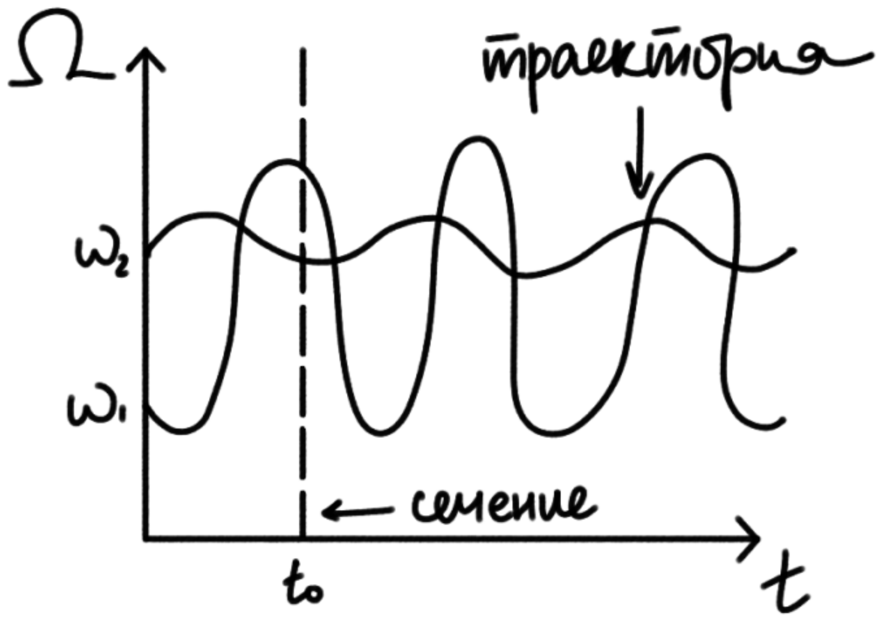
1 случайный процесс

ℵ случайный процесс $\xi(t),\ t \in \Theta$ — семейство случайных величин, индексированных параметром t. зачастую t это время или координаты. случайный процесс — некоторый процесс или явление, поведение в течение времени и результат которого предсказать заранее невозможно. например, курс валют или стоимость акций, прибыль организации с течением времени.

ограничения для $\xi(t)$:
потребуем, чтобы для $\forall\, t\ \xi(t)$ было случайной величиной. тогда исходная величина будет случайным процессом. если для $\forall\, t\ \xi(t)$ не случайная величина, то процесс детерминированный.

пусть задано вероятностное пространство $(\Omega,\ \mathfrak{A},\ \mathbb{P})$
$\xi(t,\ \omega) \quad t \in \Theta,\ \omega \in \Omega$ (зависит от двух переменных)
если $\Theta = \{t_0\}$, тогда $\xi(t)$ — одномерная случайная величина. если $\Theta = \{t_1,\ t_2,\ \ldots,\ t_n\}$, тогда $\xi(t_1),\ \ldots,\ \xi(t_n)$ — многомерная случайная величина (случайный вектор).

зададим $t_0 \rightsquigarrow \xi(\omega,\ t_0)$ — сечение случайного процесса. при фиксированном $\omega \rightsquigarrow \xi(\omega,\ t)$ — траектория случайного процесса. каждое сечение может быть случайной величиной.



$F_\xi(t,\ x) = P(\xi(x) < x)$ — одномерная функция распределения.
разные случайные процессы могут иметь одинаковые функции распределения.

⋆ случайный процесс не всегда задается одномерной функцией распределения.

$$F_{\xi}(t_1,\ t_2,\ x_1,\ x_2) = \mathbb{P}(\xi(t_1) < x,\ \xi(t_2) < x_2)$$

случайный процесс задан, если для $\forall\, n$ и $\forall\, t_1,\ \ldots,\ t_n\ x_1,\ \ldots,\ x_n$ определена функция $F_{\xi}(t_1,\ \ldots,\ t_n,\ x_1,\ \ldots,\ x_n) = \mathbb{P}(\xi(t_1) < x,\ \ldots,\ \xi(t_n) < x_n)$

частный случай

случайный процесс называется процессом с независимыми значениями, если $\forall\, t_1,\ \ldots,\ t_n\ \xi(t_1),\ \ldots,\ \xi(t_n)$ являются независимыми. тогда

$$F_{\xi}(t_1,\ \ldots,\ t_n,\ x_1,\ \ldots,\ x_n) = F_{\xi}(t_1,\ x_1) \cdot\ \ldots\ \cdot F_{\xi}(t_n,\ x_n)$$

$x = \{\xi(t),\ t \in \Theta\}$ — множество значений (состояний) случайного процесса.

характеристики

матожидание

$$M_{\xi}(t) = M[\xi(t)]\ \forall\ \text{фикс.}\ t$$

дисперсия

$$D_{\xi}(t) = D[\xi(t)]\ \forall\ \text{фикс.}\ t$$