Explicit Formula: الصيغة الصريحة

Each term of a sequence is a function of its position. Therefore, an infinite sequence is a function whose domain is the set of natural numbers and can be written as $f(1) = a_1, f(2) = a_2, f(3) = a_3, \ldots, f(n) = a_n, \ldots$, where a_n denotes the nth term. If the domain of the function is only the first n natural numbers, the sequence is finite.

Infinitely many sequences exist with the same first few terms. To sufficiently define a *unique* sequence, a formula for the nth term or other information *must* be given. When defined *explicitly*, an **explicit formula** gives the nth term a_n as a function of n.

كل حد في المتتالية عبارة عن دالة خاصة بموقعها. ومن ثم، فإن المتتالية اللانهائية هي دالة مجالها مجموعة الأعداد الطبيعية ويمكن كتابتها بالشكل التالي $f(1) = a_1, f(2) = a_2, f(3) = a_3, \ldots f(n) = a_n, \ldots$ حيث تشير a_n إلى الحد النوني. وإذا كان مجال الدالة هو الأعداد الطبيعية n الأولى فقط، فستكون المتتالية منتهية.

ويوجد عدد لا نهائي من المتتاليات التي لها نفس الحدود القليلة الأولى. ولتعريف متتالية بأنها وحيدة بدرجة كافية، يجب وضع صيغة للحد النوني أو يجب تقديم معلومات أخرى. وعند تعريفها بوضوح، تعطي **الصيغة الصريحة** الحد النوني a_n في صورة دالة n.

Ex1: **Find the next four terms of each sequence.** أوجد الحدود الأربعة التالية في كل متتالية.

1A. 32, 16, 8, 4, …

1B. 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, …

1C. $a_n = n^3 - 10$. **Find first 4 terms** أوجد الحدود الأربعة الأولى

Recursive formula: الصيغة التكرارية (الضمنية)

Sequences can also be defined *recursively*. Recursively defined sequences give one or more of the first few terms and then define the terms that follow using those previous terms. The formula defining the nth term of the sequence is called a **recursive formula** or a *recurrence relation*.

يمكن أيضا تعريف المتتالية بالتكرار. تنتج المتتاليات المعرفة بالتكرار حدًا واحدًا أو أكثر من الحدود القليلة الأولى. ثم تعرّف الحدود التالية باستخدام تلك الحدود السابقة. تسمى الصيغة التي تعرف الحد النوني في المتتالية باسم **الصيغة التكرارية أو الصيغة الضمنية** أو علاقة التكرار.

Ex2: Find the sixth term of each sequence. أوجد الحد السادس لكل متتالية حسابية.

2A. $a_1 = 3,\ a_n = (-2)a_{n-1},\ n \geq 2$

Mr. Mohammed 0507214939

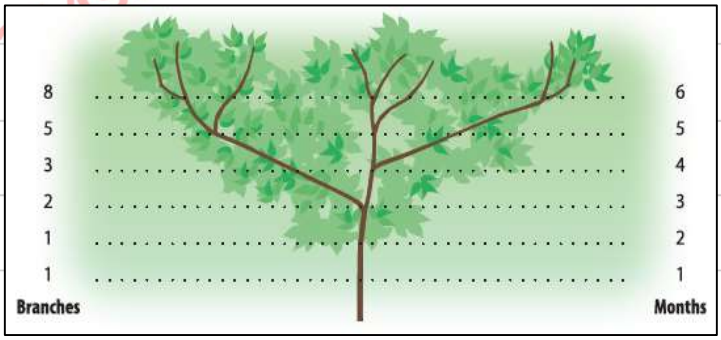
MATH GARDEN EDUCATION YouTube

Fibonacci sequence متتالية فيبوناتشي

Ex3 **NATURE** Suppose that when a plant first starts to grow, the stem has to grow for two months before it is strong enough to support branches. At the end of the second month, it sprouts a new branch and will continue to sprout one new branch each month. The new branches also each grow for two months and then start to sprout one new branch each month. If this pattern continues, how many branches will the plant have after 10 months?

الطبيعة على فرض أنه عندما بدأ النبات في النمو، ينبغي أن ينمو الجذر أولا لمدة شهرين ليصبح قويًا بما يكفي لحمل الفروع. نبت فرع جديد في نهاية الشهر الثاني وسينبت فرع جديد كل شهر. ثم ينمو كل فرع من الفروع الجديدة لمدة شهرين ثم ينبت فرع جديد مع كل شهر. إذا استمر هذا النمط، فكم فرعا سيكون في النبات بعد 10 شهور؟

سيكون هناك فرع واحد فقط والجذر خلال الشهرين الأولين. وفي نهاية الشهر الثاني، سينبت فرع جديد من الجذر. وبهذا يكون الإجمالي فرعين في الشهر الثالث. سينمو الفرع الجديد لمدة شهرين قبل أن ينبت منه فرع جديد، ولكن سينبت فرع جديد في كل شهر من الفرع الأصلي.



