

MATHEMATICS

Pure mathematics is, in its way, the poetry of logical ideas.

ΣΗΜΕΙΑ ΤΟΜΗΣ ΓΡΑΦΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

Πολλές φορές θέλουμε να βρούμε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων δύο συναρτήσεων. Έστω C_f και C_g οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g αντίστοιχα. Αν υποθέσουμε ότι το σημείο (x, y) είναι σημείο τομής των C_f και C_g , τότε θα πρέπει:

1. $y = f(x)$ ως σημείο της C_f και
2. $y = g(x)$ ως σημείο της C_g .

Από τις παρατηρήσεις 1. και 2. προκύπτει ότι

$$f(x) = g(x) \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) αποτελεί μια εξίσωση με άγνωστο το x , η λύση της οποίας θα μας δώσει τις τετμημένες των σημείων τομής των γραφικών παραστάσεων. Αν υποθέσουμε ότι x_i είναι οι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης, τότε τα σημεία τομής των C_f και C_g είναι τα $(x_i, f(x_i))$ ή εναλλακτικά τα $(x_i, g(x_i))$, αφού $f(x_i) = g(x_i)$.

Άσκηση 1

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x + 1$ και $g(x) = -2x + 4$. Να βρεθούν τα σημεία τομής των C_f και C_g .

Λύση

Οι τετμημένες των σημείων τομής είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$, οπότε θα έχουμε

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x + 1 = -2x + 4 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

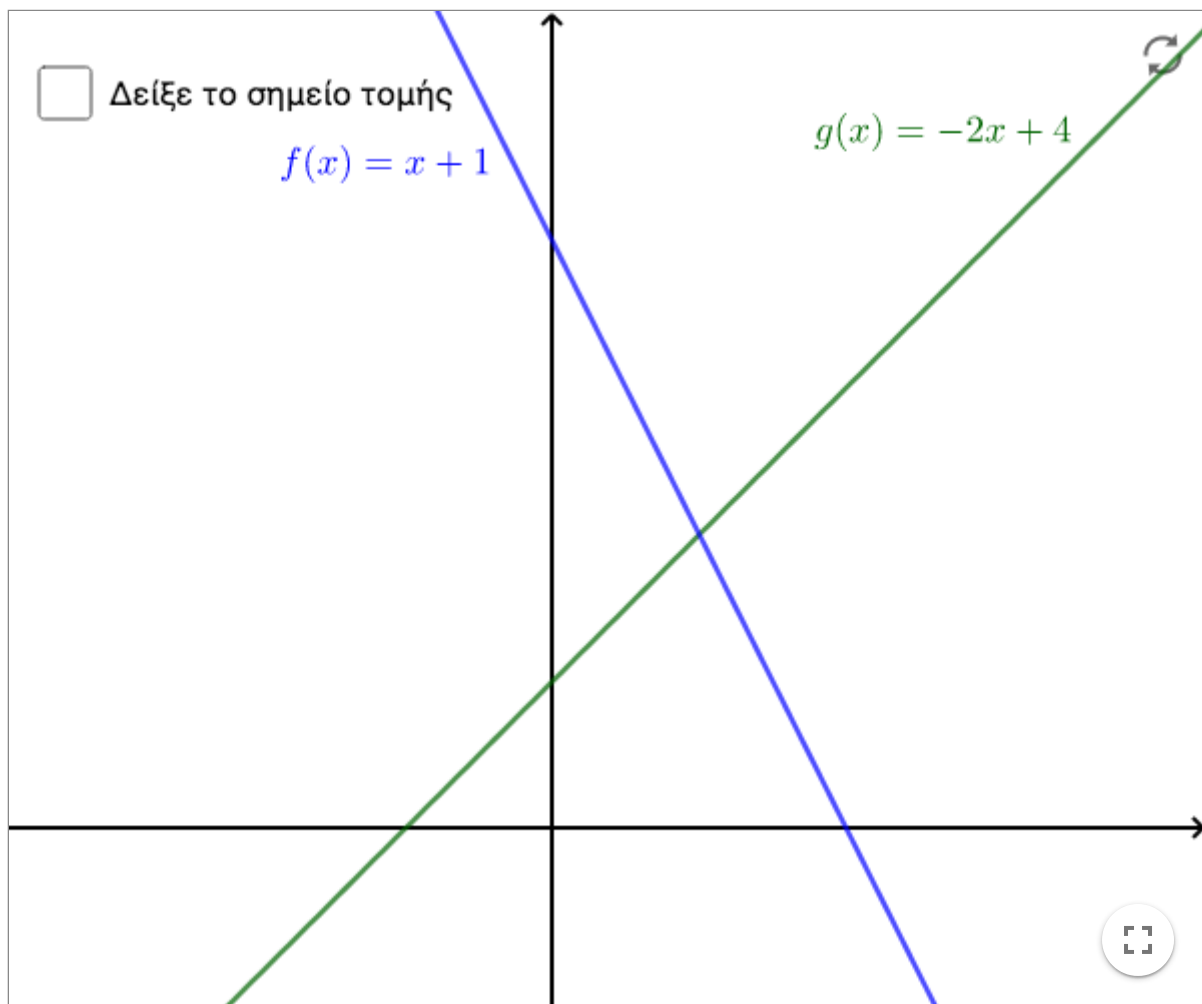
Επομένως, οι δύο γραφικές παραστάσεις θα έχουν ένα σημείο τομής, η τετμημένη του οποίου είναι $x = 1$ και η τεταγμένη είναι $y = f(1) = 2$, άρα το ζητούμενο σημείο είναι

$(1, 2)$.

