Licence Physique-Chimie - L2S4
Examen à la maison d'Electromagnétisme
Session 2 - 30 juin 2020

Jérôme Baudot, Mohamad Moukaddam

Durée : 2h.
Sujet sur 4 pages avec 2 exercices.

1 Champ électrique dans une ligne coaxiale infinie

Une ligne coaxiale est faite de deux conducteurs cylindriques, C1 et C2, imbriqués de même axe (Oz), comme représenté sur la figure 1. Le conducteur C1 est plein et de rayon a. Le conducteur C2 entoure C1, avec un rayon intérieur $b > a$ et un rayon extérieur $c > b$ (donc une épaisseur $c - b$).
Les deux conducteurs possède la même conductivité γ. Le milieu entre les deux conducteurs est assimilé au vide avec une permitivité ϵ_0. On considère la ligne et les conducteurs comme infinis.
Les conducteurs sont parcourus par un courant constant de même valeur absolue I mais de sens contraire.

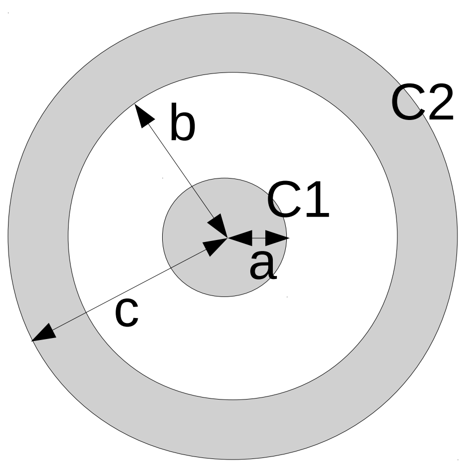

FIGURE 1 –

1.1 Justifier que le le vecteur densité de courant a la forme $\vec{j} = j_z(x, y, z)\vec{u}_z$. Utiliser l'équation de conservation de la charge pour obtenir que $\text{div}\vec{j} = 0$. Et enfin, utiliser cette dernière relation pour obtenir que le vecteur $\vec{j}$ ne dépend pas de z.

1.2 En utilisant une des équations de Maxwell et la relation entre le champ électrique $\overrightarrow{E}$, le vecteur densité de courant $\overrightarrow{j}$ et la la conductivité γ, montrer que $\overrightarrow{\text{rot}} j = \overrightarrow{0}$. Et enfin, utiliser cette dernière relation pour obtenir que le vecteur $\overrightarrow{j}$ ne dépend ni de x ni de y.

1.3 Pour le conducteur interne, donner la relation entre le courant I et le vecteur densité de courant $\overrightarrow{j_1}$, en déduire la valeur de j_{z1}, puis la valeur du champ électrique $\overrightarrow{E_1}$ dans C1.

1.4 On reprend les questions précédentes pour obtenir le champ électrique $\overrightarrow{E_2}$ dans C2.

1.5 Utiliser les équations de Maxwell pour prouver que dans l'espace inter-conducteur $\Delta V = 0$ ($\Delta = \nabla^2$ est l'opérateur Laplacien).

2 Effet Hall, mesure d'un champ magnétique.

Un courant $\boldsymbol{i}$ circule entre les deux extrémités métallisées d'un bloc de dimensions $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{d}$ comme le montre la Figure 2. Ce bloc permet de mesurer la différence de potentiel V_H entre ces côtés le long de l'axe des x. Un champ magnétique $\vec{B}$ supposé uniforme règne dans le volume entourant le bloc.

2.1 Étude préliminaire de l'effet Hall

i) Quelle est la relation entre le courant $\boldsymbol{i}$ et la densité de courant $\vec{\mathbf{j}}$ traversant une surface $\overrightarrow{dS}$. Déduire $\boldsymbol{i}$ en fonction de $\mathbf{j}$ supposée uniforme à travers le bloc.

ii) Soit $\boldsymbol{n}$ la densité des électrons libres dans le bloc, exprimer $\mathbf{j}$ en fonction de $\boldsymbol{n}$ et l'amplitude de la vitesse v des électrons.

iii) Déduire v en fonction de $\boldsymbol{i}$. Exprimer le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ en fonction des vecteurs unitaires.

iv) Donner l'expression de la force magnétique $\overrightarrow{f_m}$ subit par un électron en fonction des données du problème. Vers quel côté du bloc la force $\overrightarrow{f_m}$ entraîne les électrons ?

v) Cette accumulation des électrons provoque l'apparition d'un champ électrique $\overrightarrow{E}$. Préciser la direction de $\overrightarrow{E}$ et déduire l'expression de la force électrique $\overrightarrow{f_e}$.

vi) Calculez la différence de potentiel $V_H > 0$, visible sur la Figure 3 (a), lorsqu'il y a équilibre entre les forces $\overrightarrow{f_e}$ et $\overrightarrow{f_m}$.
NB : Le courant $\boldsymbol{i}$ est maintenu constant pour une sonde donnée, mais la Figure 3 (a) est allégée pour la clarté.

