

Άσκηση 3

Να βρεθούν τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων:

1. $f(x) = x - 1$ και $g(x) = -2x + 8$

ΛΥΣΗ

Οι τετμημένες των σημείων τομής είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$, οπότε θα έχουμε

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow x-1=-2x+8 \Leftrightarrow 3x=9 \Leftrightarrow x=3$$

Επομένως, οι δύο γραφικές παραστάσεις θα έχουν ένα σημείο τομής, η τετμημένη του οποίου είναι $x=3$ και η τεταγμένη είναι $f(3)=3-1=2$, άρα το ζητούμενο σημείο είναι το $(3,2)$

2. $f(x) = x^2$ και $g(x) = -x + 2$

ΛΥΣΗ

Οι τετμημένες των σημείων τομής είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$, οπότε θα έχουμε

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2=-x+2 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \text{ Θα το λύσουμε με διακρίνουσα:}$$

$$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=1^2-4*1*(-2)=1+8=9 \Delta>0$$

$$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2*\alpha}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2*1}=\frac{-1\pm3}{2}$$

$$x_1=-4/2=-2$$

$$x_2=2/2=1$$

Επομένως, οι δύο γραφικές παραστάσεις θα έχουν δυο σημεία τομής, η τετμημένη του ενός είναι $x=-2$ και η τεταγμένη είναι $f(-2)=(-2)^2=4$, η τετμημένη του δεύτερου είναι $x=1$ και η τεταγμένη είναι $f(1)=(1)^2=1$. Άρα τα ζητούμενα σημεία είναι τα $(-2,4)$ και $(1,1)$

3. $f(x) = x - 1$ και $g(x) = -2x + 8$

ΛΥΣΗ

Ίδια με την 1

4. $f(x) = x^2 - x - 3$ και $g(x) = -x^2 + 3x + x$

ΛΥΣΗ

Οι τετμημένες των σημείων τομής είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$, οπότε θα έχουμε

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2-x-3=-x^2+3x+x \Leftrightarrow 2x^2-5x-3=0 \text{ Θα το λύσουμε με διακρίνουσα:}$$

$$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-5)^2-4*2*(-3)=25+24=49 \Delta>0$$

$$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2*\alpha}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{49}}{2*2}=\frac{5\pm7}{4}$$

$$x_1=-2/4=-1/2=-0,5$$

$$x_2=12/4=3$$

Επομένως, οι δύο γραφικές παραστάσεις θα έχουν δυο σημεία τομής, η τετμημένη του ενός είναι $x=-0,5$ και η τεταγμένη είναι $f(-0,5)=(-0,5)^2-(-0,5)-3=0,25+0,5-3=2,25$, η

τετμημένη του δεύτερου είναι $x=3$ και η τεταγμένη είναι $f(3)=(3)^2-3-3=9-6=3$. Άρα τα ζητούμενα σημεία είναι τα $(-0,5, 3,75)$ και $(3,3)$