{|\vec r_{q_3} - \vec r_{q_2}|^3}\right] = 0$$

$\vec r_{q_1} = (0,0,0) \qquad \vec r_{q_2} = (a,0,0) \qquad \vec r_{q_3} = (x,0,0)$

$q_1 \cdot q_2 > 0 \Rightarrow |x| \leq a \Rightarrow |x|^3 = x^3 \quad |x-a|^3 = -(x-a)^3$

$(\vec r_{q_3} - \vec r_{q_1}) = (x,0,0)\,;\ (\vec r_{q_3} - \vec r_{q_2}) = (x-a,0,0) \Rightarrow \vec F_{i \to q_3} = (F_{xi},0,0)$

Seulement composant en x

idependand de q_3 !!

$$4\pi\varepsilon_0 \cdot \underbrace{q_3 \cdot (E^1_x + E^2_x)}_{F_x} = \frac{q_3 q_1 \cdot x}{|x|^3} + \frac{q_3 q_2 (x-a)}{|x-a|^3} \overset{!}{=} 0$$

$$\sum F_{x_i} = 0 \qquad 0 \overset{!}{=} \frac{q_1 \cancel{x}}{x^3} - \frac{q_2 (x-a)}{(x-a)^3}$$

$$\Rightarrow q_1 \cdot (x-a)^2 = q_2 (x)^2$$

$$\Rightarrow q_2 x^2 - q_1 (x-a)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{q_2 x^2 - q_1 x^2}_{x^2(q_2-q_1)} + 2 q_1 a x - q_1 a^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + \frac{2 q_1}{(q_2-q_1)} a \cdot x - \frac{q_1}{(q_2-q_1)} \cdot a^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_{1/2} = - \frac{q_1}{(q_2-q_1)} a \pm \sqrt{\frac{q_1^2 \cdot a^2}{(q_2-q_1)^2} + \frac{q_1 \cdot a^2}{(q_2-q_1)}}$$

$$= - \left(\frac{q_1}{q_2-q_1}\right) \cdot a \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{(q_2-q_1)}{q_1}} \right]$$

$$x_{1/2} = - \left(\frac{q_1}{q_2-q_1}\right) a \left[1 \pm \sqrt{q_2/q_1} \right.$$

$0<|x|a$!! $\Rightarrow$ "$-$"

<u>example:</u> $q_1 = 1 \quad q_2 = 3 \quad a = 4$

$$q_1/(q_2-q_1) = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2} \; ; \; \sqrt{q_2/q_1} = \sqrt{3} \approx 1.73$$

$$x_{1/2} = -\left(\frac{1}{2}\right) \cdot 4 \left(1 \overset{(+)}{-} \sqrt{3} \right)$$

$$x = -2 \cdot (-0.73) = \underline{+1.46}$$ pos. equilib.

$q_1 \cdot q_2 < 0$ charge opposé. $\Rightarrow |x| \geq a$

$\Rightarrow |x-a|^3 = (x-a)^3$

$$\Rightarrow \quad \frac{q_1 \cdot x}{|x|^3} + \frac{q_2 (x-a)}{\cancel{|x-a|^3}} = 0$$

seulement possible si $q_2 \cdot q_1 < 0$!

$q_2 = -q_2'$ $\quad q_2' > 0$

$q_1 > 0$

$$\frac{q_1 \cdot \cancel{x}}{\cancel{x}^2} - \frac{q_2'}{(x-a)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_{1/2} = -\left(\frac{q_1}{q_2' - q_1}\right) a \left[1 \pm \sqrt{q_2'/q_1}\right]$$