Convergence of sequence: تقارب المتتالية

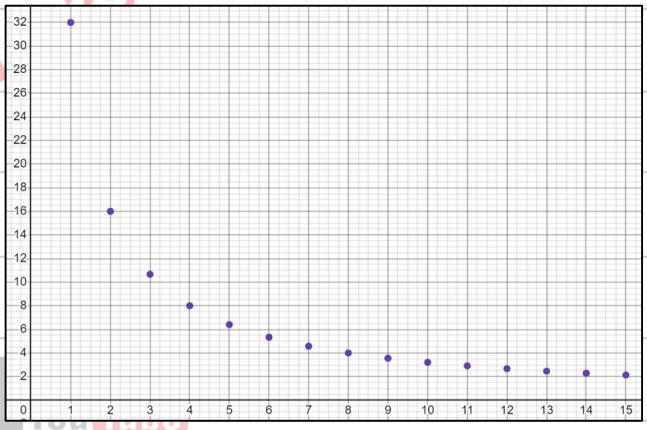
A sequence is "converging" if its terms approach a specific value as we progress through them to Infinity then it is said to converge. If not, the sequence is said to diverge.

تكون المتتالية "تتقارب" إذا اقتربت حدودها من قيمة محددة كلما تقدمنا من خلالها إلى ما لا نهاية، فيقال إنها تقاربية. إذا لم يكن الأمر كذلك، يقال أنها تباعدية

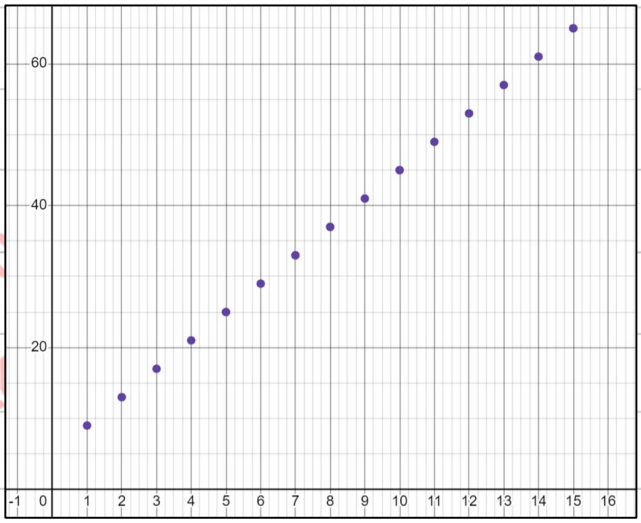
Ex4: Determine whether each sequence is convergent or divergent.

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي تقاربية أم تباعدية.

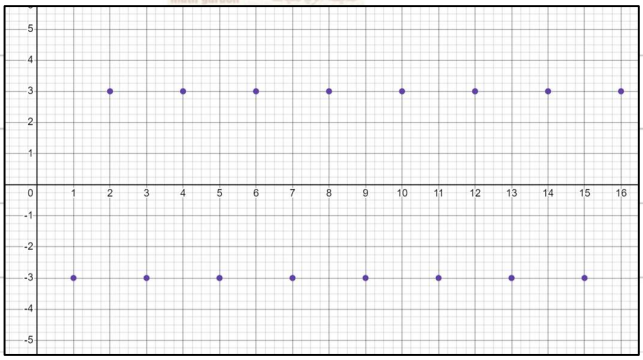
4A. $a_n = \frac{64}{2n}$



4B. $a_1 = 9,\ a_n = a_{n-1} + 4$



4C. $a_n = 3(-1)^n$



Mr. Mohammed Ziad 0507214939
MATH GARDEN EDUCATION

Series: المتسلسلة

2 Series A **series** is the indicated sum of all of the terms of a sequence. Like sequences, series can be finite or infinite. A **finite series** is the indicated sum of all the terms of a finite sequence, and an **infinite series** is the indicated sum of all the terms of an infinite sequence.

		Sequence	Series
منتهية	Finite	1, 3, 5, 7, 9	$1+3+5+7+9$
لانهائية	Infinite	1, 3, 5, 7, 9, ...	$1+3+5+7+9+\ldots$

2 المتسلسلة **المتسلسلة** هي مجموع جميع حدود المتتالية. وكالمتتالية، يمكن أن تكون المتسلسلة منتهية أو لانهائية. **المتسلسلة المنتهية** هي مجموع جميع حدود المتتالية المنتهية، بينما **المتسلسلة اللانهائية** هي مجموع جميع حدود المتتالية اللانهائية.

Partial sum: المجموع الجزئي

The sum of the first n terms of a series is called the nth partial sum and is denoted S_n.

يُسمى مجموع الحدود النونية الأولى في المتسلسلة بالمجموع الجزئي **النوني** ويرمز إليه بـ S_n.

Ex5: Find the sixth partial sum of $a_1 = 8$, $a_n = 0.5(a_{n-1})$, $n \geq 2$. أوجد المجموع الجزئي السادس

Mr. Mohammed Ziad 0507214939
أ. محمد زياد

Sigma notation: رمز المجموع

KeyConcept Sigma Notation

For any sequence $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$, the sum of the first k terms is denoted

$$\sum_{n=1}^{k} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_k,$$

end

start

$$\sum_{n=3}^{\infty} a_n = a_3 + a_4 + a_5 + \cdots$$

where n is the index of summation, k is the upper bound of summation, and 1 is the lower bound of summation.

Ex6: Find the sum. أوجد مجموع

$$\sum_{n=7}^{13} (n^3 - n^2)$$

$$= (7^3 - 7^2) + (8^3 - 8^2) + (9^3 - 9^2) + (10^3 - 10^2)$$

$$+ (11^3 - 11^2) + (12^3 - 12^2) + (13^3 - 13^2) = 7112$$

Mr. Mohammed Ziad 0507214939
MATH GARDEN EDUCATION YouTube
أ. محمد زياد 0507214939
Mr. Mohammed Ziad 0507214939
Math garden حديقة الرياضيات 11 ADV BRIDGE