



# Hrvatska informatička olimpijada

17. srpnja 2020.

## Zadaci

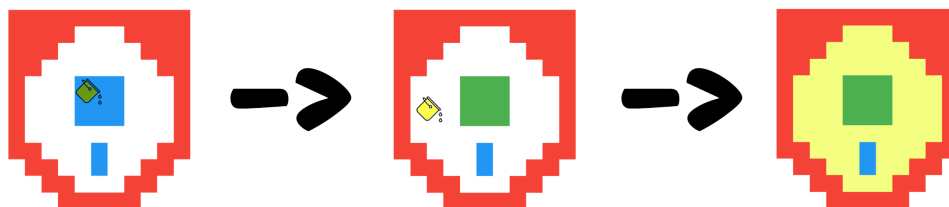
Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
<b>Paint</b>	1 sekunda	512 MiB	100
<b>Pastiri</b>	1 sekunda	512 MiB	100
<b>Semafor</b>	1 sekunda	512 MiB	100
<b>Ukupno</b>			300



## Zadatak Paint

Vratimo se najprije 35 godina u prošlost, točnije u 1985. godinu. Ta je godina po mnogočemu posebna, Nintendo na američko tržište plasira prvu NES igraču konzolu, Richard Stallman objavljuje *GNU Manifesto*, na svijet dolaze nogometne ikone poput Cristiana RONALDA, Luke MODRIĆA i Darija JERTECA, a gospodin MALNAR za jedanaesti rođendan dobiva *Windows 1.0* – prvo izdanje popularnog operacijskog sustava uz pomoć kojeg će godinu dana kasnije otkriti rekurziju. No, zasad se bavi proučavanjem alata za ispunu (popularne *kantice*) u programu *MS Paint* te mu na pamet pada ovaj zadatak.

Prostor za crtanje u programu *MS Paint* zamišljamo kao pravokutnu matricu koja se sastoji od  $R$  redaka i  $S$  stupaca. Svako polje te matrice predstavlja jedan piksel koji može biti obojen u neku od  $10^9$  boja koje korisnik ima raspolaganju. Kada kanticu napunjenu bojom  $A$  primijenimo na piksel na polju  $(r, s)$  obojen bojom  $B$ , tada svi pikseli *istobojnog susjedstva* polja  $(r, s)$  postaju obojeni bojom  $A$ . Istobojno susjedstvo polja  $(r, s)$  je skup polja do kojih je moguće doći šetnjom u četiri smjera (gore, dolje, lijevo i desno) od polja  $(r, s)$  ne mijenjajući boju piksela na putu. Primijetite da je i samo polje  $(r, s)$  dio svog istobojnog susjedstva.



Zadana je početna slika u programu *MS Paint* nad kojom je  $Q$  puta primijenjen alat za ispunu. Vaš je zadatak odrediti završno stanje slike.

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi  $R$  i  $S$  iz teksta zadatka.

U sljedećih je  $R$  redaka po  $S$  nenegativnih cijelih brojeva manjih od  $10^9$  koji predstavljaju početnu sliku u programu *MS Paint*. Preciznije,  $j$ -ti broj  $i$ -tog retka slike predstavlja boju piksela na polju  $(i, j)$ .

U sljedećem je retku prirodan broj  $Q$  iz teksta zadatka.

U  $i$ -tom od sljedećih  $Q$  redaka nalaze se brojevi  $r_i$ ,  $s_i$  i  $c_i$  ( $1 \leq r_i \leq R, 1 \leq s_i \leq S, 0 \leq c_i < 10^9$ ), koji označavaju ( $i$ -tu) primjenu kanticu napunjene bojom  $c_i$  na polje  $(r_i, s_i)$ .

### Izlazni podaci

Ispišite završno stanje slike u istom formatu kakvim je početno stanje zadano u ulazu.

### Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
??	??	



