

MATHEMATICS

Pure mathematics is, in its way, the poetry of logical ideas.

ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΌ ΕΠΊΠΕΔΟ

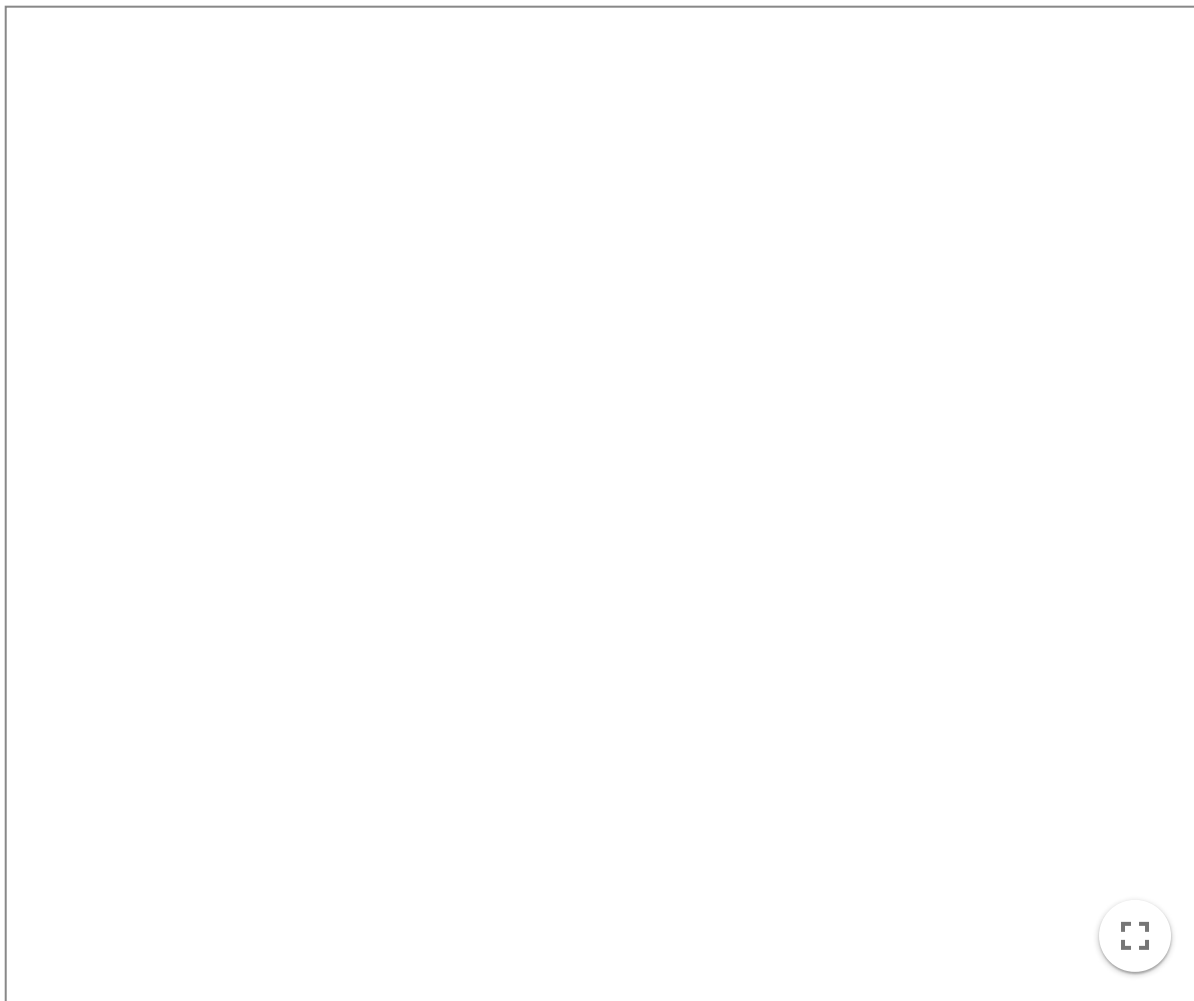
Οι αισθήσεις μας, κατά διαστήματα, μας παραπλανούν και είναι συνετό να μην εμπιστευόμαστε ό,τι μας έχει εξαπατήσει έστω και μία φορά.

