LESSON 9-3 Arithmetic Sequences and Series

المتتاليات والمتسلسلات الحسابية

Discover all our channels
اكتشف جميع قنواتنا
أ. محمد زياد
Mr. Mohammed Ziad

المفهوم الأساسي الحد النوني لمتتالية حسابية

يتم الحصول على الحد نوني a_n لمتتالية حسابية، والتي يكون الحد الأول فيها هو a_1 والفرق المشترك هو d، من خلال الصيغة التالية، حيث n هو أي عدد طبيعي.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

KeyConcept *n*th Term of an Arithmetic Sequence

The nth term a_n of an arithmetic sequence in which the first term is a_1 and the common difference is d is given by the following formula, where n is any natural number.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Ex1: **Find the 27th term of the arithmetic sequence -2, 4, 10, 16, ⋯ .**

n

جد الحد السابع و العشرين في المتتالية الحسابية **-2, 4, 10, 16, ⋯**

$a_1 = -2$, $d = 10 - 4 = 6$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_{27} = -2 + (27-1) \times 6$$

$$= 154$$

Ex2: Find the indicated term of each arithmetic sequence.

1A. $a_1 = -4, d = 6, n = 9$

أوجد الحد المشار إليه لكل متتالية حسابية.

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

$$a_9 = -4 + (9-1) \times 6$$

$$= 44$$

Mr. Mohammed Ziad 0507214939
أ. محمد زياد

1B. a_{20} for $a_1 = 15$, $d = -8$

$\downarrow n$

$a_n = a_1 + (n-1) \times d$

$a_{20} = 15 + (20-1) \times -8$

$= -137$

THE GARDEN ACADEMY
We guide you to succeed

Ex3: **Write an equation for the nth term of each arithmetic sequence.**

2A. 12, 3, −6, ... اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية حسابية.

$a_1 = 12$, $d = 3 - 12 = -9$

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$a_n = 12 + (n-1) \cdot (-9)$

$a_n = 12 - 9n + 9$

$a_n = 21 - 9n$

MATH GARDEN EDUCATION YouTube

2B. $a_6 = 12$, $d = 8$

$\downarrow n$ $\downarrow a_n$

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$12 = a_1 + (6-1) \cdot 8$

$12 = a_1 + 40$

$-40 \qquad -40$

$\Rightarrow a_1 = -28$

معادلة الحد النوني

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

n^th term

$a_n = -28 + (n-1) \cdot 8$

$a_n = -28 + 8n - 8$

$a_n = -36 + 8n$

Math garden حديقة الرياضيات 11 ADV BRIDGE

Mr. Mohammed Ziad 0507214939 أ. محمد زياد

Arithmetic means: الأوساط الحسابية

The terms between any two non-consecutive terms of an arithmetic sequence, called arithmetic means, can be used to find missing terms of a sequence

يكون لديك في بعض الأحيان حدين لمتتالية. لكنهما غير متتاليين في المتتالية. يطلق على الحدود الواقعة بين أي حدين غير متتاليين **أوساط حسابية**. ويمكن استخدامه لإيجاد الحدود المجهولة لمتتالية.

Ex4: Find the five arithmetic means between -18 and 36.

أوجد الأوساط الحسابية الخمسة بين 18− و 36.

$-18, ___, ___, ___, ___, ___, 36$

$a_1 \qquad a_{7\to n}$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$$

$$36 = -18 + (7-1)\cdot d$$

$$36 = -18 + 6d$$

$$+18 \qquad +18$$

$$\frac{6d}{6} = \frac{54}{6} \Rightarrow d = 9$$

sequence : $-18, -9, 0, 9, 18, 27, 36$

$+9 \quad +9 \quad +9 \quad +9 \quad +9 \quad +9$

Ex5: Find the arithmetic means in the sequence.

أوجد الأوساط الحسابية في المتتالية

$6, _?_, _?_, _?_, 42$

$a_1 \qquad a_{5\to n}$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$$

$$42 = 6 + (5-1)\cdot d$$

$$42 = 6 + 4d$$

$$-6 \qquad -6$$

$$\frac{4d}{4} = \frac{36}{4} \Rightarrow d = 9$$

المتتالية : $6, 15, 24, 33, 42$

$+9 \quad +9 \quad +9 \quad +9$

Arithmetic series: المتسلسلة الحسابية

2 Arithmetic Series A **series** is formed when the terms of a sequence are added. An **arithmetic series** is the sum of the terms of an arithmetic sequence. The sum of the first n terms is called the **partial sum** and is denoted S_n.

2 المتسلسلة الحسابية تتكوّن **المتسلسلة** عند جمع حدود متتالية. و **المتسلسلة الحسابية** هي عبارة عن مجموع حدود المتتالية الحسابية المرتبطة بها. ويطلق على مجموع الحدود النونية **المجموع الجزئي** ويرمز إليه بالرمز S_n.