## Probni primjeri

ulaz

12 11

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1

1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1

1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1

1 0 0 0 2 2 2 0 0 0 1

1 0 0 0 2 2 2 0 0 0 1

1 0 0 0 2 2 2 0 0 0 1

1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

1 1 0 0 0 2 0 0 0 1 1

0 1 1 0 0 2 0 0 1 1 0

0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0

0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0

2

5 5 3

6 2 4

izlaz

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

1 1 1 1 4 4 4 1 1 1 1

1 1 1 4 4 4 4 4 1 1 1

1 1 4 4 4 4 4 4 4 1 1

1 4 4 4 3 3 3 4 4 4 1

1 4 4 4 3 3 3 4 4 4 1

1 4 4 4 3 3 3 4 4 4 1

1 4 4 4 4 4 4 4 4 4 1

1 1 4 4 4 2 4 4 4 1 1

0 1 1 4 4 2 4 4 1 1 0

0 0 1 1 4 4 4 1 1 0 0

0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0

ulaz izlaz

ulaz izlaz

**Pojašnjenje prvog probnog primjera:** Slika iz teksta zadatka odgovara prvom probnom primjeru. Pritom, bijela je boja označena brojem 0, crvena je boja označena brojem 1, plava je boja označena brojem 2, zelena je boja označena brojem 3, a žuta je boja označena brojem 4.



## Zadatak Pastiri

„Nikada nisam bio toliko sit da nisam mogao pojesti još kilu janjetine.” – G. M.

Stado od  $K$  ovaca živi na stablu, jednostavnom povezanom grafu bez ciklusa koji se sastoji od  $N$  vrhova. Stara narodna mudrost kaže: „vukovi se kriju i ~~piju~~ jedu ti ovce”.

Kako bismo obranili naše ovce od zlih vukova, potrebno je u neke vrhove stabla postaviti pastire, tako da svaku ovcu čuva barem jedan pastir. Dodatno, poznato je da svaki pastir čuva sve sebi najbliže ovce, i samo njih. Također, pastir se može nalaziti u istom vrhu kao i neka ovca, dakako, tada on čuva samo tu ovcu.

Odredite najmanji broj pastira koje je potrebno postaviti u vrhove danog stabla tako da svaku ovcu čuva barem jedan pastir. Dodatno, za svakog od tih pastira odredite u kojem se vrhu stabla treba nalaziti.

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi  $N$  i  $K$  ( $1 \leq K \leq N$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećih su  $N - 1$  redaka po dva prirodna broja  $a_i$  i  $b_i$  ( $1 \leq a_i, b_i \leq N$ ) koji označavaju da postoji neusmjerena veza u stablu između vrhova s oznakama  $a_i$  i  $b_i$ .

U sljedećem se retku nalazi  $K$  prirodnih brojeva  $o_i$  ( $1 \leq o_i \leq N$ ) koji predstavljaju oznake čvorova u kojima se nalaze ovce. Pritom se dvije ovce neće nalaziti u istom vrhu.

### Izlazni podaci

U prvom retku ispišite broj  $X$  koji predstavlja najmanji mogući broj pastira iz teksta zadatka.

U drugom retku ispišite  $X$  brojeva odvojenih razmakom koji predstavljaju oznake čvorova u koje treba postaviti pastire.

### Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	??	$1 \leq N \leq 5 \cdot 10^5$ , svaki vrh $x = 1, \dots, n - 1$ je povezan s vrhom $x + 1$
2	??	$1 \leq K \leq 10 \leq N \leq 5 \cdot 10^5$
3	??	$1 \leq N \leq 1000$
4	??	$1 \leq N \leq 5 \cdot 10^5$

