

MATHEMATICS

Pure mathematics is, in its way, the poetry of logical ideas.

ΠΕΔΪΟ ΟΡΙΣΜΟΎ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Εάν οι άνθρωποι πιστεύουν ότι τα μαθηματικά δεν είναι απλά, είναι γιατί δε συνειδητοποιούν πόσο περίπλοκη είναι η ζωή.

John von Neumann

Στην παρούσα εργασία θα θυμηθούμε πώς βρίσκουμε το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης και πώς μπορούμε να επαληθεύσουμε το αποτέλεσμα με τη βοήθεια του *geogebra*.

Στο πλαίσιο της θεωρίας έχουμε συναντήσει δύο ειδών συναρτήσεις που χρήζουν ειδικής μελέτης σχετικά με το πεδίο ορισμού. Συναρτήσεις της μορφής:

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

για τις οποίες πρέπει ο παρανομαστής να είναι διάφορος του μηδενός, δηλαδή: $h(x) \neq 0$ και συναρτήσεις της μορφής:

$$f(x) = \sqrt{g(x)}$$

για τις οποίες πρέπει η υπόριζη ποσότητα να είναι μεγαλύτερη ή ίση του μηδενός, δηλαδή: $g(x) \geq 0$.

Άσκηση 1

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \sqrt{-x + 4}$$

$$f(x) = \frac{3}{2x - 4}$$

Λύση

Πρέπει $2x - 4 \neq 0$. Έστω

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}.$$

Επομένως, το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το $A = \mathbb{R} - \{2\}$.

-Τέλος λύσης-

Επαλήθευση αποτελεσμάτων με *geogebra*

Παρακάτω, βλέπουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{3}{2x - 4}$$

κατασκευασμένη σε geogebra. Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση «κόβεται» στο $x = 2$, γεγονός που γίνεται καλύτερα ορατό αν σχεδιάσουμε την ευθεία $x = 2$. Το πεδίο ορισμού A της f είναι το σύνολο όλων των τετμημένων της γραφικής παράστασης C_f , δηλαδή η προβολή της γραφικής παράστασης πάνω στον άξονα $x'x$.

Λύση

Πρέπει $-x + 4 \geq 0$, άρα

$$-x + 4 \geq 0 \Rightarrow -x \geq -4 \Rightarrow \boxed{x \leq 4}.$$

Επομένως, το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το $A = (-\infty, 4]$.

-Τέλος λύσης-

Επαλήθευση αποτελεσμάτων με *geogebra*

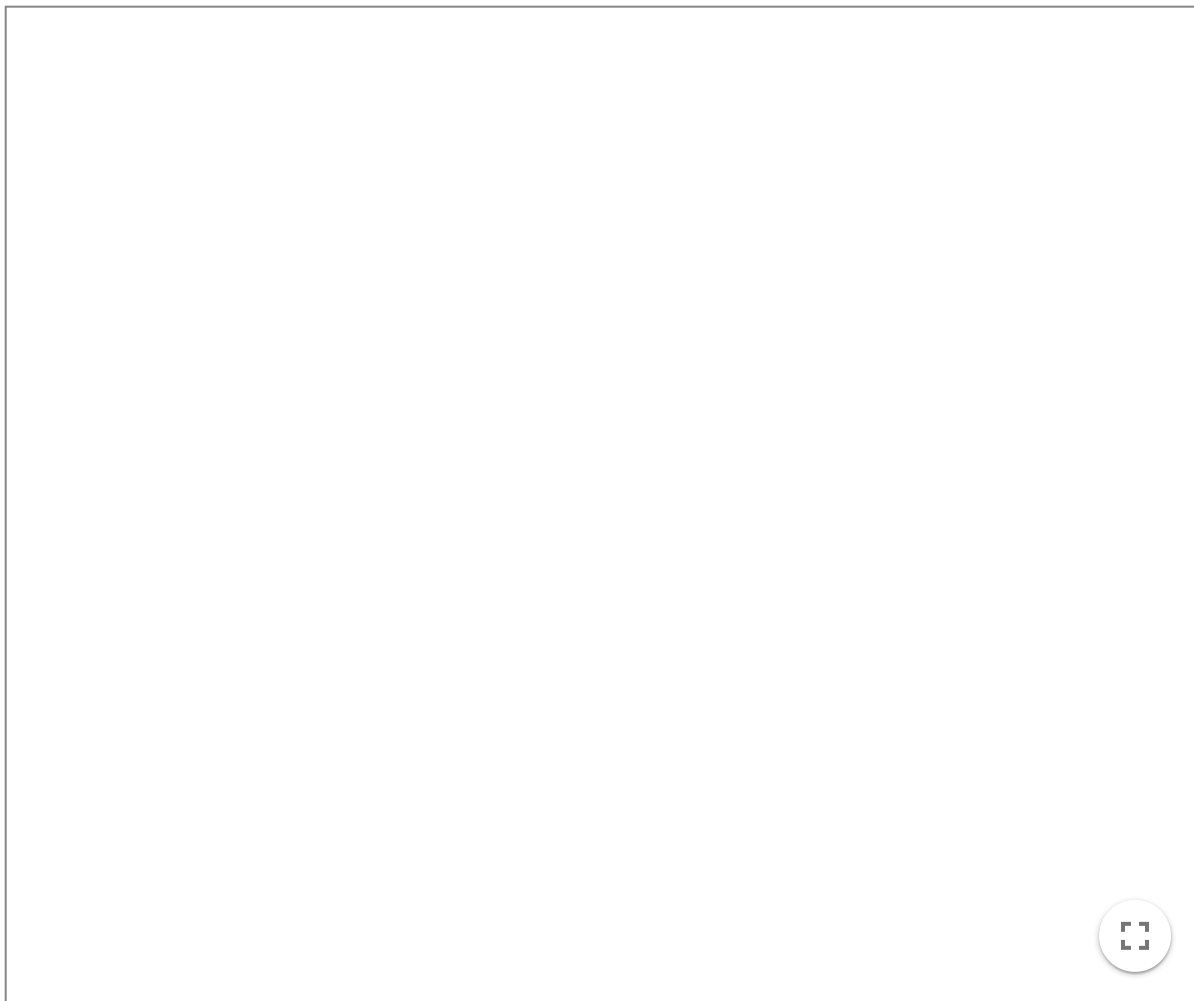
Παρακάτω, βλέπουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{-x + 4}$ κατασκευασμένη σε *geogebra*. Το πεδίο ορισμού A της f είναι το σύνολο όλων των τετμημένων της γραφικής παράστασης C_f , δηλαδή η προβολή της γραφικής παράστασης πάνω στον άξονα x' .


$$f(x) = x + 4$$



Άσκηση 2

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:



Προσπαθήστε μόνοι σας τις ακόλουθες ασκήσεις και επαληθεύστε τα αποτελέσματα με τη βοήθεια του geogebra:

Άσκηση 3

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \frac{x + 5}{x^2 - 3x + 2}$$

Άσκηση 4

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \frac{2x + \sqrt{5}}{4x^2 + 12x - 7}$$

Άσκηση 5

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \sqrt{2x + 4}$$

Άσκηση 6

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \sqrt{2x + 4} + \sqrt{-2x + 8}$$

Δυστυχώς υπάρχουν περιπτώσεις που το *geogebra* δεν μπορεί να «δει» το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. Η άσκηση 7 ανήκει σε αυτήν την περίπτωση.

Άσκηση 7

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

*Άσκηση 8

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 1}$$

**Άσκηση 9

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \frac{x + \sqrt{3}}{x^3 - 3x^2 - 6x + 8}$$

Στείλε την προσπάθειά σου