2.2 Mesure d'un champ magnétique avec une sonde à effet Hall

Les semi-conducteurs sont caractérisés par une faible densité $\boldsymbol{n}$ et une grande vitesse v des électrons. On considère le cas d'une sonde à effet Hall **semi-conductrice** destinée à la mesure

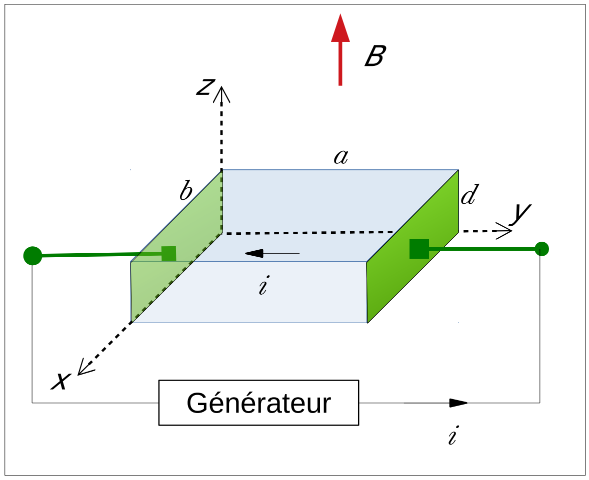

FIGURE 2 – Bloc conduisant un courant $\boldsymbol{i}$, principe de base de l'opération d'une sonde à effet Hall.

des champs magnétiques et parcourue par $i = 10\ mA$, ses caractéristiques sont $\boldsymbol{n} = 5{\cdot}10^{17}\ cm^{-3}$, $\boldsymbol{a} = 5\ mm$, $\boldsymbol{b} = 3\ mm$, $\boldsymbol{d} = 5\ \mu m$,

i) Que vaut V_H pour $B = 10^{-3}\ T$ et $B = 1\ T$?

ii) Les conducteurs sont caractérisés par une valeur de $\boldsymbol{n}$ élevé et une vitesse v faible, utiliser l'effet Hall pour calculer l'intensité du courant à injecter dans une sonde de cuivre pour que la différence de potentiel V_H mesurée soit identique à celle de la question précédente pour un champ magnétique de $B = 1\ T$? On donne $\boldsymbol{n}_{Cuivre} = 1.1 \cdot 10^{23}\ cm^{-3}$.
Déduire quelle matériau est meilleur pour construire une sonde à effet Hall et préciser pourquoi ? Que vaut V_H pour $B = 10^{-3}\ T$ et $B = 1\ T$?

iii) On dessine deux trajets d'un électron, ℓ et ℓ', comme le montre la Figure 3 (b), correspondant à deux intensités de champs magnétiques B. Lequel des deux trajets correspond au champ magnétique le plus intense ? Que peut-on dire de la résistance ressenti par l'électron dans ce cas par rapport à l'autre trajet ?

iv) Expliquer pourquoi une sonde à effet Hall est opérée avec un générateur de courant (qui maintient un courant constant entre deux points d'un circuit) plutôt qu'un générateur de tension.

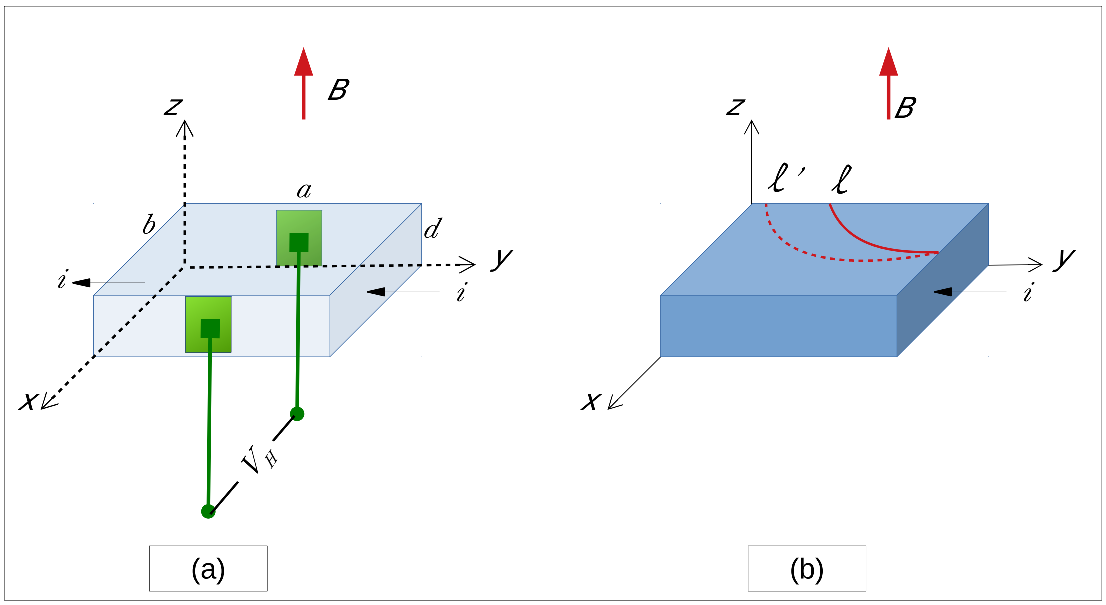

FIGURE 3 – (a) Mesure de la tension Hall à travers la sonde. (b) Deux trajets d'un électron subit à deux intensités de champs magnétiques différents.