Rene Descartes

Γνωρίζουμε, από τα μαθηματικά του Γυμνασίου, ότι το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων είναι ένα ορθογώνιο σύστημα που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό ενός σημείου στο επίπεδο. Οφείλει το όνομά του στον Καρτέσιο (Descartes) που το εισήγαγε. Για την κατασκευή ενός συστήματος συντεταγμένων σχεδιάζουμε δύο ευθείες (άξονες), οι οποίες τέμνονται κάθετα και τις εφοδιάζουμε με κλίμακα. Το μηδέν για την κάθε κλίμακα ορίζουμε να είναι το σημείο τομής των δύο αξόνων. Συνήθως, ο πρώτος άξονας είναι οριζόντιος, με φορά προς τα δεξιά και καλείται άξονας $x'x$ και ο δεύτερος (αναγκαστικά κατακόρυφος) έχει φορά προς τα πάνω και καλείται άξονας $y'y$.

Με τη βοήθεια του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων μπορούμε να ταυτοποιήσουμε κάθε σημείο με ένα ζεύγους αριθμών (x, y) που ονομάζουμε συντεταγμένες. Ο πρώτος αριθμός x ονομάζεται τετμημένη και προσδιορίζει το δεξιά-αριστερά και ο δεύτερος αριθμός y ονομάζεται τεταγμένη και προσδιορίζει το πάνω-κάτω.

Στην παρακάτω εφαρμογή παριστάνεται το σημείο $A(2, 3)$. Μπορείτε να μετακινήσετε το σημείο και να δείτε πώς μεταβάλλονται οι συντεταγμένες του. Τα σημεία B και Γ είναι «κλειδωμένα» πάνω στους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα. Μετακινώντας το σημείο B παρατηρούμε ότι η τετμημένη x είναι πάντα μηδέν, αντίστοιχα μηδέν είναι πάντα η τεταγμένη y του σημείου Γ .



Συμπέρασμα

Αν ένα σημείο B είναι σημείο του άξονα $x'x$, τότε οι συντεταγμένες του έχουν τη μορφή $(x, 0)$. Αντίστοιχα, αν ένα σημείο Γ είναι σημείο του άξονα $y'y$, τότε οι συντεταγμένες του έχουν τη μορφή $(0, y)$.

Απόσταση δύο σημείων

Έστω $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία. Δημιουργείται το ερώτημα πώς μπορούμε να υπολογίσουμε την απόσταση των δύο σημείων με δεδομένες τις συντεταγμένες τους.

Αποδεικνύεται ότι η απόσταση (A, B) υπολογίζεται από τον τύπο:

$$(AB) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Άσκηση 1

Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων $A(3, 4)$ και $B(1, 2)$

Λύση

2. $A(1, 1)$ και $B(2, 0)$
3. $A(0, 0)$ και $B(0, -2)$
4. $A(-1, -4)$ και $B(1, -2)$
5. $A(-3, -4)$ και $B(-2, -2)$