### Probni primjeri

ulaz izlaz

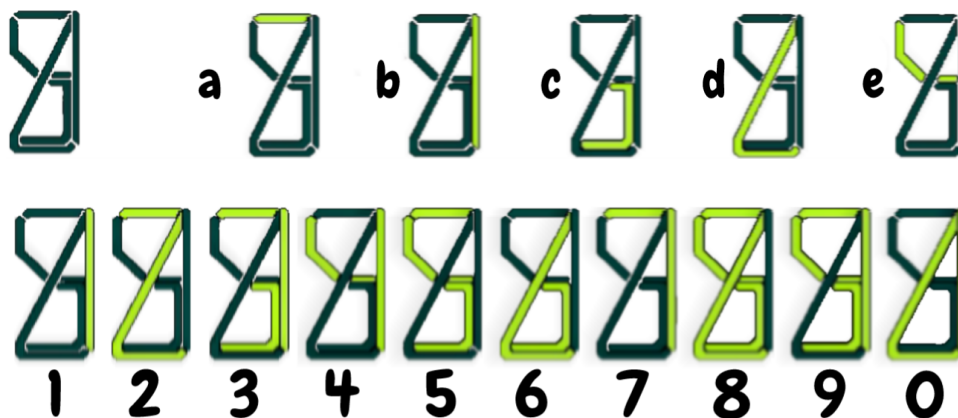
| ulaz izlaz

| ulaz izlaz



## Zadatak Semafor

Vjerojatno ste se više puta u životu susreli sa tzv. *7-segmentnim* displejom koji se koristi za prikaz znamenaka na raznim digitalnim uređajima poput satova ili kalkulatora. Zbog svoje jednostavnosti, intuitivnosti i estetske ugođe, takav je dizajn prihvaćen diljem planete. Ipak, mladi Matej smatra ga *polu-proizvodom* te tvrdi da se ista funkcionalnost može ostvariti na mnogo efikasniji način, koristeći svega pet segmenata.



Dizajn 5-segmentnog displeja – segmenti su označeni slovima od a do e.

Prvi poduzetnički korak odlučio je napraviti u najprosperitetnijoj grani hrvatske industrije – nogometu. Svoj revolucionarni dizajn iskoristit će pri izradi semafora za izmjene igrača tijekom utakmica 1. HNL, a trenutno radi na prezentaciji koju će iznijeti čelnicima Hrvatskog nogometnog saveza. Semafor se sastoji od  $M$  displeja koji (slijeva nadesno) predstavljaju znamenke broja kojeg nosi nogometaš koji treba izaći, odnosno ući u teren. Na početku Matejeve prezentacije na semaforu će se nalaziti broj  $X$ , a Matej će svake sekunde napraviti jedan od sljedećih poteza:

- Upalit će neki od ugašenih segmenata.
- Ugasit će neki od upaljenih segmenata.

Također, Matej će pritom osigurati da se nakon svakog  $K$ -tog poteza na semaforu nalazi ispravno napisan broj. Ukupno će Matej napraviti  $N$  poteza, a na kraju prezentacije (nakon  $N$ -tog poteza) semafor će također predstavljati ispravno napisan broj. Broj je ispravno napisan ako je svaka njegova znamenka ispravno napisana (kako je prikazano na slici). Također, brojevi koji imaju manje od  $M$  znamenaka trebaju sadržavati odgovarajući broj početnih nula.

Za svako završno stanje (cijeli broj između 0 i  $10^M - 1$ ), Mateja zanima na koliko je različitih načina mogao vući poteze da se na kraju prezentacije na semaforu nalazi upravo taj broj te da su pritom zadovoljeni svi uvjeti iz prethodnog odlomka. Dva načina (niza poteza) smatramo različitim ako, kada bismo poteze istovremeno vukli na dva semafora, postoji trenutak u kojem semafori ne prikazuju identično stanje. Budući da broj načina može biti poprilično velik, potrebno je ispisati njegov ostatak pri dijeljenju s  $10^9 + 7$ .

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi  $M$ ,  $N$ ,  $K$  ( $1 \leq K \leq N$ ) i  $X$  ( $0 \leq X < 10^M$ ) iz teksta zadatka.

### Izlazni podaci

U  $i$ -tom od  $10^M$  redaka izlaza treba se nalaziti broj različitih načina da semafor na kraju prezentacije prikazuje broj  $i - 1$ . Brojeve treba ispisati modulo  $10^9 + 7$ .



## Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	6	$M = 1, 1 \leq N \leq 12$
2	9	$M = 1, 1 \leq N \leq 10^{15}$
3	7	$M = 2, 1 \leq N \leq 1500, K = N$
4	21	$M = 2, 1 \leq N \leq 10^{15}, 1 \leq K \leq 15$
5	57	$M = 2, 1 \leq N \leq 10^{15}$

## Probni primjeri

ulaz   izlaz

|   ulaz   izlaz

|   ulaz   izlaz