# **MATHEMATICS**

Pure mathematics is, in its way, the poetry of logical ideas.

#### ΤΙΜΉ ΣΥΝΆΡΤΗΣΗΣ ΚΑΙ ΓΡΑΦΙΚΉ ΠΑΡΆΣΤΑΣΗ

Η λογική είναι το θεμέλιο της βεβαιότητας όλης της γνώσης που αποκτάμε.

Leonhard Euler

Το επόμενο διάστημα που θα δουλεύουμε ηλεκτρονικά θα χρησιμοποιούμε και το geogebra, το οποίο θα μας βοηθήσει στην επαλήθευση αποτελεσμάτων για αρκετά είδη ασκήσεων. Για όσους δεν το γνωρίζουν, το geogebra είναι ένα ανοιχτό λογισμικό για κατασκευή γραφικών παραστάσεων, δυναμικών γεωμετρικών σχημάτων κ.ά. Περισσότερα για το λογισμικό μπορείτε να δείτε εδώ. Εξειδικευμένες οδηγίες για τη χρήση του, ως βοηθητικό εργαλείο στις ασκήσεις, θα σας δίνονται κατά τη διάρκεια των παρουσιάσεων.

### Θεωρία

Γνωρίζουμε, από τη θεωρία, ότι η τιμή μιας συνάρτησης f σε κάποιον πραγματικό αριθμό  $x_0$  συμβολίζεται με  $f(x_0)$  και υπολογίζεται με αντικατάσταση του  $x_0$  στον εκάστοτε αλγεβρικό τύπο της f . Το πεδίο ορισμού A της f είναι το σύνολο όλων των πραγματικών αριθμών x, για τους οποίους το f(x) έχει νόημα πραγματικού αριθμού. Το σύνολο όλων των σημείων (x,f(x)) για κάθε x του πεδίου ορισμού της συνάρτησης λέγεται γραφική παράσταση της f και συμβολίζεται συνήθως με  $C_f$  . Επομένως, ένα σημείο  $(x_0,y_0)$  είναι σημείο της γραφικής παράστασης αν και μόνο αν:

1. 
$$x_0 \in A$$

2. 
$$y_0 = f(x_0)$$

Σε αυτή την παρουσίαση θα ασχοληθούμε με συναρτήσεις που έχουν πεδίο ορισμού όλο το  $\mathbb{R}$ .

### Άσκηση 1

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 - x - 6.$$

Nα βρεθούν οι τιμές f(-3), f(0) και f(2).

#### Λύση

- $f(-3) = (-3)^2 (-3) 6 = 9 + 3 6 = 6$
- $f(0) = 0^2 0 6 = -6$
- $f(2) = 2^2 2 6 = 4 2 6 = -4$

-Τέλος Λύσης-

#### Επαλήθευση αποτελεσμάτων με geogebra

Παρακάτω, βλέπουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f\left(x\right)=x^2-x-6$  κατασκευασμένη σε geogabra. Μπορείτε να μετακινήσετε την τετμημένη (κόκκινο σημείο στον άξονα x'x) και να δείτε πώς μεταβάλλεται η αντίστοιχη τεταγμένη της γραφικής παράστασης της f. Παρατηρούμε ότι όταν x=2 (το κόκκινο σημείο είναι στο 2), τότε  $y=f\left(2\right)=-4$  (το μπλε σημείο είναι στο -4), ακριβώς όσο το υπολογίσαμε στην άσκηση 1. Επαληθεύεστε μόνοι σας τις υπόλοιπες τιμές της άσκησης.

### Κατασκευή Γραφικής Παράστασης με geogebra

Παρακάτω, παρουσιάζεται σε μορφή βίντεο, ο τρόπος με τον οποίο μπορείτε να κατασκευάσετε μόνοι σας μια αντίστοιχη εφαρμογή με τη βοήθεια του geogebra classic, το οποίο μπορείτε να ανοίξετε από εδώ. Προσοχή, όταν εισάγουμε μεταβλητές (x, y κλπ) στο πεδίο εισαγωγή, χρησιμοποιούμε λατινικούς χαρακτήρες.

## Geogebra Tutorial 1



Αν θελήσετε να χρησιμοποιήστε την ίδια εφαρμογή για διαφορετικές συναρτήσεις, δεν χρειάζεται να επαναλάβατε τη διαδικασία από την αρχή, μπορείτε απλά να αλλάξετε τον τύπο της συνάρτησης.

Προσπαθήστε μόνοι σας τις ακόλουθες ασκήσεις και επαληθεύστε τα αποτελέσματα με τη βοήθεια του *geogebra*:

### Άσκηση 2

Δίνεται η συνάρτηση

$$f\left( x\right) =2x-3.$$

- 1. Να βρεθούν οι τιμές  $f\left(-2\right)$ ,  $f\left(0\right)$  και  $f\left(2\right)$ .
- 2. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση με τη βοήθεια του geogebra και να επαληθεύσετε τα αποτελέσματα του ερωτήματος 1.

### Άσκηση 3

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 + x + 1.$$

- 1. Να βρεθούν οι τιμές f(-2), f(0) και f(2).
- 2. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση με τη βοήθεια του geogebra και να επαληθεύσετε τα αποτελέσματα του ερωτήματος 1.

## Άσκηση 4

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6.$$

- 1. Να βρεθούν οι τιμές  $f\left(-2\right)$ ,  $f\left(0\right)$  και  $f\left(2\right)$ .
- 2. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση με τη βοήθεια του geogebra και να επαληθεύσετε τα αποτελέσματα του ερωτήματος 1.

### Στείλε την προσπάθειά σου