Στείλε την προσπάθειά σου

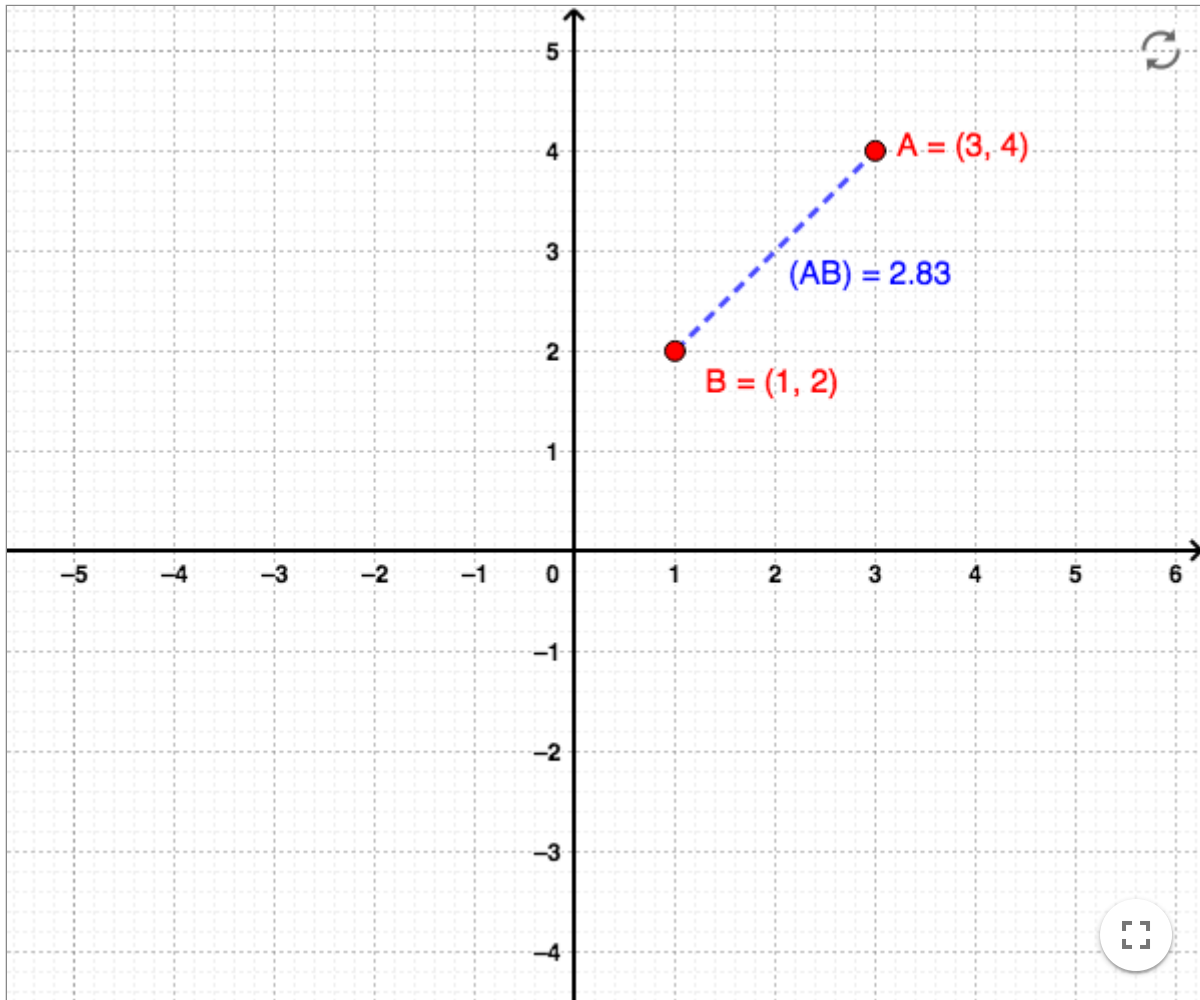
$$\begin{aligned}(AB) &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (4 - 2)^2} = \\ &= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} \approx 2.83\end{aligned}$$

-Τέλος Λύσης-

Η παρακάτω εφαρμογή επαληθεύει το αποτέλεσμα που βρήκαμε. Τα σημεία A και B είναι δυναμικά και μπορείτε να τα μετακινήσετε και να δείτε τη μεταβολή της απόστασης.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την εφαρμογή για να επαληθεύσετε τα αποτελέσματα της Άσκησης 2.

Προσπαθήστε μόνοι σας



Άσκηση 2

Να υπολογίσετε τις αποστάσεις των σημείων:

1. $A(3, 4)$ και $B(1, 2)$