<u>exemple</u> $\quad q_1 = 5 \quad q_2' = 1 \quad (q_2 = -1) \quad a = 4$

$$x_{1/2} = -\frac{5}{1-5} \cdot 4 \cdot \left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{5}}\right)$$

$$= +5\,(1 \pm 0.45)$$

$(1.45) \leftarrow \Rightarrow \boxed{x = 7.25 > a\,!!}$

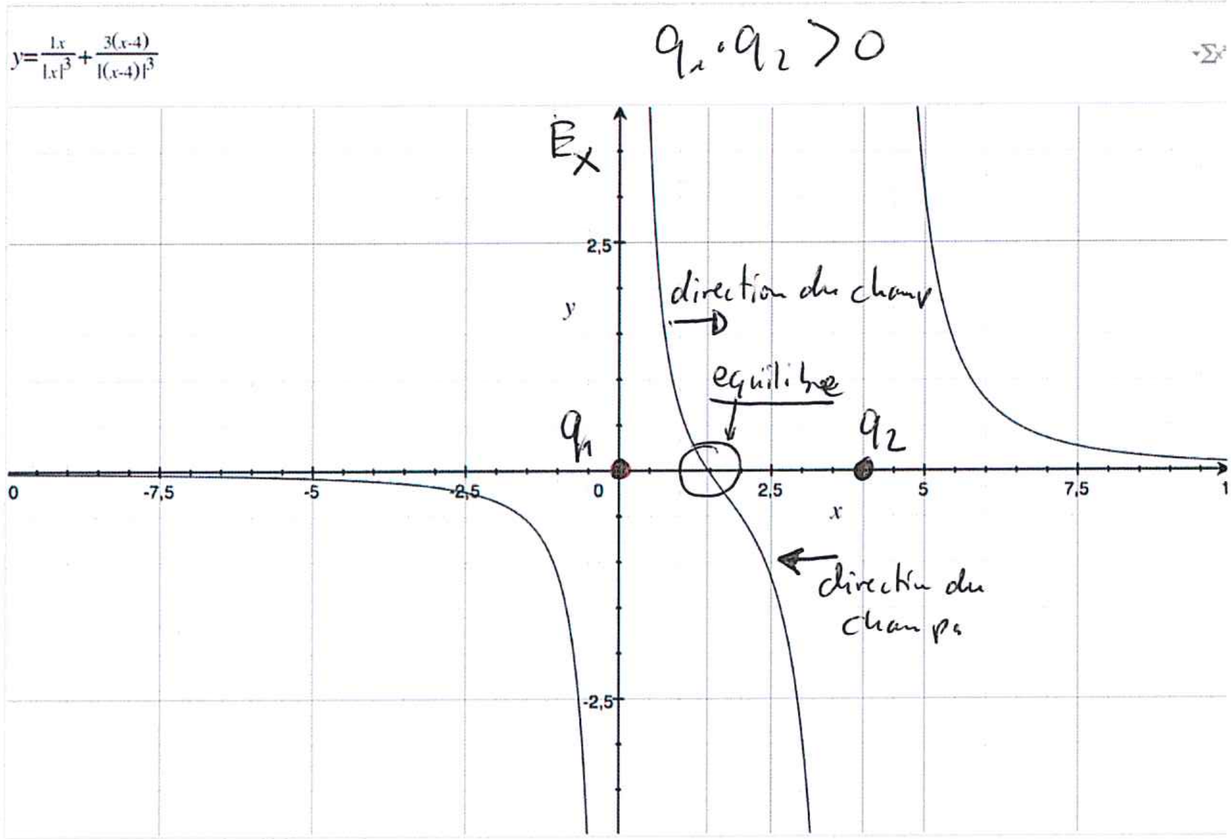
$(0.55) \leftarrow \Rightarrow x = 2.75 < a$

$\Rightarrow$ equilibre au délà des deux charges $q_1 q_2$ si $q_1 \cdot q_2 < 0$

$\Rightarrow$ equilibre entre les deux charges $q_1 q_2$ si $q_1 \cdot q_2 > 0$!