-Τέλος Λύσης-

Επαλήθευση αποτελεσμάτων με *geogebra*

Παρακάτω βλέπουμε τις γραφικές παραστάσεις των f και g . Παρατηρούμε ότι το σημείο τομής είναι αυτό που υπολογίσαμε.



Άσκηση 2

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x^2}{2}$ και $g(x) = x + 4$. Να βρεθούν τα σημεία τομής των C_f και C_g .

Λύση

Οι τετμημένες των σημείων τομής είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$, οπότε θα έχουμε

Να βρεθούν τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων:

1. $f(x) = x - 1$ και $g(x) = -2x + 8$

2. $f(x) = x^2$ και $g(x) = -x + 2$

3. $f(x) = x^2 - x - 3$ και $g(x) = -x^2 + 3x + x$

Στείλε την προσπάθειά σου

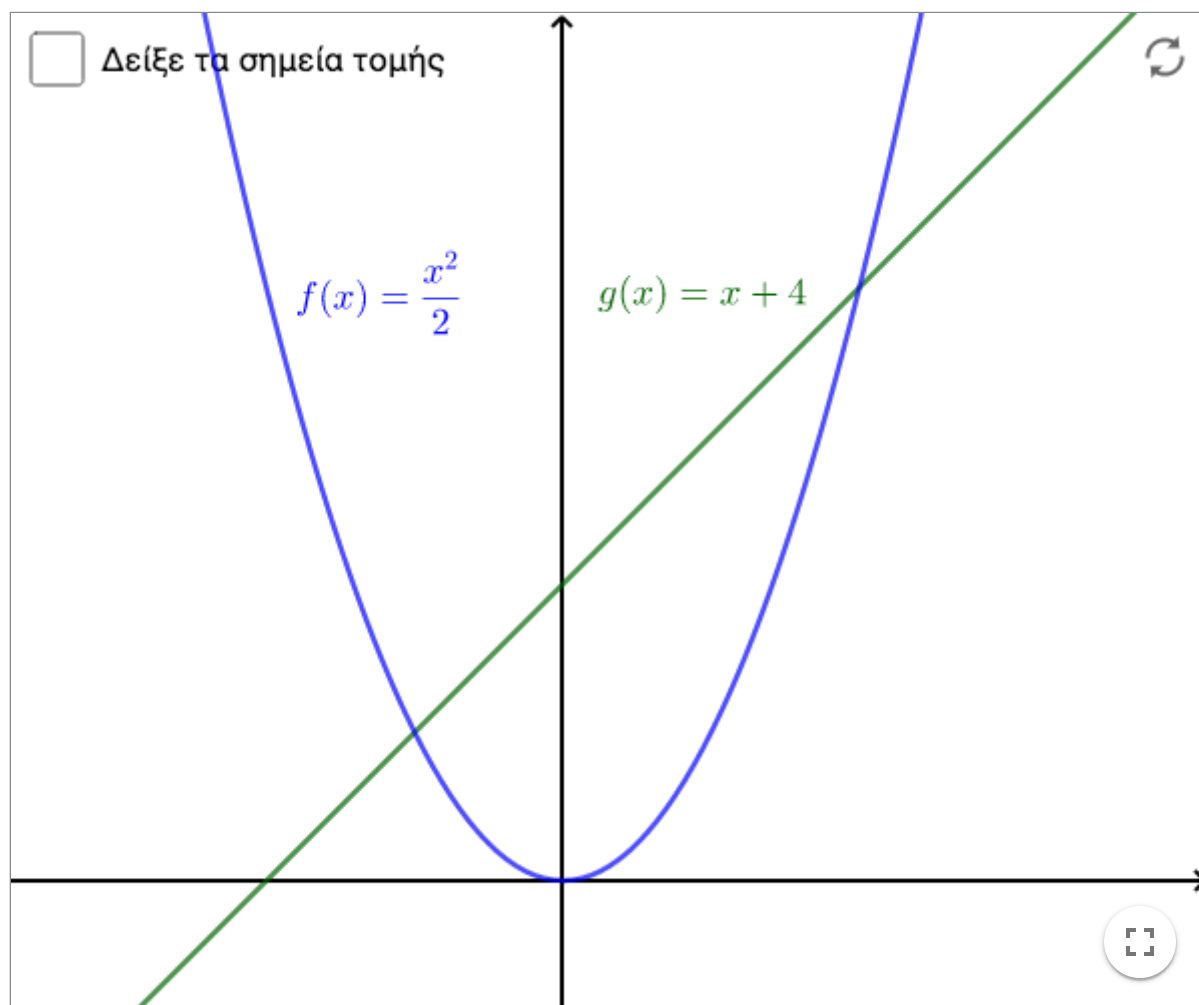
$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{x^2}{2} = x + 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = -2}, \boxed{x_2 = 4}$$

Επομένως, οι δύο γραφικές παραστάσεις θα έχουν δύο σημεία τομής, οι τετμημένες των οποίων είναι $x_1 = -2$, $x_2 = 4$ και οι τεταγμένες είναι $y_1 = f(-2) = 2$, $y_2 = f(4) = 8$, άρα τα ζητούμενα σημεία είναι τα $(-2, 2)$ και $(4, 8)$.

-Τέλος Λύσης-

Επαλήθευση αποτελεσμάτων με geogebra

Παρακάτω βλέπουμε τις γραφικές παραστάσεις των f και g . Παρατηρούμε ότι το σημείο τομής είναι αυτό που υπολογίσαμε.



Προσπαθήστε μόνοι σας την ακόλουθη άσκηση και επαληθεύστε τα αποτελέσματα με τη βοήθεια του geogebra:

Άσκηση 3