KeyConcept Partial Sum of an Arithmetic Series

Formula	Given	The sum S_n of the first n terms is:
General	a_1 and a_n	$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$
Alternate	a_1 and d	$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

المفهوم الأساسي المجموع الجزئي لمتسلسلة حسابية

الصيغة	معطى	مجموع S_n للحدود النونية الأولى يساوي:
عامة	a_1 و a_n	$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$
بديلة	a_1 و d	$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

Ex6: Find the sum of each arithmetic series.

4A. $2 + 4 + 6 + \ldots + 100$

$a_1 = 2$, $d = 6 - 4 = 2$

To find n use : $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$100 = 2 + (n-1)\cdot 2$

$100 = \cancel{2} + 2n \cancel{-2}$

$\Rightarrow n = \frac{100}{2} = 50$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$= 50\left(\frac{2 + 100}{2}\right) = 2550$

Mr. Mohammed Ziad 0507214939

4B. $n = 16$, $a_n = 240$, and $d = 8$.

To find $a_1 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$240 = a_1 + (16-1)\times 8$

$240 = a_1 + 120$

$-120 \qquad -120$

$a_1 = 120$

$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)\cdot d\right]$

$= \frac{16}{2}\left[2(120) + (16-1)\times 8\right]$

$= 2880$

Ex7: Find the sum of each arithmetic series.

the first 200 odd natural numbers

أوجد مجموع كل متسلسلة حسابية.

40. أول 200 عدد طبيعي فردي

$1 + 3 + 5 + \cdots \qquad n = 200$

$a_1 = 1 \quad , \quad d = 3 - 1 = 2$

$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)\cdot d\right]$

$= \frac{200}{2}\left[2(1) + (200-1)\times 2\right]$

$= 40000$

THE GARDEN ACADEMY
We guide you to succeed
Mr. Mohammed Ziad 0507214939
أ. محمد زياد
YouTube
Math garden
11 ADV BRIDGE

Ex8: Find the first three terms of each arithmetic series.

5A. $S_n = 120,\ n = 8,\ a_n = 36$ أوجد الحدود الثلاثة الأولى في المتتاليات الحسابية التالية

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$120 = \cancel{8}^{4}\left(\frac{a_1 + 36}{\cancel{2}}\right) \Rightarrow 4a_1 + \cancel{144} = 120$$

$$-\cancel{144} \quad -144$$

$$\frac{\cancel{4}a_1}{\cancel{4}} = \frac{-24}{4}$$

$$a_1 = -6$$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$$

$$36 = -6 + (8-1)\cdot d \Rightarrow \cancel{-6} + 7d = 36$$

$$+6 \qquad +6$$

$$\frac{7d}{7} = \frac{42}{7}$$

$$\Rightarrow d = 6$$

Series is : $-6 \underset{+6}{+} 0 \underset{+6}{+} 6 + \cdots$

5B. $a_1 = -24,\ a_n = 288,\ S_n = 5280$

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$5280 = n\left(\frac{-24 + 288}{2}\right)$$

$$\frac{5280}{132} = \frac{\cancel{132}\,n}{\cancel{132}} \Rightarrow n = 40$$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$$

$$288 = -24 + (40-1)\cdot d$$

$$288 = -\cancel{24} + 39d$$

$$+24 \qquad +\cancel{24}$$

Mr. Mohammed Ziad 0507214939
أ. محمد زياد 0507214939
THE GARDEN ACADEMY
MATH GARDEN EDUCATION
YouTube
Math garden
11 ADV BRIDGE

$$\frac{39d}{39} = \frac{312}{39}$$

$$\Rightarrow d = 8$$

Series : $-24 + -16 + -8$ or $-24 \; -16 \; -8$

$+8 \qquad +8$

Rule:

To find number of terms in a summation لإيجاد عدد الحدود في مجموع باستخدام رمز المجموع

$$\sum_{k=a}^{b} a_k \quad is \;\; (b - a + 1)$$

Ex9: Find $\sum_{k=1}^{12} (3k + 9)$

$$= (3(1)+9) + (3(2)+9) + (3(3)+9) + \dots + (3(12)+9)$$

$$= 12 + 15 + 18 + \dots + 45$$

$15 - 12 = 3$
$18 - 15 = 3$ } Arithmetic حسابية $\quad d = 3 \quad , \quad a_1 = 12$, $a_n = 45$

$\Rightarrow$ عدد الحدود $n = 12 - 1 + 1 = 12$

$$S_n = n\left[\frac{a_1 + a_n}{2}\right]$$

$$= 12\left[\frac{12 + 45}{2}\right] = 342$$