

Молокозавод

Продукцией городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана, расфасованные в стеклянную тару. На производство 1 тонны молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1010, 1010 и 9450 кг молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1 тонны молока и кефира составляют 0.18 и 0.19 машино-часа. На расфасовке 1 тонны сметаны заняты специальные автоматы в течение 3.25 часа. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136 тонн молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21.4 машино-часа, а автоматы по расфасовке сметаны – в течение 16.25 машино-часа. Прибыль от реализации 1 тонны молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 тысяч рублей. Завод должен ежедневно производить не менее 100 тонн молока, расфасованного в бутылки. На производство другой продукции не имеется никаких ограничений.

Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве следует ежедневно изготавливать заводу, чтобы прибыль от её реализации была максимальной. Составьте математическую модель задачи.

Выясните, как изменится ответ в задаче, если заводу поручили дополнительно выпускать ежедневно не менее N тонн кефира? Постройте график зависимости прибыли предприятия от величины N .

Известно, что в случае невыполнения спущенного сверху требования молокозавод будет оштрафован на M тысяч рублей. Определите что выгоднее экономически: заплатить штраф или же смириться с требованием вышестоящих органов? Оцените с точностью до 1 кг максимальное значение N , при котором ещё возможен выпуск продукции в соответствии с навязанными требованиями.

Откорм

При откорме животных каждое животное ежедневно должно получить не менее 60 ед. питательного вещества **A**, не менее 50 ед. вещества **B** и не менее 55 ед. вещества **C**. Указанные питательные вещества содержат три вида корма. Содержание единиц питательных веществ в 1 кг каждого из видов корма приведено в следующей таблице

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ в 1 кг		
	I	II	III
A	2	3	4
B	3	4	2
C	4	4	3

Составить дневной рацион, обеспечивающий получение необходимого количества питательных веществ при минимальных денежных затратах, если цена 1 кг корма I вида составляет 9 руб., корма второго вида – 12 руб. и корма III вида – 10 руб.

Как изменится стоимость дневного рациона, если в связи с заболеваниями животных ветеринары потребовали увеличить содержание вещества **C** до N единиц? Постройте график зависимости стоимости рациона от величины N . Определите такое минимальное целое значение N , при котором стоимость рациона превысит исходную стоимость более чем на 5%. Отметьте найденную точку на построенном графике. Повторите вышеуказанные расчёты для случая, когда стоимость рациона превысит исходную на 10%.

Выясните, существуют ли такие целые значения $N > 55$, при которых стоимость рациона совпадает с исходной.

Швейная фабрика

На швейной фабрике для изготовления четырёх видов изделий может быть использована ткань трёх артикулов. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия приведены в таблице. В ней же указаны имеющиеся в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена одного изделия каждого вида. Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

Артикул ткани	Норма расхода ткани на одно изделие				Общее количество ткани
	1	2	3	4	
I	1	–	2	1	180
II	–	1	3	2	210
III	4	2	–	4	800
Цена одного изделия (т. р.)	8	4	3	2	

В рамках региональной социальной программы на предприятие был спущен план, требующий так изменить ассортимент выпускаемой продукции, чтобы количество изделий третьего и четвёртого видов в сумме составляло не менее чем N . Определите максимальное значение N^* , при котором ещё возможен выпуск продукции в соответствии с навязанным планом. Во сколько раз уменьшится стоимость изготовленной продукции при $N = N^*$?

На одном рисунке изобразите графики количества изделий первого и второго видов, выпускаемых предприятием, в зависимости от величины параметра N .

Смесь

Из четырех видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должно входить не менее 26 единиц химического вещества **A**, 30 единиц – вещества **B** и 24 единицы – вещества **C**. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице. В ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Вещество	Количество единиц вещества, содержащегося в 1 кг сырья			
	1	2	3	4
A	1	1	–	4
B	2	–	3	5
C	1	2	4	6
Цена 1 кг сырья	50 (руб.)	60 (руб.)	70 (руб.)	140 (руб.)

Составить смесь, содержащую не менее нужного количества веществ данного вида и имеющую минимальную стоимость.

Альтернативные поставщики сырья предлагают заменить один из используемых видов сырья новым, по «оптимальной» цене N рублей за 1 кг. Величина N зависит от вашей способности торговаться и представляет собой целое число из диапазона $60 \leq N \leq 120$. В каждом килограмме нового сырья содержится 3 единицы вещества **A** и по 2 единицы веществ **B** и **C**.

Для заданного значения N выясните, стоит ли соглашаться на подобное предложение? В случае утвердительного ответа назовите минимальную стоимость смеси при использовании нового вида сырья? Какой вид исходного сырья следует заменить альтернативным в смеси минимальной стоимости?

Постройте график зависимости минимальной стоимости смеси от величины N при изменении N в указанном ранее диапазоне для случая, когда четвёртый вид сырья заменяется альтернативным.

Токарное дело

Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида. Определить такой объём выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации является максимальной.

Тип оборудования	Затраты времени на единицу продукции				Общий фонд рабочего времени
	1	2	3	4	
Токарное	2	1	1	2	300
Фрезерное	1	–	2	1	270
Шлифовальное	1	2	1	–	340
Прибыль от реализации единицы пр.	8 (т. руб.)	5 (т. руб.)	9 (т. руб.)	6 (т. руб.)	

К большому сожалению, со следующего месяца уходит на пенсию дядя Вася – старейший токарь предприятия. На его место принят бывший программист Толик, который подыскал новую работу через бюро по трудоустройству, отучившись на курсах переквалификации почти два месяца. Толику поручено выполнять токарные работы по обработке продукции третьего вида. Предполагается, что он будет затрачивать на обработку одного изделия N единиц времени ($N > 1$).

Вычислите, на сколько % уменьшится прибыль предприятия после ухода дяди Васи на заслуженный отдых если $N = 2$? Постройте график зависимости прибыли предприятия от величины N при изменении этого параметра в диапазоне $1 \leq N \leq 4$. При построении графика имейте в виду, что величина N не обязана быть целочисленной.

С точностью до 0,1 определите такое минимальное значение N , при котором приём Толика на работу не имеет смысла, поскольку выпуск продукции третьего вида окажется нерентабельным.

Корабли

В текущем году для перевозок груза на трёх линиях используются суда трёх типов. Производительность судов при использовании их на различных линиях характеризуется данными, приведенными в таблице. В ней же указаны общее время, в течение которого суда каждого типа могут находиться в эксплуатации, и минимально необходимые объёмы перевозок на каждой из линий. Определите, какие суда, на какой линии и в течение какого времени следует использовать, чтобы обеспечить максимальную загрузку судов с учётом возможного времени их эксплуатации. Укажите возможности какого типа судов были использованы лишь частично.

Тип судна	Производительность судов на линии (млн. тонно-миль в сутки)			Общее время эксплуатации судов (сут.)
	1	2	3	
I	8	14	11	300
II	6	15	13	300
III	12	12	4	300
Заданный объём перевозок млн. тонно-миль	3000	5400	3300	

На следующий год предполагается увеличение объёма грузоперевозок на первой линии до N млн. тонно-милей. Определите максимальное целое значение N^* при условии, что продолжительность эксплуатации судов на линиях нельзя увеличить. Для судов третьего типа постройте график зависимости срока их эксплуатации от величины объёма грузоперевозок N в диапазоне $3000 \leq N \leq N^*$.