北 京 交 通 大 学 考 试 试 题（A 卷）

课程名称：概率论与数理统计　　学年学期：2018-2019 学年第 2 学期

课程编号：10L240Q　开课学院：电子学院　出题教师：课程组

学生姓名：＿＿＿＿＿＿　学号：＿＿＿＿＿＿　任课教师：＿＿＿＿＿＿

学生学院：＿＿＿＿＿＿　班级：＿＿＿＿＿＿

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得　分										
阅卷人										

一． 盒子中有 a 个红球和 b 个黑球，随机从中取一球，观察其颜色后放回，并向盒子加入同色球 c 个，再从盒中第二次任意取一个球，问：

(1) 第二次抽出的是红球的概率。

(2) 若第二次抽出的是红球，问第一次抽出黑球的概率。

二．（1）证明，$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，则当 $a \neq \mathbf{0}$ 时，有 $Y = aX + b \sim N(a\mu+b, a^2\sigma^2)$。

（2）由(1)启发，设随机变量 $X \sim N(\mathbf{10},\mathbf{2}^2)$，试求 $Y = \mathbf{3}X + \mathbf{5}$ 的分布。

三． （15 分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{3}{2}x, & 0<x<1,-x<y<x;\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

（1） 试求边缘概率密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；问 X 和 Y 是否相互独立, 说明理由;（9 分）

（2） 求 $P(XY<0)$。（6 分）

四． 二维随机变量 (X,Y) 的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{\pi}, x^2+y^2\le 1\\ 0, \text{其他}\end{cases}$$

试求 X 和 Y 的相关系数， X 和 Y 是否相关？是否独立？

五. 试用棣莫佛-拉普拉斯中心极限定理计算，当抛掷一枚均匀硬币时，需要掷

多少次，才能保证出现正面的频率在 0.4 和 0.6 之间的概率不小于 90%（$\Phi(1.65)=0.95$）。

六. 设总体 $X \sim N(\mu, \delta^2)$，X_1，X_2，⋯，X_{2n}（n≥2）是总体 X 的一个样本，$\overline{X}=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}X_i$，令 $Y=\sum_{i=1}^{n}(X_i+X_{n+i}-2\overline{X})^2$，

（1） 问 $\frac{Y}{2\sigma^2}$ 服从什么分布?

（2） 求 $E(Y),D(Y)$.

七. 设总体 $X \sim f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1; \\ 0, & \text{其他.}\end{cases}$ 其中 $\theta>-1$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是 X 的一个样本，求 θ 的矩估计量及极大似然估计量.

北 京 交 通 大 学 考 试 答 题 纸

课程名称：________________ 学院：____________ 班级：_____________

学生姓名：________________ 学号：_____________

（注：以上信息均由学生在考试时填写。打印时删除此句）

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得　分										
阅卷人										