50 построение доверительного интервала для среднеквадратичного отклонения и дисперсии нормального распределения генеральной совокупности

согласно теореме Фишера, $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$ (где S^2 — выборочная дисперсия, σ — среднеквадратичное отклонение, n — объем выборки).

пусть $k_{n-1}(x)$ — плотность распределения χ^2_{n-1}.

$$\left.\begin{aligned} \int\limits_{\overline{t_p}}^{\infty} k_{n-1}(x)dx &= \frac{1-\rho}{2} \\ \int\limits_{0}^{\underline{t_p}} k_{n-1}(x)dx &= \frac{1-\rho}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \int\limits_{\underline{t_p}}^{\overline{t_p}} k_{n-1}(x)dx = \rho,$$

где $\underline{t_p}$, $\overline{t_p}$ — квантили распределения χ^2_{n-1}.

$\underline{t_p} < \frac{nS^2}{\sigma^2} < \overline{t_p}$

получается:

1. для дисперсии

$$\frac{n \cdot S^2}{\overline{t_p}} < \sigma^2 < \frac{n \cdot S^2}{\underline{t_p}}$$

2. для среднеквадратичного отклонения

$$\sqrt{\frac{n \cdot S^2}{\overline{t_p}}} < \sigma < \sqrt{\frac{n \cdot S^2}{\underline{t_p}}}$$