1. Αν η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f **διέρχεται από το σημείο $A(\alpha,\beta)$** τότε $f(\alpha)=\beta$
(εναλλακτικά: Αν το σημείο $A(\alpha,\beta)$ **ανήκει στη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f**, τότε $f(\alpha)=\beta$)

2. Για την εύρεση του **πεδίου ορισμού** μια συνάρτησης f, λαμβάνουμε υπόψη ότι:
   - Όταν έχουμε ένα κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ τότε θα πρέπει $\beta\neq 0$
   - Όταν έχουμε μια τετραγωνική ρίζα $\sqrt{\alpha}$ τότε θα πρέπει $\alpha\geq 0$

3. Όταν ένα όριο είναι της μορφής $\frac{0}{0}$ τότε κάνουμε χρήση ταυτοτήτων ή παραγοντοποίησης ή σχήματος Horner (ή συνδυασμό από αυτά)

4. Ο αριθμός $f'(\alpha)$ έχει **τρεις ερμηνείες**:
   - Παράγωγος της f στο α
   - Ρυθμός μεταβολής της f στο α
   - Συντελεστής διεύθυνσης (ή κλίση) της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $A(\alpha,f(\alpha))$

5. Το όριο $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ είναι ο αριθμός $f'(\alpha)$ (είναι ο **ορισμός παραγώγου**)
Αν για παράδειγμα μας δώσουν την συνάρτηση $f(x)=3x^4-x^2+2x-1$ και:
   - μας ζητάνε το όριο $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$, τότε $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=f'(2)$.

   Το $f'(2)$ με τη σειρά του μπορεί να βρεθεί εύκολα αν παραγωγίσουμε την $f(x)$ και όπου x θέσουμε το 2.

   Δηλαδή $f'(x)=12x^3-2x+2$, άρα $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=f'(2)=12\cdot 2^3-2\cdot 2+2=94.$
   - μας ζητάνε το όριο $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f'(2+h)-f'(2)}{h}$, τότε $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f'(2+h)-f'(2)}{h}=f''(2)$.

   Το $f''(2)$ με τη σειρά του μπορεί να βρεθεί εύκολα αν παραγωγίσουμε την $f'(x)$ και όπου x θέσουμε το 2.

   Δηλαδή $f'(x)=36x^2-2$, άρα $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f'(2+h)-f'(2)}{h}=f''(2)=36\cdot 2^2-2=142.$

6. Αν η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $A(\alpha,f(\alpha))$ είναι παράλληλη στον άξονα χ'χ, τότε $f'(\alpha)=0$

7. Αν η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $A(\alpha,f(\alpha))$ είναι παράλληλη στην ευθεία $y=\lambda x+\beta$ τότε $f'(\alpha)=\lambda$

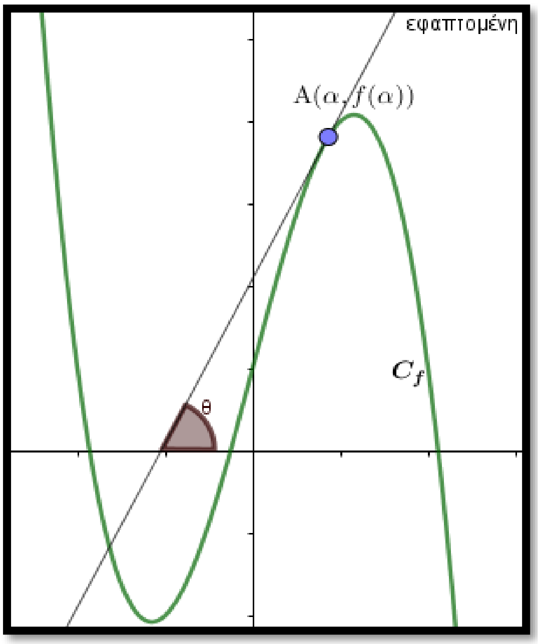
8. Αν η εφαπτομένη της C_f στα σημεία $A(\alpha,f(\alpha))$, $B(\beta,f(\beta))$ είναι παράλληλες, τότε $f'(\alpha)=f'(\beta)$

9. Όταν μας ζητάνε το ρυθμό μεταβολής της f' στο α, βρίσκουμε το $f''(\alpha)$

10.
   - Για να βρούμε τα **σημεία τομής μιας συνάρτησης f με τον άξονα $x'x$** λύνουμε την εξίσωση $f(x)=0$, προσέχοντας το x που θα βρούμε να ανήκει στο πεδίο ορισμού της f
   - Το **σημείο τομής μιας συνάρτησης f** με τον άξονα $y'y$ είναι το $A(0,f(0))$, προσέχοντας το 0 να ανήκει στο πεδίο ορισμού της f

11. Ο **συντελεστής διεύθυνσης** της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $A(\alpha, f(\alpha))$ είναι $\boxed{f'(\alpha) = \varepsilon\varphi\theta}$

Οπότε αν μας ζητάνε ή αν μας δίνουν τη γωνία θ που σχηματίζει η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $A(\alpha, f(\alpha))$ με τον άξονα άξονα χ'χ, χρησιμοποιούμε τον τύπο $\mathbf{f'(\alpha) = \varepsilon\varphi\theta}$



Υπενθύμιση

γωνία x	0^0	30^0	45^0	60^0	120^0	135^0	150^0
εφx	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}/3$

---

12. Αν μας ζητάνε σε ποιο σημείο της C_f η εφαπτομένη έχει τον **ελάχιστο (ή τον μέγιστο) συντελεστή διεύθυνσης**, βρίσκουμε τα ακρότατα της συνάρτησης f'

(δηλαδή βρίσκουμε την $f''(x)$ και κάνουμε πινακάκι….βλέπε και άσκηση 3 σελ. 48 σχ. βιβλίου)

(Αντίστοιχα δουλεύουμε όταν μας ζητάνε την **ελάχιστη (ή μέγιστη) τιμή του ρυθμού μεταβολής** μιας συνάρτησης f ως προς x)

---

13. Αν σε μια άσκηση μας ζητάνε να συγκρίνουμε δυο «παράξενες» τιμές π.χ. $f(2019), f(2234)$ τότε μελετάμε την **μονοτονία** της f και χρησιμοποιούμε τον ορισμό της γνησίως αύξουσας ή γνησίως φθίνουσας συνάρτησης.

Για παράδειγμα η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2$

- είναι γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$ και επειδή $2023 < 2234$ συμπεραίνουμε ότι $f(2023) < f(2234)$
- είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0, 2]$ και επειδή $0,66 < 1,25$ συμπεραίνουμε ότι $f(0,66) > f(1,25)$

---

14. Αν μας ζητάνε να αποδείξουμε μια ανισότητα της μορφής

- «$f(x) \geq k$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$» ή «$f(x) \leq k$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$»

τότε μελετάμε την f ως προς τα **ακρότατα**.

Για παράδειγμα για τη συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3x + 1$ βρίσκουμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο -1 και τοπικό ελάχιστο στο 1. Συμπεραίνουμε ότι:

- $f(x) \leq f(-1) = 3$ για κάθε $x \in [-2, 1]$ και $f(x) \geq f(1) = -1$ για κάθε $x \in [-1, 2]$»
