Utilizando o Método de Montecarlo para o Cálculo de Um Toroide Parcial

Brenno Tondato de Faria

***Abstract*—New ways to perform calculus approximations has been developed since Newton's age. In a modern era the use of computers has advanced the processing of difficult calculations in biology, physic and other areas. One of the best models to perform a calculus's integration by an approximation method is Monte Carlo. Thus this paper aims to present a example of Monte Carlo usage by calculating the volume of a partial torus.**

***Index Terms*—Integration, Torus, Monte Carlo.**

A Taréfa de calcular integrais não é uma atividade nova. Não há uma data precisa para se referir ao nacimento deste método, devido a inúmera quantidade de pesquisadores que seguiam em pesquisas similares. Um pesquisador em especial que pode-se dizer que foi um dos pioneiros no calculo de integrais foi Bonaventura Cavalieri (1598-1647), que tinha como objetivo calcular a área de uma curva, a partir de uma aproximação obtida do somatório de n pontos sob a curva [1]. Posteriormente outros métodos foram desenvolvidos, bem como o método de Newton-Cote.

Visando o cálculo de integrais complexas, nas quais é dífici de se obter uma solução analítica, surge o método de Monte Carlo [2].

O MMC obtem a aproximação da integral de uma função f realizando uma distribuição de N pontos aleatórios dentro de um volume V multidimensional, como segue a equação 1 a seguir.

$$\int_{\Omega} f\left(\overline{x}\right) d\overline{x} = V \cdot \langle f \rangle \tag{1}$$

Sendo $\langle f \rangle$ como segue a seguir.

$$\langle f \rangle = 1/N \cdot \Sigma_{i=1}^{N} f\left(\overline{x}_i\right) \tag{2}$$

I. Objetivo

Utilizando o MMC, este artigo tem como objetivo compreender os fundamentos de cálculos complexos, utilizando como cenário o problema protosto do livro [3], onde o volume de um toroide parcial deve ser encontrado através de integração, não obstante realizou-se á comparação do resultudado de acordo com quatro métodologias de *software*.

II. Metodologia

O toroide em estudo que seu o raio de rua circunferência r em torno da circunferrência R é definidos pela equação 4 a seguir.

$$\left(R - \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + z^2 = r^2 \tag{3}$$

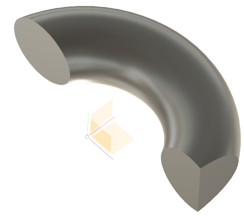

Fig. 1. Toroide Parcial

Como limitações para obter o objeto de estudo temos as equações a seguir:

$$\left(3 - \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + z^2 \leq 1 \tag{4}$$

$$x \geq 1 \tag{5}$$

$$y \geq -3 \tag{6}$$

Gerando como resultado final o formato ilustrado pela 1 a seguir.

O tempo de cálculo deste objeto é camparado, utilizando quatro métodos de computação e em nove de interações diferentes. O primeiro método o modelo de Monte Carlo, puramente, o Segundo método, utiliza o modelo utlizando uma abordagem de computação paralela, o terceiro método utiliza o modelo, de acorodo uma abordagem de computação paralela e por fim o quarto método utiliza uma o modelo em GPUs.

III. Resultados e Discussão

Os resultados obtidos indicam que não há grande diferênça de tempo de performance quanto aos primeiros três métodos, denotados por *Vt1, Vt2* e *Vt3*, sendo que para estes os tempos de execussão foram próximos, como pode ser obsevado na Figura 2 a seguir.

Porém observa-se que os métodos de programação paralela e distribuída apresentam uma acurácia maior quanto ao resultado do volume calculado. A maior diferênça está entre os três primeiros métodos e a o quarto. Pode-se perceber que não há ganho significativo em performance quanto as cinco prieiras irações, porém quando as iterações passam de 1000000 se faz evidente a velocidade do modelo MMC em GPU. Como pode ser observado na Figura 3 a seguir.

Iteração	Vm1	Vt1 (s)	Vm2	Vt2 (s)	Vm3	Vt3 (s)	Vm4	Vt4 (s)
10	29,4000	5.8e-05	21	0.000178	25,2	0,000201	24	0,01
100	23,5200	9.5e-05	23,52	0.000243	20,58	0,000210	19,6	0,01
1000	21,0840	0.000329	21,21	0.000595	23,184	0,000492	20,8	0,01
10000	22,3146	0.003628	21,8946	0.002326	22,1592	0,003489	21,004	0,01
100000	22,0093	0.027912	22,097	0,022425	22,1168	0,029432	21,0392	0,01
1000000	22,0917	0.219815	22,0944	0,230397	22,0615	0,253247	21,08	0,05
10000000	22,1023	2,127750	22,0904	2,392610	22,0989	2,49994	21,0522	0,409
100000000	22,0964	21,00270	22,0969	24,19360	22,098	24,1407	21,0459	3,979
1000000000	22,0980	215,1960	22,0969	254,3850	22,0983	253,422	21,046	39,59

Fig. 2. Resultados obtidos

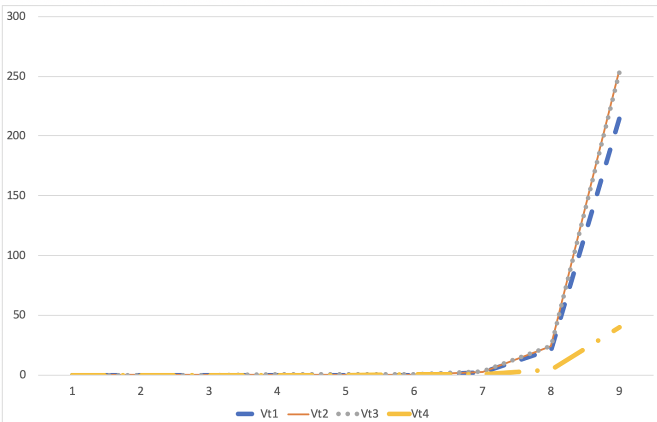

Fig. 3. Gráfico de Resultados Obtidos

IV. Conclusão

Este trabalho realizou a comparação de performance entre de quatro aborgens de desenvolvimento de *software* para realizar o cálculo do volume de um toroide parcial utilizando o modelo MMC. Conclui-se que de fato o uso de GPU para cálculos complexos tem uma melhor performance do que o uso da CPU, porém quando se trata de muitas iterações. Quanto aos métodos de programação paralela e distribuida pode-se afirmar que, apesar de não apresentarem uma performance síguinificatica comparada ao método tradicional, apresenta uma melhor precisão dos resultados do calculo do volume. Como trabalho futuro novos problemas podem ser considerados, além de outras metodologias de *software*.

References

[1] B. Cavalieri, *Geometria degli indivisibili di Bonaventura Cavalieri*. Unione Tipografico-Editrice Torinese, 1966, no. 5.

[2] J. Hammersley, *Monte carlo methods*. Springer Science & Business Media, 2013.

[3] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, "Numerical recipes in c++," *The art of scientific computing*, vol. 2, p. 1002, 1992.