Άσκηση 3

Να βρείτε τα σημεία τομής των παρακάτω συναρτήσεων με τους άξονες $x'x$ και $y'y$:

1.$f(x) = -3x + 9$

ΛΥΣΗ

Σημείο τομής με τον άξονα των y'y

Το σημείο τομής της C_f με τον άξονα *y'y* είναι το $(0, f(0))$, αρκεί λοιπόν να υπολογίσουμε το $f(0)$.

f(0)=-3*0+9=9

άρα το σημείο τομής της C_f με τον άξονα y'y είναι το (0,9)

Σημείο τομής με τον x'x

Γνωρίζουμε ότι τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x έχουν τη μορφή $(x_i, 0)$, όπου x_i οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$. Επομένως θα έχουμε:

f(x)=0<=> -3x+9=0<=>x=9/3<=>x=3

άρα υπάρχει ένα σημείο τομής της C_f με τον άξονα x'x το οποίο είναι (3,0)

2.$f(x) = 2x^2 + 7x - 15$

ΛΥΣΗ

Σημείο τομής με τον άξονα των y'y

Το σημείο τομής της C_f με τον άξονα *y'y* είναι το $(0, f(0))$, αρκεί λοιπόν να υπολογίσουμε το $f(0)$.

$f(0)=2*0^2+7*0-15=-15$

άρα το σημείο τομής της C_f με τον άξονα y'y είναι το (0,-15)

Σημείο τομής με τον x'x

Γνωρίζουμε ότι τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x έχουν τη μορφή $(x_i, 0)$, όπου x_i οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$. Επομένως θα έχουμε:

$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^2+7x-15=0$

$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=7^2-4*2*(-15)=49+120=169$ $\Delta>0$

$$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{-7\pm\sqrt{169}}{2*2}=\frac{-7\pm13}{4}$$

$x_1=-20/4=-5$

$x_2=6/4=3/2=1,5$

άρα υπάρχουν δύο σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x τα οποία είναι (-5,0) και (3/2,0)

3.$f(x) = x^2 + x + 2$

ΛΥΣΗ

Σημείο τομής με τον άξονα των y'y

Το σημείο τομής της C_f με τον άξονα *y'y* είναι το $(0, f(0))$, αρκεί λοιπόν να υπολογίσουμε το $f(0)$.

$f(0)=0^2+0+2=2$

άρα το σημείο τομής της C_f με τον άξονα y'y είναι το (0,2)

Σημείο τομής με τον x'x

Γνωρίζουμε ότι τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x έχουν τη μορφή $(x_i, 0)$, όπου x_i οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$. Επομένως θα έχουμε:
f(x)=0<=> $x^2+x+2=0$
Δ=$\beta^2-4\alpha\gamma=1^2-4*1*2=1-8=-7$ Δ<0
Δεν υπάρχουν λύσεις, άρα δεν υπάρχουν σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x.

4.$f(x) = x^2 - x - 3$
ΛΥΣΗ
Σημείο τομής με τον άξονα των y'y
Το σημείο τομής της C_f με τον άξονα *y'y* είναι το $(0, f(0))$, αρκεί λοιπόν να υπολογίσουμε το $f(0)$.
f(0)=0^2-0-3=-3
άρα το σημείο τομής της C_f με τον άξονα y'y είναι το (0,-3)
Σημείο τομής με τον x'x
Γνωρίζουμε ότι τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x έχουν τη μορφή $(x_i, 0)$, όπου x_i οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$. Επομένως θα έχουμε:
f(x)=0<=> $x^2-x-3=0$
Δ=$\beta^2-4\alpha\gamma=(-1)^2-4*1*(-3)=1+12=13$

$$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2*1}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$$

Θα έχουμε δύο λύσεις

$$x_1=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x_1=\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$$

άρα υπάρχουν δύο σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x τα οποία είναι $\left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2},0\right)$ και $\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2},0\right)$

5.$f(x) = \frac{1-x}{x}$
ΛΥΣΗ
Σημείο τομής με τον άξονα των y'y
Το σημείο τομής της C_f με τον άξονα *y'y* είναι το $(0, f(0))$, αρκεί λοιπόν να υπολογίσουμε το $f(0)$.
Στη συγκεκριμένη εξίσωση, ο παρονομαστής πρέπει να είναι διαφορετικός του 0. Δηλαδή το x να μην πάρει την τιμή 0. Το πεδίο ορισμού της είναι A=R-{0}
άρα δεν υπάρχει σημείο τομής της C_f με τον άξονα y'y

Σημείο τομής με τον x'x
Γνωρίζουμε ότι τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x έχουν τη μορφή $(x_i, 0)$, όπου x_i οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$. Επομένως θα έχουμε:

$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{x}=0 \Leftrightarrow 1-x=0 \Leftrightarrow x=1$

άρα σημείο τομής της C_f με τον άξονα x'x είναι (1,0)

6.$f(x)=2x^3+x^2-11x-10$

ΛΥΣΗ

Σημείο τομής με τον άξονα των y'y

Το σημείο τομής της C_f με τον άξονα *y'y* είναι το $(0, f(0))$, αρκεί λοιπόν να υπολογίσουμε το $f(0)$.

$f(0)=2*0^3+0^2-11*0-10=-10$

άρα το σημείο τομής της C_f με τον άξονα y'y είναι το (0,-10)

Σημείο τομής με τον x'x

Γνωρίζουμε ότι τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x έχουν τη μορφή $(x_i, 0)$, όπου x_i οι λύσεις της εξίσωσης $f(x)=0$. Επομένως θα έχουμε:

$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3+x^2-11x-10=0$

Με το σχήμα Horner

	2	1	-11	-10	-1
+		-2	1	10	
	2	-1	-10	0	

Άρα $2x^3+x^2-11x-10=0 \Leftrightarrow (x+1)(2x^2-1x-10)=0$

Θα έχουμε:

$x+1=0 \Leftrightarrow$ **$x=-1$**

και

$2x^2-1x-10=0$

$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-1)^2-4*2*(-10)=1+80=81$

$x_{1,2}=\frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{81}}{2*2}=\frac{1\pm 9}{4}$

Θα έχουμε δύο λύσεις

$x_1=10/4=$**2,5**

x2=-8/4=**-2**

άρα υπάρχουν τρια σημεία τομής της C_f με τον άξονα x'x τα οποία είναι (-2,0) , (-1,0) και (2,5 ,0)