Deux charges de même signe $q_1 \times q_2 > 0$
$q_1 = 1$ et $q_2 = 3$; $a=4$

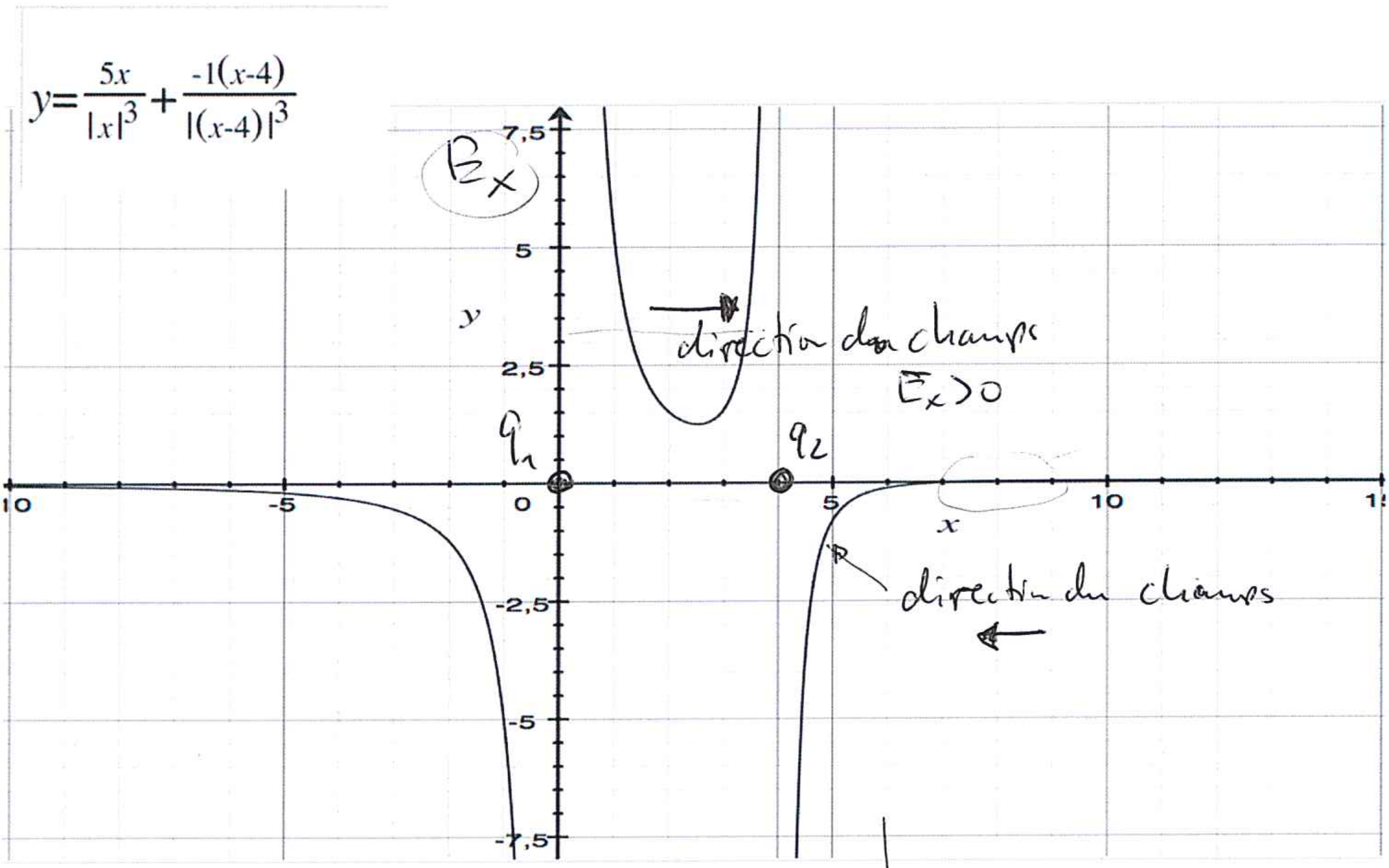
Champs électrostatique = 0 à + 1.46. entre les deux charges
Position d'équilibre !



Deux charges de signe opposées $q_1 \times q_2 < 0$

$q_1 = 5$ et $q_2 = -1$; $a=4$

Pas d'équilibre entre les deux charges



Position d'équilibre à 7.25 !!

agrandissant.